Švietimo Ministerijos
Knygų Leidimo Komisijos leidinys

Prof. V. ČEPINSKIS

# FIZIKOS PASKAITOS

IV skyrius

## BANGŲ MOKSLAS

V skyrius

## GARSAS




KAUNAS 1924 m.

IV SKYRIUS.

# Bangų mokslas

## (Unduliacijos teorija).

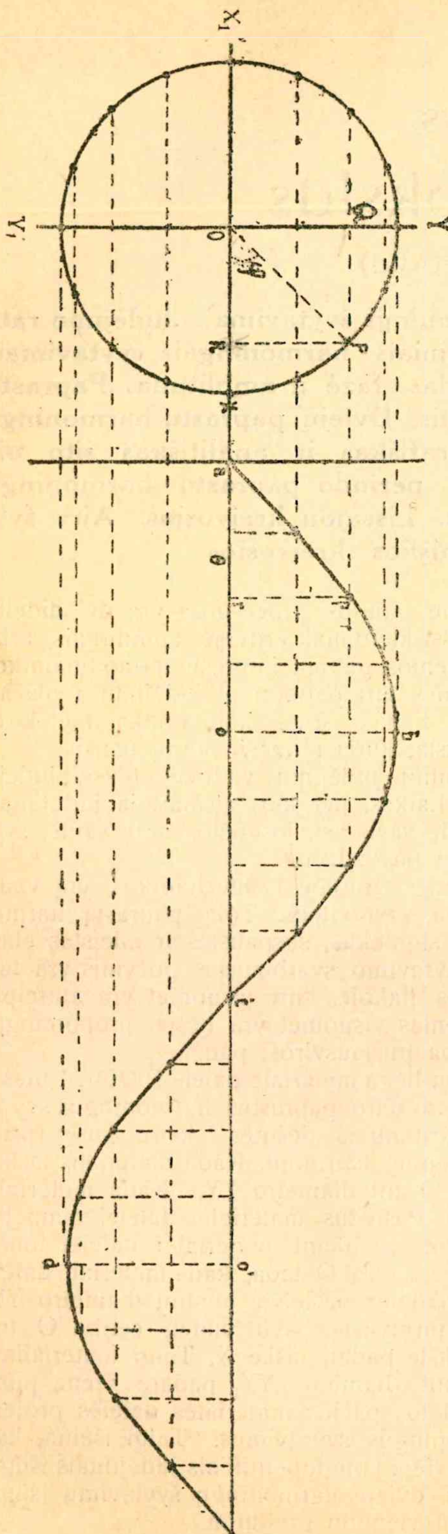
**1 §. Periodiški judėjimai. Paprasti harmoningi švytavimai. Judėjimo rato apskritimo pakeitimas dviem komponentiniais harmoningais švytavimais statmenai vienas kitam. Švytavimų periodas, fazė ir amplituda. Paprastų harmoningų švytavimų kreivoji ir jos lygtis. Dviejų paprastų harmoningų to paties periodo švytavimų sudėtis. Grafiškas ir analitiškas šito uždavinio išsprendimas. Dviejų nevienodo periodo paprastų harmoningų švytavimų statmenai vienas kitam sudėtis. Lissajou kreivosios. Airy švytuoklė. Sudėtinės harmoniškos kreivosios.**

Ir savo išsiplėtimu pasaulyje ir savo reikšme gamtos procesuose yra dvi didelės sritys: fiziškai chemiški fenomenai ir energijos išsiskleidimas erdvėje spinduliais, arba radiacija. Visos svarbiausios pirmos rūšies problemos galima išspręsti termodinamikos metodais. Kai radiacijoje, tai pagrindinės reikšmės turi periodinių judėjimų mokslas, kuris ankštai riša tarp savęs tokias dvi dideles fizikos sritis, kaip optika ir elektromagnetizmas, nekalbant jau apie visą garso mokslą, kuris remiasi bangų teorija.

Iš mechanikos jau mes žinome, kad periodiniu judėjimu vadinasi toksai judėjimas, kuris per tam tikrą laiką pilnai atsikartoja. Laikas, per kurį atsikartoja judėjimas, vadinasi judėjimo periodas. Žemės sukimasis apie savo ašį, jos bėgis apie saulę, švytuoklės švytavimai ir t. t. yra periodinių judėjimų pavyzdžiai.

Paprasčiausias periodinis judėjimas, kaip mes žinome iš mechanikos, yra vadinamasis paprastas harmoningas švytavimas, arba svyravimas. Tokį paprastą harmoningą švytavimą atlieka švytuoklė, garų mašinos stūmeklis, suspaustas ir atleistas elastingas spyruoklis ir t. t. Paprasto harmoningo svyravimo svarbiausias požymis yra tas, kad tas judėjimas eina tiesia linija ir tokios jėgos įtakoje, kuri visuomet yra atkreipta į normalę, arba pusiausvirą, padėtį, ir kurios didumas visuomet yra tiesiai proporcingas materialės dalelės atsilenkimui nuo normalės, arba pusiausviros, padėties.

Įsivaizduokime sau, kad ratu vienodu greitumu bėga meterialė dalelė P (žiūr. 1 pieš.). Tad šito materialio taško projekcija ant rato diametro daro paprastus harmoningus svyravimus. Tegu materialis taškas P bėga rato apskritimu iš dešinės į kairę pusę (prieš laikrodžio rodyklės judėjimą). Vadinsime tokį judėjimą kairiuoju. Kada materialis taškas yra taške X ant rato, tai jo projekcija yra taške O ant diametro $YY_1$. Kada meterialis taškas esti taške P, tai jo projekcija yra taške Q. Pasiekus materialei dalelei diametro $YY_1$ viršutinį galą, jis sutampa su savo projekcija. Slenkant materialei dalelei toliau į kairę pusę, projekcija slenka žemyn, pereina per centrą O tada, kada materialė dalelė esti taške $X_1$, tuo pačiu laiku, kaip ir materialė dalelė, pasiekia apatinį diametro $YY_1$ galą ir pagaliau ima kilti augštyn pasiekdama pirmykštę savo padėtį centre O tuo metu, kada materialė dalelė grįžta į savo pirmykštę padėtį taške X. Taigi materialiam taškui vieną kartą apsisukus ratu jo projekcija ant diametro $YY_1$ padarė vieną pilną harmoningą svyravimą. Savaime suprantama, kad tos pačios materialės dalelės projekcija ant diametro $XX_1$ daro irgi paprastus harmoningus svyravimus. Taigi išeina, kad judėjimą materialės dalelės ratu galima pakeisti dviem komponentiniais judėjimais išilgai diametrų $YY_1$ ir $XX_1$ ir atvirkščiai, atstojamasai dviejų harmoningų švytavimų išilgai diametrų $YY_1$ ir $XX_1$ judėjimas bus judėjimas ratu vienodu greitumu.




Paimsime materialio taško padėtį ant rato, pažymėtą raide P. Pažymėsime kampą, kurį sudaro radijus-vektorius OP su abscisos linija $XX_1$, raide $\varphi$. Taigi slenkant dalelei vienodu greitumu tas kampas auga nuo O iki $2\pi$, $4\pi$, $6\pi$ ir t. t. iki $n\pi$. Tas kampas vadinasi judėjimo faze, nes kiekvienu momentu jis apibrėžia materialio taško padėtį rato apskritime.

Radijų-vektorių OP, einant paralelogramo taisykle, mes galime pakeisti dviem vektoriais-komponentomis — $OQ = PR$ ir $OR = QP$. Aišku, kad šitie vektoriai-komponentos bus materialio taško projekcijų atsilenkimai ant ordinatos $YY_1$ ir abscisos $XX_1$ fazėje $\varphi$. Tegu $OP = a$, $OQ = y$ ir $OR = x$. Tad $y = a \sin \varphi$, arba $a \cos (\frac{\pi}{2} - \varphi)$ ir $x = a \cos \varphi$. Aišku, kad tuo metu, kada materialė dalelė, kuri bėga ratu, eina per taškus $XX_1$, jos projekcija ant diametro $YY_1$ eina per centrą O, kurį pavadinsime normale, arba pusiausvira, padėtimi. Materialė dalelė X arba $X_1$ padėtyje neturi komponentos išilgai ordinatos $YY_1$. Vadinasi, projekcija, eidama per centrą O arba per vadinamąją normalę padėtį, turi maksimumą greitumo. Kada materialė dalelė eina per diametro galus $YY_1$ tai ji neturi judėjimo komponentos išilgai $XX_1$ ir, vadinasi, projekcijos greitumas, pasiekus padėtis ant diametro $YY_1$ galų, bus nulis. Projekcijos judėjimą išilgai ordinatos $YY_1$ mes galime atvaizduoti tam tikra kreivąja, ištiesę abscisą $XX_1$ į dešinę pusę (1 pieš.) ir atidėdami, pradedant nuo taško a išilgai tos abscisos į dešinę pusę materialės dalelės atsilenkimus nuo savo pirmykštės padėties taške X lankais a $\varphi$, o tos dalelės projekcijos atsilenkumus išilgai ordinatos $YY_1$ atatinkamomis ordinatomis. Tada mes gausime kreivą liniją, kurią atvaizduoja 1 piešinys ir kuri vadinasi sinus linija. $y = a \sin. \varphi = a \cos (\frac{\pi}{2} - \varphi)$ ir yra lygtis šitos sinus kreivosios, kuri atvaizduoja mums projekcijos judėjimą (paprastą harmoningą švytavimą). Tegu materialė dalelė apibėga visą ratą per T sekundų laiką, tada jos greitumas lygus $V = \frac{2\pi a}{T}$. Tos dalelės projekcija Q ant ordinatos $YY_1$, kaip jau mes matėme, turės šitą greitumą eidama per savo normalę padėtį, nes tuomet materialė dalelė neturi greitumo komponentos išilgai $XX_1$.

Aišku, kad išreiškiant grafiškai paprastą harmoningą materialės dalelės projekcijos švytavimą išilgai diametro $XX_1$ gausime tokią pat kreivą liniją, tiktai jos lygtis bus: $x = a \cos \cdot \varphi$. Palyginę šitą lygtį su lygtimi $y = a \sin \cdot \varphi = a \cos(\frac{\pi}{2} - \varphi)$, arba $a \cos(\varphi - \frac{\pi}{2})$, mes matome, kad komponentiniai švytavimai išilgai $XX_1$ ir $YY_1$ skirsis fazėje $\frac{\pi}{2}$ arba 90°, arba, kaip sakoma, skirtumas fazėje čia bus $^1/_4$. Vadinasi, tik sudedant tokius du harmoningus švytavimus išilgai dviejų linijų, sudarančių tiesų kampą, kurie skiriasi vienas nuo kito fazėje $\frac{\pi}{2}$, gausime judėjimą ratu kaip atstojamąjį judėjimą. Pažymėsime čia dar, kad projekcijos atsilenkimo maksimumas ant $YY_1$ arba $XX_1$ yra lygus $a$ ir vadinasi švytavimo amplituda.

Tegu materialis taškas, kuris slenka rato apskritimu prieš laikrodžio rodyklę, nukeliaus nuo pradžios judėjimo lanką $XP$ per $t$ sekundų laiką. Kadangi lankas $PX = \varphi a$, tad mes turime proporciją $\varphi a : 2\pi a = t : T$, iš kur eina $\varphi = 2\pi \frac{t}{T}$, priimtas švytavimų moksle fazės $\varphi$ išreiškimas. Tada abiejų paprastų harmoningų švytavimų lygtis statmenai vienas kitam, kuriais galima pakeisti materialio taško P judėjimą ratu, galima parašyti taip:

$$x = a \cos 2\pi \frac{t}{T}$$

$$y = a \sin 2\pi \frac{t}{T}$$

Šitos dvi lygtys veikia tuo atveju, kada taškas P slenka ratu prieš laikrodžio rodyklę, vadinasi, kada mes turime kairįjį judėjimą. Slenkant taškui P laikrodžio rodykle, vadinasi, kada mes turime dešinįjį judėjimą $\varphi = -2\pi \frac{t}{T}$. Tuo atveju dviejų paprastų harmoningų švytavimų, kuriais pakeičiamas judėjimas ratu, lygtys bus tokios:

$$x = a \cos(-2\pi \frac{t}{T}) = a \cos 2\pi \frac{t}{T}$$

$$y = a \sin(-2\pi \frac{t}{T}) = -a \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

Sudėsime dabar du to paties periodo judėjimus ratu, bet atkreiptus į priešingas, puses, vadinasi, sudėsime kairįjį ir dešinįjį judėjimus.

Dešiniojo judėjimo lygtys bus:

$$x_1 = a \cos 2\pi \frac{t}{T}$$

$$y_1 = -a \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

Kairiojo judėjimo lygtys bus:

$$x_2 = a \cos 2\pi \frac{t}{T}$$

$$y_2 = a \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

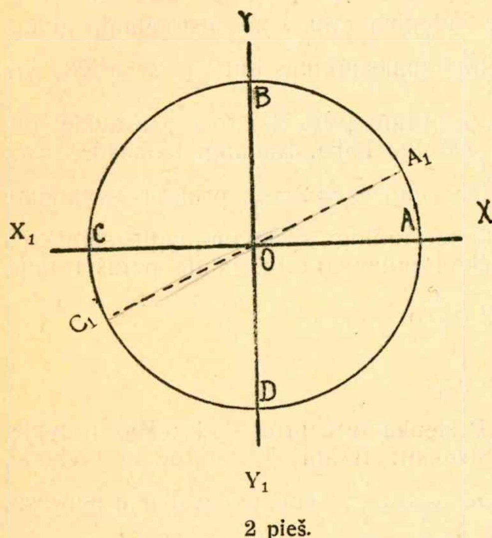
Taigi sudedant du harmoningus švytavimus išilgai ašies (diametro) $XX_1$ komponentinis atsilenkimas išilgai tos ašies bus:

$$x_1 + x_2 = 2a \cos 2\pi \frac{t}{T}.$$

Komponentinis gi atsilenkimas išilgai ašies (diametro) $YY_1$ bus:

$$y_1 + y_2 = -a \sin. 2\pi \frac{t}{T} + a \sin. 2\pi \frac{t}{T} = 0.$$

Taigi išeina, kad du judėjimai rato apskritimu, kurie prasideda tuo pačiu laiku taške A (žiūr. 2 piešinį), turi tą patį periodą, bet atkreipti į priešingas puses, gali būti pakeisti paprastu harmoningu švytavimu išilgai diametro CA (abscisos $XX_1$). Vadinasi, čionai abudu materialiai taškai, kurie slenka ratu, per visą judėjimo laiką, susitinka taškuose A ir C. Jeigu gi jie susitinka taškuose $A_1$ ir $C_1$, vadinasi, jeigu judėjimas prasideda ne taške A, bet taške $A_1$, tad ekvivalentingas tiems judėjimams paprastas harmoningas švytavimas vyksta išilgai linijos $A_1$ $C_1$.

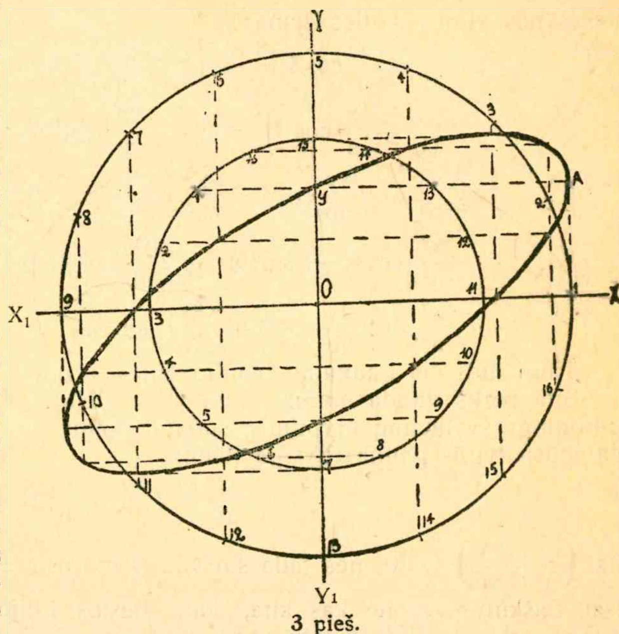


2 pieš.

Tegu abudu materialiai taškai pradeda savo judėjimą priešingomis kryptimis taške A tuo pačiu laiku, bet atlieka savo judėjimus ratu ne pilnai tuo pačiu laiku, taip kad tarp periodų reiškiasi mažas skirtumas. Tegu kairysis judėjimas bus greitesnis kaip dešinysis judėjimas. Jeigu periodų skirtumas nedidelis, tai atliekant pirmą apsisukimą ratu abudu materialiai taškai susitiks gan greit taške C ir vėliau gan greit taške A. Taigi per pirmą apsisukimą tų taškų judėjimas gali būti pakeistas harmoningu švytavimu išilgai linijos AC. Bet praslinkus keletai pilnų apsisukimų, kairysis taškas (kuris slenka iš dešinės į kairę pusę) jau anksčiau pasieks tašką C kaip dešinysis taškas. Taigi abudu materialiai taškai susitiks dabar jau nebe taške C, bet taške $C_1$ tarp taškų C ir D, o vėliau susitiks nebe taške A, bet taške $A_1$ tarp A ir B. Vadinasi, atstojamasai harmoningas švytavimas šitam periodui vyks išilgai linijos $A_1$ $C_1$ ir bus pasisukęs tam tikru kampu atstojamojo harmoningo švytavimo išilgai linijos AC atžvilgiu. Aišku, kad ilgainiui tas pasisukimo kampas bus vis didesnis ir didesnis, vadinasi, kryptis atstojamojo harmoningo švytavimo, kuriuo galima pakeisti dviejų materialių taškų judėjimai ratu priešingomis kryptimis ir nevisiškai vienodu periodu, suksis. Taigi šiuo atveju galima formuluoti tokia teorema: Du tolyginiai judėjimai ratu priešingomis kryptimis, esant mažam skirtumui tų judėjimų periodų, yra ekvivalentingi paprastam harmoningam švytavimui, vykstančiam išilgai tiesios linijos, kuri pamaži sukasi greitesnio judėjimo ratu prasme.

Sudėsime dabar du to paties periodo paprastus harmoningus švytavimus statmenai vienas kito atžvilgiu, bet nevienodų amplitudų. Išspręsime šitą uždavinį grafiškai (žiūr. 3 pieš.). Tegu amplituda paprasto harmoningo švytavimo išilgai abscisos $XX_1$ bus lygi radijui didesnio išorinio rato, o amplituda paprasto harmoningo švytavimo išilgai ordinatos $YY_1$ bus lygi mažesnio vidurinio rato radijui. Tegu materialių taškų judėjimai abiejų ratų apskritimais vyksta iš dešinės į kairę pusę. Jeigu tarp tų judėjimų nėra jokio skirtumo fazės atžvilgiu, tad materialis taškas, kuris slenka didesnio rato apskritimu, eis per abscisą $XX_1$ tuo pačiu laiku, kada materialis taškas, kuris slenka mažesnio rato apskritimu, eis per ordinatą $YY_1$. Padėkime, kad judėjimas mažesnio rato apskritimu prasidėjo per $\frac{\pi}{4}$ anksčiau, kaip judėjimas didesnio rato apskritimu. Tad tarp tų dviejų judėjimų bus skirtumas fazėje $\frac{\pi}{4}$. Toks pat bus skirtumas atatinkamų paprastų harmoningų švytavimų fazėje išilgai linijos $XX_1$ ir $YY_1$. Kad grafiškai surastume atstojamąjį tų dviejų harmoningų švytavimų judėjimą, padalinsime abudu ratus į tą patį skaičių lygių dalių, pavyzdžiui, į 16 dalių, pažymėdami dalinimo taškus

iš eilės skaitmenimis 1, 2, 3, 4, ....16, pradedant nuo judėjimo pradžios ir einant judėjimo prasme. Taigi kada materialis taškas, kuris slenka išorinio didesnio rato apskritimu, eina per tašką, pažymėtą skaitmeniu 1 ant linijos $XX_1$, materialis taškas, kuris slenka išvidinio mažesnio rato apskritimu, eina irgi per tašką, pažymėtą skaitmeniu 1, bet kampiniam atokume nuo ordinatos $YY_1 \frac{\pi}{4}$. Taigi ir padalinimai ant šito išvidinio rato reikia pradėti nuo taško 1 ir tęsti judėjimo prasme. Tokiomis sąlygomis abudu materialiai taškai tam tikrais laiko momentais eis per taškus, pažymėtus ant abiejų ratų tais pačiais skaitmenimis. Kad surastume atstojamąjį dviejų tokių harmoningų švytavimų judėjimą, pasielgsime taip. Paimsime taško, slenkančio didesniu ratu, padėtį, pažymėtą skaitmeniu 1 (vadinasi, judėjimo pradžią). Tuo momentu paprasto harmoningo švytavimo atsilenkimas išilgai linijos $XX_1$ bus lygus išorinio didesnio rato radijui, būtent, bus lygus 01. Tuo pačiu momentu materialis taškas, kuris slenka mažesniu ratu, bus taške, pažymėtame irgi skaitmeniu 1, o atatinkančio paprasto harmoningo švytavimo atsilenkimas bus išreikštas linija Oy=Al. Sudėdami tuos du atsilenkimus, einant paralelogramo dėsniu, mes gausime atstojamojo judėjimo padėtį, pažymėtą tašku A. Vadinasi, atstojamajam vektoriui surasti reikia sudėti komponentinius vektorius Ol ir Oy=Al arba, ištiesus iš taško 1 ant abscisos $XX_1$ liniją lygiagrečiai ordinantai $YY_1$, ištiesti iš taško 1 ant išvidinio mažesnio rato liniją lygiagrečiai abscisai $XX_1$ iki persikertant su linija Al. Persikirtimo taškas A ir duos mums atstojamojo judėjimo padėtį. Paimsime dabar slenkančių dviem ratais taškų padėtis, pažymėtas skaitmeniu 2. Paprasto harmoningo švytavimo išilgai $XX_1$ atsilenkimas tuo momentu bus lygus linijai Ox, o paprasto harmoningo švytavimo išilgai $YY_1$ atsilenkimas bus $Oy^1$. Kad surastume atstojamąjį atsilenkimą arba atstojamojo judėjimo taško padėtį šituo momentu, vėl iš taško 2 ant didesnio rato ištiesime liniją, lygiagrečiai $YY_1$ iki persikertant su linija, ištiesta lygiagrečiai $XX_1$ išeinant iš taško 2 ant išvidinio rato. Kur tos dvi linijos persikerta, ten ir bus atstojamojo judėjimo padėtis. Tą pat padarysime judėjimo padėtims, pažymėtoms ant abiejų ratų skaitmeniu 3: čia paprasto harmoningo švytavimo išilgai $XX_1$ atsilenkimas bus 011, o paprasto harmoningo švytavimo išilgai $YY_1$ atsilenkimas bus 0 (nes šituo momentu svyruojantis projekcijos taškas eis kaip tiktai per abscisą $XX_1$). Vadinasi, atstojamasai atsilenkimas bus išreikštas čia linija 011 ir atstojamojo judėjimo taško padėtis bus taške, pažymėtame skaitmeniu 11. Taip elgdamiesi mes grafiškai surasime atstojamojo judėjimo atsilenkimus įvairiems viso švytavimo periodo momentams ir, vadinasi, surasime tiems momentams atstojamojo judėjimo taško padėtis, pažymėtas A, 11, 6, 3 ir t. t. Jungdami šituos taškus linijomis mes gausime, turėdami labai daug tokių taškų, uždarytą kreivą liniją, kuri kalbamuoju atveju bus ne kas kita, kaip elipsė. Taigi atstojamasai dviejų to paties periodo, bet nevienodų amplitudų paprastų harmoningų švytavimų judėjimas statmenai vienas kito atžvilgiu, esant fazių skirtumui $\frac{\pi}{4}$, gali būti išreikštas elipse.



3 pieš.

Išspręsime dabar tą patį uždavinį analitiškai, pažymėję harmoningų švytavimų amplitudas ant didesnio ir mažesnio rato raidėmis a ir b ir fazių skirtumą raide $\delta$. Tad tų abiejų harmoningų švytavimų lygtis bus:

$$x = a \cos \varphi$$
$$y = b \cos (\varphi + \delta)$$

Iš čia eina: $\frac{y}{b} = \cos (\varphi + \delta) = \cos \varphi \cos \delta - \sin \varphi \sin \delta = \frac{x}{a} \cos \delta - \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)^{1/2} \sin \delta$ $\left(\text{nes } \cos \varphi = \frac{x}{a}\right)$.

Iš paskutinės lygties išeina:

$$\frac{y}{b} - \frac{x}{a} \cos \delta = - \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)^{1/2} \sin \delta, \text{ arba}$$
$$\left(\frac{y}{b} - \frac{x}{a} \cos \delta\right)^2 = \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) \sin^2 \delta, \text{ arba}$$
$$\frac{y^2}{b^2} - 2 \frac{xy}{ab} \cos \delta + \frac{x^2}{a^2} \cos^2 \delta = \sin^2 \delta - \frac{x^2}{a^2} \sin^2 \delta, \text{ arba}$$
$$\frac{x^2}{a^2} (\cos^2 \delta + \sin^2 \delta) - 2 \frac{xy}{ab} \cos \delta + \frac{y^2}{b^2} = \sin^2 \delta, \text{ arba}$$
$$\frac{x^2}{a^2} - 2 \frac{xy}{ab} \cos \delta + \frac{y^2}{b^2} = \sin^2 \delta.$$

Taigi mes čia gauname bendrą elipsės lygtį.

Šita lygtis duoda mums numatyti sudėtinio judėjimo orbitą iš dviejų paprastų harmoningų švytavimų kryptimis, sudarančiomis tiesų kampą. Pavyzdžiui, kada $\delta = 0$, tada mūsų lygtis gauna tokį pavidalą:

$$\frac{x^2}{a^2} - 2 \frac{xy}{ab} + \frac{y^2}{b^2} = 0,$$

arba $\left(\frac{x}{a} - \frac{y}{b}\right)^2 = 0$, nes tada $\sin^2 \delta = 0$ ir $\cos \delta = 1$. Iš šitos lygties išeina $y = \frac{b}{a} x$. Tasai reiškinys yra ne kas kita, kaip tiesios linijos lygtis, kuri eina per judėjimo pradžią, arba per koordinatų pradžią, ir kuri su abscisos linija arba su x linija sudaro kampą, kurio tangentas yra lygus $\frac{b}{a}$. Vadinasi, sudedant du paprastus harmoningus švytavimus tiesiu kampu vienas kito atžvilgiu ir su amplitudomis b ir a, esant fazių skirtumui lygiam 0, mes gausime atstojamąjį švytavimą tiesia linija lygtimi $y = \frac{b}{a} x$ apibrėžta.

Kada $\delta = \pi$, vadinasi, esant priešingoms švytavimo fazėms, $\sin^2 \delta = 0$, o $\cos \delta = -1$, ir tada bendra elipsės lygtis virsta lygtimi: $\left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b}\right)^2 = 0$, iš kur eina $y = -\frac{b}{a} x$. Tai irgi bus lygtis tiesios linijos, einančios per koordinatų pradžią ir sudarančios su x linija kampą, kurio tangentas yra lygus $-\frac{b}{a}$. Vadinasi, ir šituo atveju atstojamasai švytavimas, arba atstojamasai judėjimas, vyks tiesia linija, tik kitaip orientuota abscisos x atžvilgiu.

Kada fazių skirtumas bus $1/4$ arba $3/4$, arba $5/4$ ir t. t., vadinasi, kada $\delta = \frac{\pi}{2}$ arba $\frac{3\pi}{2}$ arba $\frac{5\pi}{2}$ ir t. t., tad $\sin^2 \delta = 1$ ir $\cos \delta = 0$, ir bendra elipsės lygtis gauna pavidalą

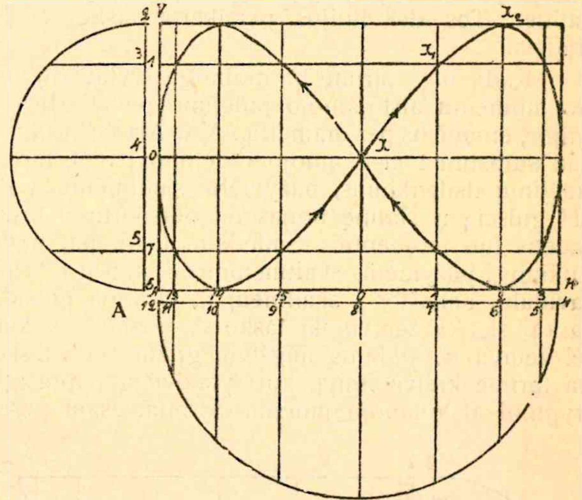
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Tai ir bus elipsė, kurios pusašys yra respektyviai lygios a ir b ir sutampa su ašimis x ir y. Vadinasi, sudedant du harmoningus švytavimus tiesiu kampu vienas kito atžvilgiu ir su amplitudomis a ir b, esant fazių skirtumui 1/4, arba nelygiam 1/4 skaičiui, atstojamojo judėjimo orbita bus elipsė.

Pagaliau, jeigu švytavimo amplitudos lygios, vadinasi, kada $a = b$, mes gausime lygtį $x^2 + y^2 = a^2$. Tai bus rato lygtis. Vadinasi, tokių dviejų švytavimų atstojamasai judėjimas vyks rato apskritimu, kaip jau mes tai matėme anksčiau (kada dviejų švytavimų tiesiu kampu vienas kito atžvilgiu amplitudos lygios ir kada fazių skirtumas bus 1/4 arba nelygus 1/4 skaičius).

Kelias, kuriuo slenka taškas kaip išdava dviejų paprastų harmoningų judėjimų tiesiu kampu vienas kito atžvilgiu, vadinasi Lissajou figūra. Vadinasi, pažymėtos atstojamųjų judėjimų trajektorijos, kaip tiesi linija, elipsė ir ratas, yra Lissajou figūros. Visais tais atvejais mes turėjome to paties periodo švytavimus, tik įvairių amplitudų ir esant tam tikram fazių skirtumui.

Bet tos atstojamojo judėjimo trajektorijos, arba orbitos, darosi painesnės ir dažnai turi gražią simetrišką pavidalą, kada susideda du paprasti harmoningi švytavimai tiesiu kampu vienas kito atžvilgiu, bet nevienodo periodo. Duosime čia pavyzdį, kaip geometriškos konstrukcijos keliu galima surasti tokio atstojamojo judėjimo orbita. Tegu vienas komponentinis paprastas harmoningas judėjimas vyksta vertikale linija, o kitas gulsčia linija. Tegu gulsčio švytavimo periodas bus dusyk didesnis kaip vertikalio, arba statinio, švytavimo periodas, ir pagaliau tegu amplituda gulsčio švytavimo bus 1,25 sykių didesnė, kaip amplituda statinio švytavimo. Ištiesime vertikalę, arba statinę, liniją AV tam tikro ilgio ir gulsčią liniją AH 1,25 sykių ilgesnę kaip AV (žiūr. 4 pieš.). Aprašysime apie šitas linijas, kaip apie diametrus, pusračius ir padalinsime diametro AV pusratį į 4 lygias dalis, o diametro AH pusratį į 8 lygias dalis (arba aplamai mažesnio periodo pusratį į n dalių, o didesnio periodo pusratį į m dalių, taip kad santykis n : m būtų lygus periodų santykiui).



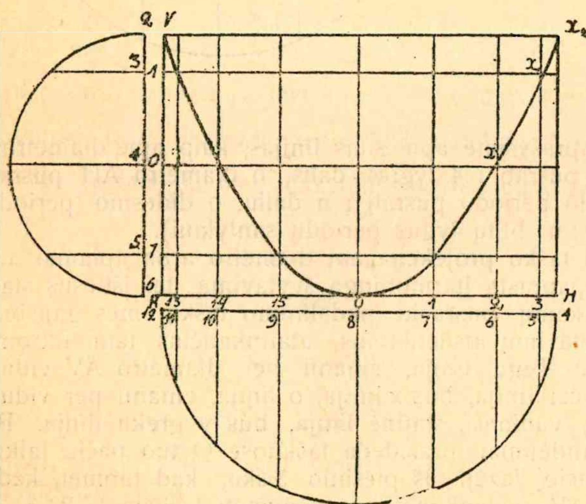

4 pieš.

Kadangi slenkant taškui ratu, to taško projekcija ant diametro arba aplamai ant linijos, lygiagrečios diametrui, atlieka paprastą harmoningą švytavimą, tai ištiesus statmenis diametrams AV ir AH iš atatinkamų pusračių padalinimo taškų, mes gausime ant diametrų paprastų harmoningų švytavimų atsilenkimus, atatinkančius tam tikroms slenkančių pusračiais taškų padėtims. Tegu linija, einanti per diametro AV vidurį statmenai tam diametrui, vadinasi, gulsčia linija, bus x linija, o linija, einanti per vidurį diametro AH tam diametrui statmenai, vadinasi, statinė linija, bus y-grekų linija. Be to, tegu abudu paprasti harmoningi judėjimai prasideda taškuose O tuo pačiu laiku. Vadinasi, mes imame judėjimus toj pačioj fazėj. Iš piešinio aišku, kad tuomet, kada statinio harmoningo judėjimo išilgai AV atsilenkimai bus pažymėti taškais 1, 2, 3, 4, 5 ir t. t., tai ir gulsčio harmoningo judėjimo išilgai AH atsilenkimai bus irgi pažymėti skaitmenimis 1, 2, 3, 4, 5 ir t. t. Bet atsilenkimas ant statinės linijos, pažymėtas skaitmeniu 1, atatinka fazei $\frac{\pi}{8}$, atsilenkimas, pažymėtas skaitmeniu 2 — fazei $\frac{\pi}{4}$, atsilenkimas, pažymėtas skaitmeniu 3 — fazei $\frac{3\pi}{8}$ ir t. t. O atsilenkimai, pažymėti tais pačiais

skaitmenimis ant gulsčios linijos, atatinka fazėms $\frac{\pi}{16}, \frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{16}, \frac{\pi}{4}$ ir t. t. Taigi aišku iš piešinio, kad švytavimai išilgai gulsčios linijos AH yra dusyk lėtesni, kaip švytavimai ant statinės linijos AV ir, vadinasi, jeigu mes paimsime ant statinės linijos fazę, pažymėtą bet kuriuo skaitmeniu, tai ant gulsčios linijos ta pati fazė bus pažymėta dusyk didesniu skaitmeniu. Taip fazė $\frac{\pi}{4}$ ant statinės linijos AV pažymėta skaitmeniu 2, o ant gulsčios linijos AH — skaitmeniu 4. Bet per taškus, pažymėtus tais pačiais skaitmenimis, statinis ir gulsčias judėjimas eis tais pačiais laiko momentais. Taigi, kad surastume tokių dviejų harmoningų švytavimų atstojamojo judėjimo orbitą arba kreivąją, mes galime pasielgti čionai taip pat kaip sudėdami du to paties periodo harmoningus švytavimus (žiūr. 3 pieš.).

Kadangi čia, prasidedant judėjimams, skirtumo fazėje nėra, tai, kad surastume atstojamojo judėjimo padėtį judėjimo pradžioj, ištiesime per taškus 0 dvi linijas: gulsčią ir statinę. Tos dvi linijos persikerta taške x. Tas taškas ir bus atstojamojo judėjimo pradžia.

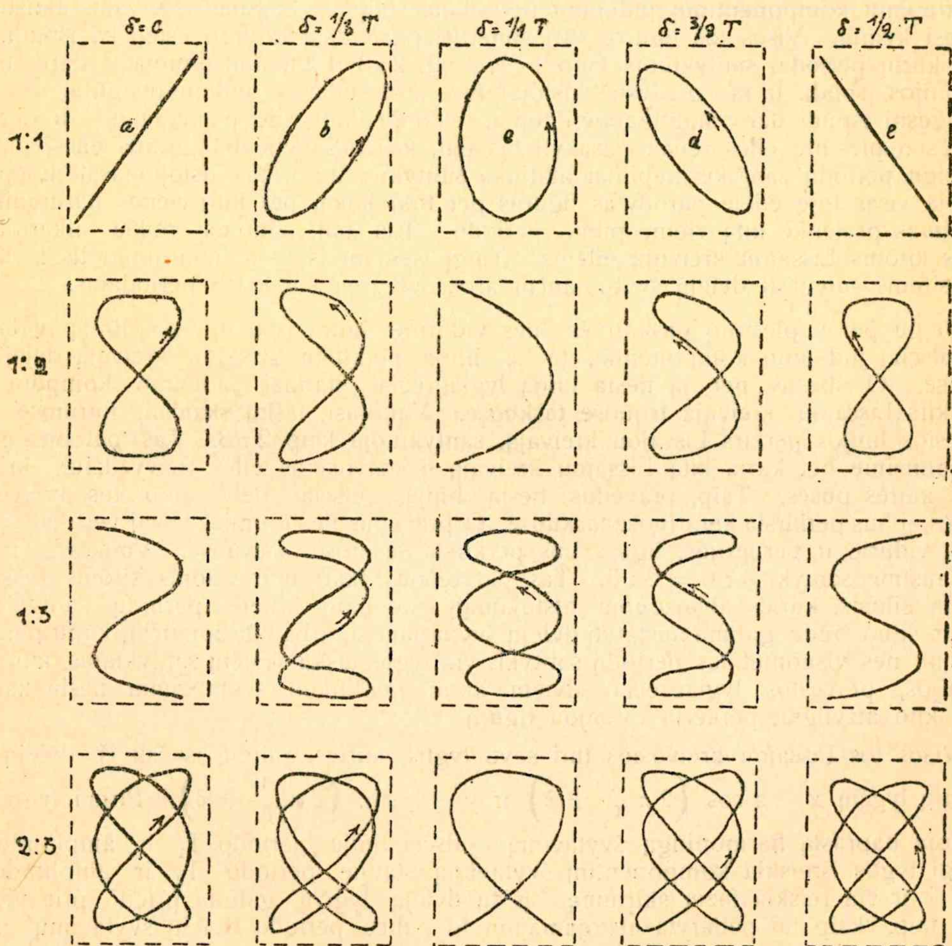
Kada mes turime harmoningų švytavimų atsilenkimus, pažymėtus skaitmeniu 1, tai tuo momentu atstojamojo judėjimo padėtis bus irgi ant persikirtimo gulsčios ir statinės linijos, einančios per diametrą AV ir AH taškus, pažymėtus skaitmeniu 1. Tai bus taškas $x_1$. Kad surastume atstojamojo judėjimo padėtį tuo momentu, kada mes turime harmoningų judėjimų atsilenkimus, pažymėtus skaitmeniu 2, ištiesime iš taško 2 ant abiejų linijų AV ir AH gulsčią ir statinę linijas iki persikirtimo taške $x_2$. Tai ir bus atstojamojo judėjimo padėtis tuo momentu. Sudėdami tokiu pat būdu paprastų harmoningų judėjimų atsilenkimus, pažymėtus skaitmenimis 3, 4, 5 ir t. t. mes gausime kreivą liniją dvigubos kilpos pavidalu, panašios į skaitmenį 8, ta kilpa prasideda taške x, iki taško $x_2$ kyla augštyn, paskui slenka žemyn iki taško 2, paskui vėl kyla augštyn iki taško x ir toliau, slenka vėl žemyn ir, kildama augštyn, grįžta vėl į tašką x, atlikus vieną periodą. Taigi mes čia turime kreivą liniją, kuri yra dviejų paprastų harmoningų švytavimų statine ir gulsčia kryptimi atstojamojo judėjimo orbita, esant periodų santykiui kaip 2 : 1. Šitas periodų santykis, arba intervalas, vadinasi oktava (čia terminas paimtas iš garso mokslo, nes ten mes turime pagrindinį toną ir oktavą tada, kada jų periodai santykiuoja kaip 2 : 1).



5 pieš.

Konstruosime dar geometriškai atstojamojo judėjimo orbitą nurodytiem dviem harmoningiem paprastiem švytavimam, bet esant fazių skirtumui $\frac{\pi}{4}$ ta prasme, kad gulsčias judėjimas yra pasistūmęs pirmyn $^1/_8$ savo periodo dalimi nuo savo pusiausviros padėties tada, kada statinis judėjimas eina per pusiausvirą padėtį. Ištiesime vėl statinę ir gulsčią linijas—pastarąją 1,25 sykių ilgesnę kaip statinę — ir ant tų linijų, kaip ant diametrų, nupiešime pusračius (žiūr. 5 pieš.). Padalinsime pusratį ant AV į 4 lygias dalis, pusratį ant AH į 8 lygias dalis, ir iš padalinimo taškų ištiesime statmenis diametrams AV ir AH. Tų statmenų galai ant diametrų, pažymėti skaitmenimis 0, 1, 2, 3, 4, 5, ir t. t., duos mums paprastų harmoningų judėjimų atsilenkimus tais pačiais laiko momentais. Kadangi mes priėmėme, kad gulsčias judėjimas per $^1/_8$ periodo dalį yra nužengęs pirmyn sulyginus su statiniu judė-

jimu judėjimo pradžioje, tai, kad būtų surasta atstojamojo judėjimo pradžia, reikia ištiesti iš taško O ant statinio diametro AV gulsčia linija ir iš taško 2 ant gulsčio diametro AH (nes tasai taškas kaip tik duoda gulsčio judėjimo padėtį per 1/8 judėjimo periodo dalį) statinė linija. Tos dvi linijos persikerta taške x, kur ir bus atstojamojo judėjimo pradžia. Toliau ištiesime gulsčią liniją per tašką 1 ant statinės linijos AV ir statinę liniją per tašką 3 ant gulsčios linijos AH iki persikirtimo taške $x_1$. Tai bus atstojamojo judėjimo padėtis per 1/8 dalį periodo nuo pradžios judėjimo ant statinės linijos AV. Toliau, ištiesime gulsčią liniją per tašką 2 ant AV ir statinę liniją per tašką 4 ant AH iki persikirtimo taške $x_2$. Tai bus atstojamojo judėjimo padėtis per 1/4 periodo, skaitant nuo pradžios judėjimo ant statinės linijos AV. Elgdamiesi taip toliau mes gausime kreivą liniją $V0xx_1x_2$ kaip atstojamojo judėjimo orbitą dviejų paprastų harmoningų švytavimų, kurių periodai santykiuoja kaip 1 : 2 ir kurie iš pradžios skiriasi fazėje $\frac{\pi}{4}$.




6 pieš.

Augščiau aprašytos geometriškos konstrukcijos keliu galima nupiešti atstojamųjų judėjimų orbitas dviejų paprastų harmoningų švytavimų išilgai dviejų tiesių linijų, sudarančių tiesų kampą viena su kita, įvairių periodų ir įvairių fazių skirtumų. 6 piešinys duoda eilę tokių orbitų — eilę vadinamųjų Lissajou kreivųjų. Piešinio viršuje iš

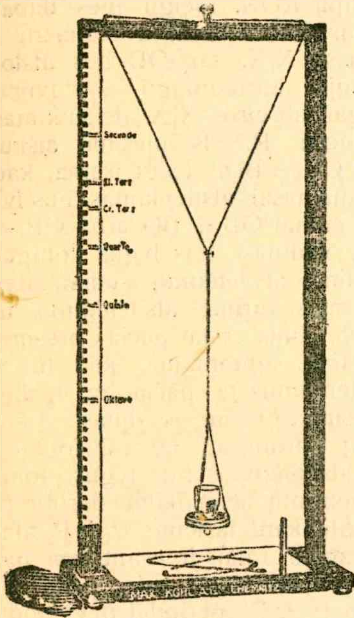
kairės į dešinę pusę parodytas fazių skirtumas, o iš kairės piešinio pusės iš augštų žemyn parodytas periodų santykis. Taip sudėję du to paties periodo švytavimus, bet įvairių amplitudų, mes gausime atstojamąjį judėjimą tiesia linija esant fazių skirtumui 0 ($\delta = 0$). Taip pat gausime tiesią liniją e, kada $\delta = \frac{T}{2}$ arba $\delta = \pi$ ir eilipses b, c ir d esant fazių skirtumui $\delta = \frac{T}{8} \left(\delta = \frac{\pi}{4}\right)$, $\delta = \frac{T}{4} \left(\delta = \frac{\pi}{2}\right)$ ir $\delta = {}^3/_8\ T\ (\delta = {}^3/_4\ \pi)$. Esant mažam periodų skirtumui tų dviejų harmoningų švytavimų atstojamasai judėjimas iš eilės nupieš visas tas figūras per tokį laiką, kuris reikalingas, kad vienas komponentinis švytavimas pralenktų kitą vienu pilnu švytavimu. Antra 6 piešinio eilė kreivųjų atvaizduoja atstojamąjį judėjimą dviejų paprastų harmoningų švytavimų tiesiu kampu vienas kito atžvilgiu, santykiuojant periodams kaip 1 : 2 (akustikoje kaip pagrindinis tonas ir oktava). Ketvirta 6 piešinio kreivųjų eilė atvaizduoja atstojamąjį judėjimą santykiuojant komponentinių judėjimų periodams kaip 2 : 3. Šitas intervalas akustikoje vadinasi kvinta. Visos tos figūros turi simetrišką pavidalą ir daro estetišką įspūdį. Du tonai, kurių periodai santykiuoja kaip 1 : 1, 1 : 2, 2 : 3 ir t.t. konsonuoja ir daro mums harmonijos įspūdį. Ir juo gražesnė atstojamojo, arba sudėtino, judėjimo figūra, juo harmoningesnį įspūdį daro atatinkamieji tonai, skambėdami tuo pačiu laiku. Ir del paskutinės 6 piešinio eilės reikia pasakyti tas pat, kas pasakyta del pirmos eilės, būtent, kad jeigu periodų santykis nepilnai atatinka santykiui 2 : 3, tai atstojamasai judėjimas nupiešia visas toje eilėje parodytas figūras per tokį laiką, per kurį vienas harmoningas švytavimas pralenkė kitą vienu pilnu periodu. Tas pat, žinoma, reikia atkartoti ir visoms kitoms Lissajou kreivųjų eilėms. Taigi išeinant iš to galima naudotis Lissajou kreivosiomis sulyginti dviejų švytuojančių arba svyruojančių kūnų periodams.

Jeigu per 6 piešinio paskutinės eilės vidurinę figūrą ištiestų tiesią liniją lygiagrečiai gulsčiai judėjimo komponentai, tai ta linija perkirstų Lissajou kreivąją dviejuose taškuose. O ištiesus per ją tiesią liniją lygiagrečiai statinei judėjimo komponentai, ji perkirs Lissajou kreivąją trijuose taškuose. Vadinasi, taškų skaičiai, kuriuose šitos dvi tiesios linijos perkirs Lissajou kreivąją, santykiuoja kaip 2 : 3. Tas pat bus, jeigu mes paimsime bet kurią kitą Lissajou kreivąją iš tos pačios eilės, pavyzdžiui, kraštutinę iš kairės pusės. Taip, pravedus tiesią liniją gulsčiai netoli nuo tos kreivosios viršūnės, ji bus perkirsta keturiuose taškuose. O pravedus tiesią liniją stačiai vertikaliai tarp figūros vidurio ir periferijos, figūra bus perkirsta šešiuose taškuose. Vadinasi, ir vėl mes gausime santykį 4 : 6 = 2 : 3. Tas pat reikia atkartoti ir visoms kitoms Lissajou kreivųjų eilėms, kurios atvaizduoja atstojamąjį judėjimą kitiems periodų santykiams. Taigi ir šituo būdu galima nustatyti dviejų švytuojančių, arba vibruojančių, kūnu periodų santykiai, nes visuomet tas periodų santykis yra lygus taškų skaičių santykiams, kuriuose dvi linijos, pravestos lygiagrečiai dviem komponentiniam švytavimam tiesiu kampu vienas kito atžvilgiu, perkerta Lissajou figūrą.

Visos tos Lissajou kreivosios turi savo lygtis, kurias galima išvesti iš dviejų pagrindinių lygčių $x = a \cos \left(2\pi \frac{t}{T_1} + \delta\right)$ ir $y = b \sin. \left(2\pi \frac{t}{T_2} + \delta\right)$. Pirma lygtis atvaizduoja paprastą harmoningą švytavimą gulsčia linija periodo $T_1$ ir amplitudos a, antra gi lygtis išreiškia komponentinį švytavimą statine periodo $T_2$ ir amplitudos b linija. $\delta$ ir čia reiškia fazių skirtumą. Iš tų dviejų lygčių galima prieiti prie vienos lygties taip, kaip tai padaryta atstojamajam to paties periodo dviejų švytavimų judėjimui statmenai vienas kito atžvilgiu, bet skirtingų amplitudų ir esant fazių skirtumui $\delta$.

Įvairias Lissajou figūras galima gauti vadinamąja dviguba Airy švytuokle, kurią vaizduoja 7 piešinys. Mes čia turime medinius rėmus ant medinės lentos, kurią galima užkloti balto popiergalio lapu. Į viršutinės rėmų skersinės vidurį įgręžta skylė, į kurią įdėtas medinis kuolelis. Iš abiejų kuolelio pusių skersai išgręžtos dar dvi mažesnės skylės. Per tas skyleles išvesti stipraus siūlo galai, apsukti apie kuolelį. Paskui

tie siūlo galai praleisti per dvi skyleles mažučio skritulio su sraigtu, kuriuo galima tas skritulys kietai sujungti su siūlais arčiau ar toliau nuo lentos. Praleisti per skritulio skyleles abudu siūlai netoli nuo lentos sueina į vieną mazgą, nuo kurio eina trys siūlai kietai sujungti su didesniu ir sunkesniu skrituliu, per kurio vidurį išgręžta skylė. Į šitą skylę galima įdėti koštuvėlį su smulkiu smėliu arba su bet kuriais nudažytais milteliais. Ant vienos rėmų šoninės yra skala vieno metro ilgio, padalinta į centimetrus. Aišku, kad šituo prietaisu galima naudotis kaip paprasta švytuokle, kurios ilgis bus lygus atokumui nuo viršutinės rėmų skersinės apačios ligi apatinio skritulio vidurio, nes šitas skritulys vaidina čia švytuoklės lęšio vaidmenį. Su kuoleliu užsukant ant jo siūlą arba nuvyniojant nuo jo siūlą galima mainyti tos švytuoklės ilgį— daryti ją trumpesnę arba ilgesnę. Bet tuo pačiu laiku tas prietaisas veikia kaip dvi švytuoklės nevienodo periodo, nes einant nuo mažučio skrituliuko (mazgo) mes turime čia kitą trumpesnę švytuoklę, kurios ilgis yra lygus atokumui nuo šito skrituliuko ligi sunkaus skritulio viduriu. Jeigu dabar atlenkti, ištempus siūlą, sunkų skritulį, sakysime, į priešakį, tai ilgesnė švytuoklė švytuos tiesia linija iš priešakio į užpakalį ir atgal. Jeigu gi atlenkti trumpesnė švytuoklė, imant nuo mazgo, sakysime, iš kairės į dešinę pusę, tai ta trumpesnė švytuoklė švytuos tiesia linija iš dešinės į kairę pusę ir atgal, vadinasi, švytuos linija, sudaranti tiesų kampą su ilgesnės švytuoklės švytavimo linija. Taigi aišku, kad jeigu mes atlenksime, ištempę siūlą, sunkų skritulį nuožulniai, tai mes turėsime tuo pačiu laiku du švytavimus tiesiu kampu vienas kito atžvilgiu įvairių periodų ir įvairių amplitudų. Švytuojant taip, smėlys arba milteliai iš koštuvėlio nupieš mums atstojamąjį šitų dviejų švytavimų judėjimą, ir mes gausime tą ar kitą Lissajou kreivąją. 7 piešinys kaip tik atvaizduoja tokį dviejų švytuoklių ilgių santykį, kuris atatinka intervalui, vadinamam kvarta, kitaip sakant, periodų santykiui 4:3, nes trumpesnės švytuoklės ilgis skaitant nuo mazgo bus čia 56,25 cm., o ilgesnės švytuoklės ilgis 100 cm., vadinasi, švytuoklių ilgiai santykiuoja kaip 100 : 56,25 ir periodai kaip 4 : 3,



7 pieš.

nes $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$, kitaip sakant, periodai santykiuoja kaip kvadratinės šaknys iš ilgių.

Pastūmus mažutį skrituliuką (mazgą) žemyn tiek, kad atokumas nuo to mazgo iki sunkaus skritulio viduriu būtų 25 cm. ir su kuoleliais nustačius atokumą nuo viršutinės skersinės apačios iki sunkaus skritulio viduriu 100 cm. mes turėsime dvi švytuokles, kurių ilgiai santykiuos kaip 25 : 100 = 1 : 4. Vadinasi, periodai jų santykiuos kaip 1 : 2. Taigi mes tada turėsime intervalą, vadinamą oktava, ir smėlys, birantis iš koštuvėlio, nupieš vieną iš 6 piešinio kreivųjų antros eilės. Yra dar eilė ir kitokių aparatų, vadinamųjų harmonografų, kuriais galima sudėti du, trys ir net daugiau paprastų harmoningų švytavimų įvairiomis linkmėmis, įvairių periodų, įvairių amplitudų ir įvairių fazių skirtumų.

Jeigu mes turime eilę švytavimų to paties periodo ir ta pačia linija, bet įvairių amplitudų ir įvairių fazių, tai tokie švytavimai sudedami vektorinių didžių sudėties taisykle (paralelogramo dėsniu). Tegu linija $OP_1$ (žiūr. 8 pieš.) bus vieno tokio švytavimo amplituda, o linija $OP_2$ — kito tokio švytavimo amplituda. Tegu taškai $P_1$ ir $P_2$ slenka atatinkamais ratais prieš laikrodžio rodyklę, vadinasi, iš dešinės į kairę pusę. Tada kampas $P_1 OP_2$ bus tų švytavimų fazių skirtumas. O komponentinių harmoningų

švytavimų išilgai abscisos $X_1X$ atsilenkimai, atatinką taškų $P_1$ ir $P_2$ padėtims, bus išreikšti linijomis OB ir OC. Ištiesime dabar iš taško $P_1$ liniją $P_1$ R lygią linijai $OP_2$ ir lygiagrečiai jai. Sujungsime taškus O ir R linija. Tad aišku, kad OR bus amplituda atstojamojo judėjimo, kuris atatinka taško R judėjimui prieš laikrodžio rodyklę ratu, aprašytu radijum OR. Šito atstojamojo judėjimo tokio pat periodo, kaip ir komponentiniai judėjimai, fazė bus išreikšta čia kampu ROX. Jeigu mes dabar iš taško R nuleisime statmenį į abscisą $X_1X$, tai OD bus atstojamojo harmoningo švytavimo išilgai abscisos $X_1X$ atsilenkimas padėčiai R. Iš piešinio aišku, kad OC = BD. Taigi išeina, kad atstojamasai atsilenkimas bus lygus čionai OB + BD arba OB + OC, vadinasi, bus lygus komponentinių atsilenkimų sumai, nes čia mes turime atsilenkimus ta pačia linija ir ta pačia prasme. Savaime suprantama, kad turint atsilenkimus ta pačia linija, bet priešinga prasme (vadinasi, esant fazių skirtumui $\delta = \pi$) atstojamasai atsilenkimas bus lygus komponentinių atsilenkimų skirtumui.

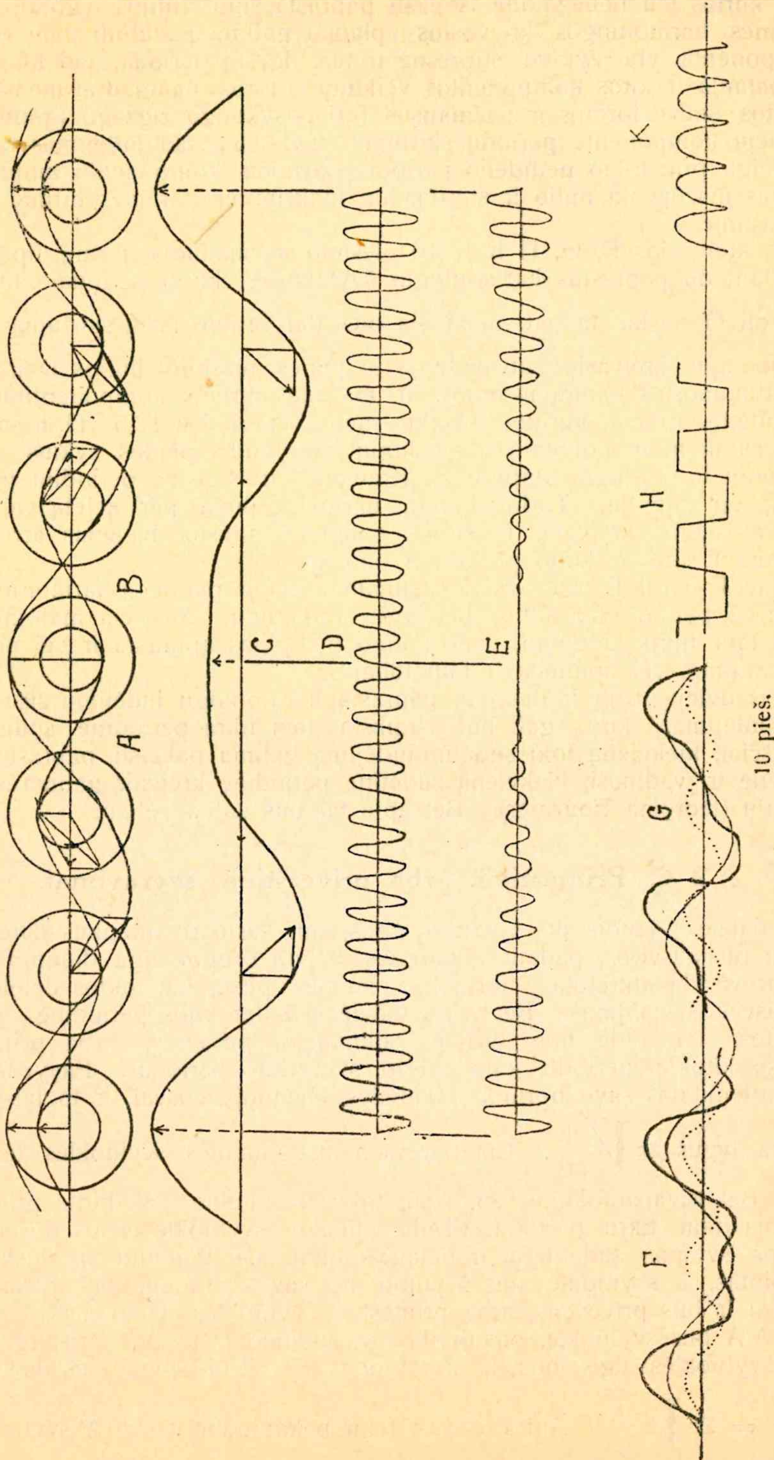
8 pieš.

Slenkant taškams $P_1$ ir $P_2$ atatinkamais ratais ir esant tam pačiam jų judėjimų periodui, paralelogramas $P_1OP_2R$ suksis iš dešinės į kairę pusę nemainydamas savo formos (konfigūracijos). Bet jeigu taškų $P_1$ ir $P_2$ periodai nevienodi, tai figūra (konfigūracija) nuolat mainysis.

Tegu linijos OA, OB, OC, OD ir OE (žiūr. 9 pieš.) atvaizduoja amplitudas eilės paprastų harmoningų švytavimų išilgai abscisos $X_1X$ to paties periodo ir fazių AOX, BOX, COX ir t. t. Kad surastume atstojamojo švytavimo amplitudą, iš taško A ištiesime liniją Ab, lygią OB ir lygiagrečią jai, ir sujungsime taškus O ir b. Tad Ob bus atstojamojo švytavimo amplituda linijoms OA ir OB. Iš taško b ištiesime liniją bc, lygią OC ir lygiagrečią jai, ir sujungsime taškus O ir c. Tad linija Oc bus atstojamojo švytavimo amplituda del OA, OB ir OC. Iš taško c ištiesime liniją dc, lygią OD ir lygiagrečią jai, ir pagaliau iš taško d ištiesime liniją de, lygią OE ir lygiagrečią jai. Sujungę tašką O ir e gausime liniją Oe, kuri bus atstojamojo švytavimo išilgai $X_1X$ amplituda del OA, OB, OC, OD ir OE. Vadinasi, amplitudos paprastų harmoningų švytavimų to paties periodo ta pačia tiesia linija sudedamos vektorių sudėties paprastomis taisyklėmis.

9 pieš.

Kada susideda du, trys ir daugiau paprastų harmoningų nevienodo periodo švytavimų, tai atstojamasai judėjimas išreiškiamas jau nebe sinus linija, bet sudėtinė




10 pieš.

harmoninga kreivąja, ir mes turime tada sudėtinį harmoningą judėjimą. Tokio judėjimo pavyzdį atvaizduoja 10 piešinys, A, B ir C. Čia mes turime du paprastus har-

moningus nevienodo periodo švytavimus. Periodai čia santykiuoja kaip 3 : 4. Sudedant tuos judėjimus vektorinių didžių sudėties taisyklėmis gausime sudėtinę harmoningą kreivąją C, kurios jau nebegalima išreikšti paprasta sinus linijos lygtimi.

Sudėtinės harmoningos kreivosios aplamai galima padalinti į du tipus: 1) kada viena komponenta yra žymiai stipresnė ir turi ilgesnį periodą, tad tos komponentos forma viešpatauja ir kitos komponentos veikimu ta forma daugiau ar mažiau atitolinama nuo paprastos sinus formos ir dažniausiai turi taisyklingo zigzago (gimbės) pavidalą; 2) kada dviejų komponentų periodų skirtumas nedidelis, tad judėjimas tai stiprėja, tai silpnėja. Jeigu prie tokio nedidelio periodų skirtumo komponentų amplitudos lygios, tai judėjimas mažėja iki nulio ir stiprėja iki maksimumo, ir mes turime tada vadinamuosius mušimus.

Tirštos kreivosios F, G, H ir K 10 piešinio atvaizduoja pirmą tipą. Kreivoji F gauta sudedant du paprastus harmoningus švytavimus, kurių periodai santykiuoja kaip 1 : 2. Kreivoji G reiškia tą pat, tiktai čia mes dar turime fazių skirtumą $\frac{\pi}{2}$ (arba 90°).

Antrojo tipo kreivąsias atvaizduoja to paties piešinio linijos D ir E. Linija D nupiešta vadinamosios bangų mašinos, ir čia mes turime komponentinių potvynių ir atoslūgių sudėties išdavą, kuriuos iššaukia mėnulio periodas 12,5 val. ir saulės periodas 12 valandų su mėnulio potvynių ir atoslūgių amplituda penkis sykius didesne, kaip saulės potvynių ir atoslūgių amplituda. Kreivoji D ir išreiškia periodinį judėjimą, kuris tai silpnėja, tai stiprėja. Turint bangų mašiną galima per keletą valandų nupiešti potvynių ir atoslūgių kreivąją, iš kurios galima iš anksto dvejiems arba net trejiems metams isskaityti šito reiškinio pradžią ir pabaigą.

Pagaliau kreivoji E irgi reiškia atstojamąjį dviejų paprastų harmoningų švytavimų judėjimą mažo periodo skirtumo, bet lygių amplitudų. Mes čia matome, kad pradėdamas nuo tam tikro judėjimo, maksimumo judėjimas apmiršta ir vėl pasikelia iki to paties maksimumo, vėl apmiršta ir taip toliau.

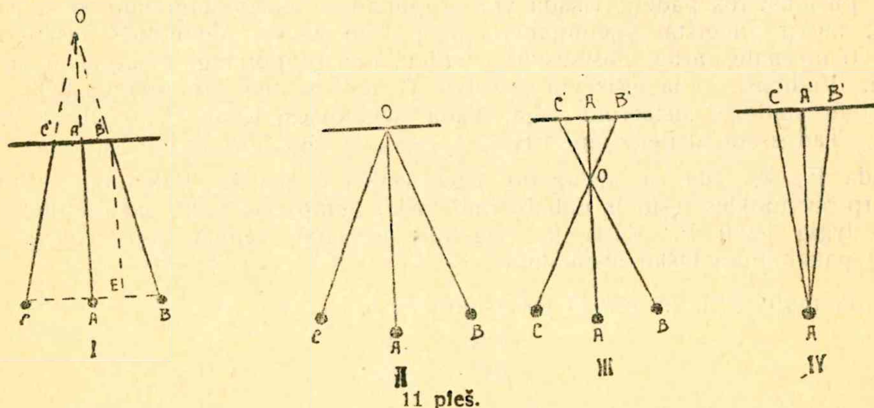
Jeigu iš dviejų, trijų ir daugiau paprastų harmoningų judėjimų susidaro sudėtinis periodinis judėjimas, kuris gali būti išreikštas tam tikra periodine sudėtine kreivąja, tai ir atvirkščiai, kiekvieną tokį sudėtinį judėjimą galima pakeisti paprastų harmoningų švytavimų eile ir, vadinasi, kiekvieną sudėtinę periodinę kreivąją galima išskaidyti į eilę sinus kreivųjų (teorema Fournier). Bet apie tai bus kalba vėliau.

## 2 §. Primestieji, arba priverstieji, svyravimai.

Jeigu dalelė svyruoja del veikimo jėgos, kuri susidaro atlenkus dalelę iš jos normalės, arba pusiausviros, padėties, kuri visada yra proporcinga didumo atžvilgiu tam atlenkimui ir visada atkreipta į normalės padėties pusę, tai tokios dalelės švytavimas vadinasi laisvas švytavimas. Bet jeigu dalelė esti dar kitos periodinės jėgos įtakoje, be nurodytos, tai tada mes turime vadinamąją priverstą, arba primestą, dalelės švytavimą su kitokiu periodu kaip laisvo švytavimo periodas. Pavyzdžiui, paprasta švytuoklė, atlenkta iš savo normalės padėties, švytuoja laisvai, ir to laisvo švytavimo periodas yra lygus $2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$. Čia L reiškia matematinės švytuoklės ilgį, o g žemės greitėjimą. Bet įsivaizduokime sau, kad tokia švytuoklė pakabinta prie taško, kuris pats svyruoja tam tikru periodu. Tada, atlenkus švytuoklę iš jos normalės padėties, ji iš pradžios švytuos sudėtingai ir netaisyklingai, bet ilgainiui jos laisvas švytavimas bus nuslopintas, ir švytuoklė ims švytuoti ne savo periodu, bet pakabinimo taško periodu. Tai ir bus priverstas, arba primestas, švytuoklės švytavimas.

Tegu A'A bus švytuoklė, pakabinta prie judamo taško A', kuris irgi gali švytuoti. Tegu tos švytuoklės ilgis bus $l_1$ ir periodas $T_1$. Tad švytuoklės laisvo švytavimo periodas $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}$. Antra vertus, tegu pakabinimo taško A' švytavimo periodas

bus T, kuris atatinka matematinės švytuoklės ilgio l periodui. Tad $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. Taigi tokia švytuoklė, atlenkta iš savo normalės padėties, ims pagaliau švytuoti periodu T, kuris atatinka matematinės švytuoklės ilgiui l. Jeigu $T > T_1$, tai ir $l > l_1$ ir, vadinasi, išeis taip, kad mūsų švytuoklė švytuoja ne švytuoklės ilgio $l_1 = A'A$ periodu, bet švytuoklės ilgio $l = OA$ periodu. Taigi šituo atveju taškas O bus augščiau taško A'. Aišku, kad šituo atveju švytuoklės lęšio ir pakabinimo taško A' fazės bus lygios. Kada pakabinimo taškas slinks iš padėties A' į padėtį B', tai tuo pačiu laiku švytuoklės lęšis slinks iš padėties A į padėtį B (žiūr. 11 pieš., I).



11 pieš.

Jeigu gi $T < T_1$, tai $l < l_1$, ir taškas O yra tada tarp A' ir A (žiūr. 11 pieš., III) Šiuo atveju pakabinimo taško ir švytuoklės lęšio fazės skiriasi per $\pi$. Kada pakabinimo taškas slenka iš padėties A' į B', tai švytuoklės lęšis slenka iš padėties A į C. Vadinasi, kiekvienu momentu pakabinimo taškas ir švytuoklės lęšis slenka priešingomis kryptimis, kaip tai matyti iš 11 piešinio, III. Iš 11 piešinio, I ir II, aišku, kad lankas, kurį nupiešia švytuoklės lęšis prie duotos pakabinimo taško amplitudos, auga artinantis taškui O prie taško A'. Kada taškas O sutampa su tašku A', tad $l = l_1$, ir pakabinimo taško švytavimo periodas yra lygus švytuoklės laisvo švytavimo periodui. Tokiuo atveju be galo mažas pakabinimo taško atsilenkimas iššauks neaprėžtai didelę švytuoklės lęšio siūbavimo amplitudą. Tuo atveju mes kalbame apie simpatetišką švytavimo suteikimą.

Kada T labai mažas sulyginus su $T_1$ ir taškas O gangreit sutampa su tašku A, tad l bus labai mažas sulyginus su $l_1$, ir švytuoklės lęšis pasiliks nejudamas per laiką, kuris reikalingas pakabinimo taškui atlikti vieną pilną svyravimą. Vienu žodžiu, tuo atveju švytuoklės lęšis nešvytuos, švytuojant pakabinimo taškui (žiūr. 11 pieš., IV). Tegu $a_1$ bus švytuoklės lęšio švytavimo amplituda, o a — pakabinimo taško švytavimo amplituda (11 pieš., I). Ištiesime liniją BA statmenai linijai A'A. Tad $AB = a_1$ ir $A'B' = a$. Iš trikampių BAO ir B'A'O panašumo eina $\frac{BA}{OA} = \frac{A'B'}{OA'}$, arba $\frac{a_1}{l} = \frac{a}{l - l_1}$. Iš čia mes turime $a_1 = a\frac{l}{l - l_1}$. Bet $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ ir $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}$. Iš čia eina $l = \frac{T^2 g}{4\pi^2}$ ir $l_1 = \frac{T_1{}^2 g}{4\pi^2}$. Pakeitus duotoje lygtyje l ir $l_1$ šitais reiškiniais mes gausime: $a_1 = a\frac{T^2}{T^2 - T_1{}^2}$ (1). Šita lygtim galima apskaityti priversto švytavimo amplitudą, žinant laisvų švytuoklės ir pakabinimo taško švytavimų periodus ir pakabinimo taško amplitudą.

Kada $T > T_1$, tai $a_1$ ir a turi tą patį ženklą. Kada $T = T_1$, tad $a_1 = \infty$. Jeigu gi $T < T_1$, tai ir $a_1$ ir a turi priešingus ženklus. Pagaliau kada $T = 0$, tai ir $a_1 = 0$ (visa tai tiesiog išeina iš [1] lygties).

Ištiesime dabar iš taško B' liniją B'E statmenai linijai A'B'. Tegu ta linija perkirs liniją AB taške E. Tad $EB = a_1 - a$.

Kada pakabinimo taškas atsilenkia iš padėties A' į padėtį B', švytuoklės lęšio pusiausviros padėtis atlenkiama iš A į E. Padėtis A vadinasi absolutinė lęšio pusiausvira, padėtis gi E jo relatyvi pusiausvira. Taigi iš analogijos $EB = a_1 - a$ vadinama relatyvus švytuoklės lęšio atsilenkimas. Jeigu laisvai švytuojant jėgą, kuri stengiasi atstatyti pusiausviros padėtį, visada yra proporcinga atsilenkimui nuo tos pusiausviros padėties, tai ir priverstai švytuojant tą jėgą, kuri veikia švytuoklės lęšį ir stengiasi atstatyti jo normalę, arba pusiausvirą, padėtį, bus proporcinga relatyviam lęšio atsilenkimui. Vadinasi, kada lęšis yra padėtyje B, ta jėga bus proporcinga $EB = a_1 - a$. Pažymėsime raide f atstatymo jėgą, kada švytuoklės lęšio atsilenkimas yra lygus vienetui. Tad esant atsilenkimui $EB = a_1 - a$, ta jėga bus $F = f\,(a_1 - a)$.

Kada $F > 0$, tada ta atstatymo jėga veikia iš B į A. Pakabinimo siūlo arba ryšio tarp švytuoklės lęšio ir pakabinimo taško įtempimas reikš pakabinimo taškui A' reakciją, lygią jėgai F. Kada ta jėga turi teigiamą ženklą, toji reakcija stengsis padidinti pakabinimo taško atsilenkimą.

Iš trikampių BEB' ir B'A'O panašumo eina:

$$\frac{EB}{BB'} = \frac{A'B'}{B'O},$$

$$\text{arba } \frac{a_1 - a}{l_1} = \frac{a}{l - l_1}.$$

Iš čia $a_1 - a = a\,\frac{l_1}{l - l_1} = a\,\frac{T_1{}^2}{T^2 - T_1{}^2}$, jeigu mes pakeisime l ir $l_1$ jų reiškiniais, išreikštais periodais.

$$\text{Taigi jėga } F = f\,(a_1 - a) = fa\,\frac{T_1{}^2}{T^2 - T_1{}^2} \qquad (2).$$

Kada švytuoklės lęšis slenka iš padėties A į B, tai ryšio reakcija pakabinimo taškui auga nuo 0 iki F. Šita reakcija stengiasi arba padidinti arba sumažinti pakabinimo taško atsilenkimą, atsižvelgiant į tai, ar $T > T_1$, ar $T < T_1$. Jeigu T savo didumu artinasi prie $T_1$, tai F artinasi prie $\pm\,\infty$.

Darbas W, atliktas švytuoklės lęšio pakabinimo taško atžvilgiu per tą laiką, kada pakabinimo taškas atsilenkia iš A' į B', yra lygus vidutiniam tos reakcijos dydžiui, padauginus atsilenkimu A'B'. Taigi darbas

$$W = \frac{F}{2} \cdot A'B' = \frac{fa}{2} \cdot \frac{T_1{}^2 a}{T^2 - T_1{}^2} = \frac{fa^2}{2} \cdot \frac{T_1{}^2}{T^2 - T_1{}^2} \qquad (3).$$

Kada $T > T_1$, tai dalis švytuoklės lęšio kinetinės energijos, kokią jis turi eidamas per pusiausviros padėtį A, atsilenkiant jam iš A į B, eikvojama pakabinimo taško atsilenkimui padidinti. Jeigu gi $T < T_1$, tai tuo atveju pakabinimo taškas atlieka darbą švytuoklės lęšio atžvilgiu, kurio energija tuo atveju visuomet yra didesnė, esant lęšiui kraštutinio atsilenkimo padėty, kaip einant jam per pusiausviros padėtį.

Lygtys (1), (2) ir (3) liečia ne tik švytuoklę, bet ir kiekvieną kūną, kuris traukiamas prie taško jėga, proporcinga atsilenkimui, ir jeigu tas taškas atlieka paprastą harmoningą švytavimą.

Šitos lygtys padės mums vėliau apskaityti priverstą švytavimą smulkių dalelių, įterptų į homogeninį mediumą, kuriame skleidžiasi bangomis energija.

**3 §. Slopinamieji švytavimai. Logaritminis slopinimo dekrementas. Pritaikinimai: svarstyklių rodyklės nulinės padėties suradimas iš eilės atsilenkimų ir lyginamojo skysčių klampumo nustatymas logaritminiu dekrementu.**

Pakabinus ant elastingos metalinės vielos sunkų kūną (pavyzdžiui, metalinį cilindrą arba skritulį), pasukus jį bet kuriuo kampu ir paleidus, tasai kūnas atliks paprastą harmoningą sukimo judėjimą. Pasukant bet kuriuo kampu kūną mes užsukame elastingą vielą ir tuo būdu iššaukiame elastingų vielos jėgų reakciją, kuri esant nedideliems atsilenkimams yra proporcinga atsilenkimo kampui $\alpha$ (kampiniai atsilenkimai čia visada išreiškiami radianais). Vadinasi ir čia, kaip ir prie paprastų harmoningų švytavimų tiesia linija, užsukus tam tikru kampu vielą, susidaro atstatymo jėga, kuri suka kūną ir vielą atgal į jų normalę, arba pusiausvirą, padėtį. Kaip jau mes žinome iš kūnų elastingumo nagrinėjimo (žiūr. II skyrius, Skysčiai ir Dujos, 10 pusl.) tai jėga yra lygi $\frac{\mu\pi r^4}{2l}$. Čia $\mu$ reiškia suktinį vielos modulį, arba vadinamąją paprastą vielos kietumą, r — vielos radijų ir l — vielos ilgį. Taigi sukamasai tos atstatomosios jėgos momentas $L_1 = -\frac{\mu\pi r^4}{2l}\alpha$ (čia imamas ženklas—, nes atstatymo jėga veikia į priešingą pusę kampiniam atsilenkimui $\alpha$). Reiškinys $\frac{\mu\pi r^4}{2l}$ susideda iš pastovių dydžių, taigi šitas reiškinys yra tam tikra konstanta, kuri pareina nuo vielos ilgio ir diametro ir nuo jos suktinio elastingumo modulio, vadinasi, mes galime parašyti:

$$\frac{\mu\pi r^4}{2l} = \beta.$$

Tad atstatymo jėgos sukamasai momentas bus $L_1 = -\beta\alpha$ (1).

Jeigu viela būtų iš tobulai elastingos medžiagos ir jos kampinius švytavimus mes sektumėm tuštumoje, tai kampinis atsilenkimas, arba kampinė švytavimų amplituda, nesimainytų ilgainiui, ir mes turėtumėm paprastus harmoningus kampinius švytavimus su nuolatine amplituda.

Bet jeigu viela su prikabintu ant jos galo cilindru yra ore, arba bet kuriame klampiame skystime, tai pasuktas tam tikru kampu cilindras švytuos arba atliks paprastą harmoningą sukimo judėjimą nuolat mažėjančia kampine amplituda. Vadinasi, čia amplituda pareis nuo laiko: ji mažės ilgainiui. Tokie kampiniai švytavimai (lygiai kaip ir panašiose sąlygose švytavimai tiesia linija) vadinasi slopinamais švytavimais, arba slopinamomis oscilacijomis, arba slopinamomis vibracijomis.

Tokiomis sąlygomis atlenktas iš savo pusiausviros padėties kūnas, arba pasuktas tam tikru kampu, yra dviejų jėgų įtakoje: jau nurodytos atstatymo jėgos, proporcingos atlenkimo, arba pasukimo, kampui, ir kitos dar jėgos, visuomet atkreiptos prieš judėjimo kryptį del trynimo jėgų arba kitų kurių lėtinančių judėjimą jėgų. Kada kūnas yra ore, arba kuriame nors kitame klampiame skystime, tai ta lėtinanti, arba slopinanti, judėjimą jėga pareina nuo skystimo klampumo ir, vadinasi, bus proporcinga veiksniui, arba konstantai, k, kuris pareina nuo skysčio klampumo, arba kitais atvejais nuo kitų priežasčių, iššaukiančių slopinimą.

Taigi čia mes turėsime antrą sukamąjį momentą, būtent, slopinimo jėgų sukamąjį momentą, kuris bus proporcingas švytuojančio kūno kampiniam greitumui esant nedideliems kampiniams atsilenkimams $\alpha$. Pažymėsime kampinį greitumą tuo laiko momentu, kada atsilenkimas $\alpha$, raide w. Tad slopinimo jėgų sukamasai momentas

$$L_2 = kw = k \cdot \frac{d\alpha}{dt} \quad (2), \text{ nes } w = \frac{d\alpha}{dt}$$

(Čia sukamasai momentas imamas su ženklu +, nes slopinimo jėgos visada veikia ta pačia prasme nepaisant to, ar kūnas sukasi į vieną, ar į kitą pusę).

Konkrečiose sąlygose visi švytavimai tiesia linija lygiai kaip ir kampiniai švytavimai slopinami, nes visuomet švytavimai vyksta tam tikrame mediume, taip kad

visuomet tos ar kitos priežastys lėtina judėjimą, kuris pagaliau per trumpesnį ar ilgesnį laiką ir sustoja. Taigi švytuojant kūnui nurodytose sąlygose atstojamasai sukamasai momentas L bus lygus elastingų jėgų ir slopinimo jėgų sukamųjų momentų skirtumui, vadinasi

$$L = L_1 - L_2 = -\beta\alpha - k\frac{d\alpha}{dt}. \quad (3).$$

Pažymėsime sukamos sistemos inercijos momentą raide I. Tada tos sistemos kampinis greitėjimas, esant kampiniam atsilenkimui $\alpha$, bus $\frac{d^2\alpha}{dt^2} = \frac{L}{I}$ (žiūr. I skyr., Mechanika, 85 pusl.). Taigi padalijus abi (3) lygties puses į I mes gausime:

$$\frac{L}{I} = \frac{d^2\alpha}{dt^2} = -\frac{1}{I}\beta\alpha - \frac{k}{I}\cdot\frac{d\alpha}{dt}, \text{ arba}$$

$$I\cdot\frac{d^2\alpha}{dt^2} + k\frac{d\alpha}{dt} + \beta\alpha = 0. \quad (4).$$

Mes čia turime antro laipsnio diferencinę lygtį, kurią reikia išspręsti del $\alpha$, kitaip sakant, mūsų uždavinys yra nustatyti, kokia bus laiko funkcija kampinis atsilenkimas $\alpha$ (kaip pareis $\alpha$ nuo laiko). Kadangi tai yra linijinė lygtis su nuolatiniais (pastoviais) koeficientais, tai mes galime parašyti: $\alpha = e^{bt}$ (5), kur t reiškia laiką, kuriuo atsilenkimas yra lygus $\alpha$, b — tam tikrą konstantą ir e — natūralinių, arba Napierio, logaritmų bazę (pagrindas), kitaip, sakant mes visada galime išreikšti atsilenkimą $\alpha$ kaip tam tikrą laipsnį e.

Kad išspręstume pastatytą klausimą, mums dabar reikia surasti konstanta b. Diferencijuodami (5) lygtį mes gausime kampiniam greitumui per laiką t $\frac{d\alpha}{dt} = be^{bt}$ ir diferencijuodami šitą lygtį gausime kampiniam greitėjimui $\frac{d^2\alpha}{dt^2} = b^2e^{bt}$. Taigi (4) lygtis gaus tokį pavidalą:

$$Ib^2e^{bt} + k\cdot b\cdot e^{bt} + \beta e^{bt} = 0$$

arba

$$e^{bt}(Ib^2 + kb + \beta) = 0 \quad (6).$$

Jeigu b ir t ne begaliniai dydžiai, bet baigti dydžiai, tai $e^{bt}$ negali būti lygu 0. Taigi (6) lygtis gali būti patenkinta tiktai tada, kada

$$Ib^2 + kb + \beta = 0.$$

Iš šitos kvadratinės lygties eina

$$b = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - 4I\beta}}{2I} = -\frac{k}{2I} \pm \sqrt{\frac{k^2}{4I^2} - \frac{\beta}{I}}.$$

Kada $\frac{k^2}{kI^2} \geqq \frac{\beta}{I}$, tada lygtis turės dvi reales šaknis. Jeigu gi $\frac{k^2}{4I^2} < \frac{\beta}{I}$, šaknys bus menamos. Vadinasi, čia mes turėsime du atsitikimu, ir abiem tais atsitikimais judėjimai bus skirtingi.

Išspręsime iš pradžios klausimą tam atsitikimui, kada pastaroji lygtis turi dvi reales šaknis. Tegu $\sqrt{\frac{k^2}{4I^2} - \frac{\beta}{I}} = j_1$. Tada $b = -\frac{k}{2I} \pm j_1$. Tegu tos abidvi šaknys bus b' ir b''. Tada $b' = \frac{k}{2I} - j_1$ ir $b'' = \frac{k}{2I} + j_1$.

Šitos šaknys patenkina lygtį $Ib^2 + kb + \beta = 0$. Vadinasi, $\alpha_1 = e^{b't}$
$\alpha_2 = e^{b''t}$
bus šituo atveju (4) lygties sprendimas.

Jeigu b' ir b'' turi skirtingus didumus, tai mes galime sutraukti abidvi lygtis del $\alpha_1$ ir $\alpha_2$ į vieną: $\alpha = C'e^{b't} + C''e^{b''t}$, ši lygtis bus ne kas kita, kaip antro laipsnio diferencinės lygties integravimo rezultatas

$$I\frac{d^2\alpha}{dt^2} + k\frac{d\alpha}{dt} + \beta\alpha = 0.$$

Pakeitus $\alpha$ lygtyje b' ir b" jų reiškiniais mes gausime:

$$\alpha = C'e^{-\frac{kt}{2I}} e^{-j_1t} + C''e^{-\frac{kt}{2I}} e^{j_1t} = e^{-\frac{kt}{2I}} (C'e^{-j_1t} + C''e^{j_1t}).$$

Surasime dabar inegravimo konstantas C' ir C". Duotoji lygtis veikia bet kuriam laikui, vadinasi, ir laikui $t = 0$. Bet tada atsilenkimas $\alpha = 0$.

Vadinasi $$e^{-\frac{kt}{2I}} (C'e^{-j_1t} + C''e^{j_1t}) = 0.$$

Kada $t = 0$, tad $e^{-\frac{kt}{2I}} = 1$. Taigi $C'e^{-j_1t} + C''e^{j_1t} = 0$. Bet del $t = 0$, $e^{-j_1t} = 1$ ir $e^{j_1t} = 1$. Taigi $0 = C' + C''$, arba $C' = - C''$.

Antra vertus, kada $t = 0$, kūnas eina per pusiausvirą, arba per nulinę, padėtį ir jo greitumas pasiekia maksimumą. Pažymėkime šitą maksimalį greitumą, einant kūnui per nulinę padėtį, raide $w_0$. Tad $w_0 = \frac{d\alpha}{dt}$.

Diferencijuojame dabar lygtį $\alpha = e^{-\frac{kt}{2I}} (C'e^{-j_1t} + C''e^{j_1t})$ iš t, turint galvoje, kad $t = 0$. Tad mes gauname:

$$\frac{d\alpha}{dt} = w_0 = - \frac{k}{2I} e^{-\frac{kt}{2I}} (C'e^{-j_1t} + C''e^{j_1t}) + e^{-\frac{kt}{2I}} (- C'j_1 e^{-j_1t} + C''j_1 e^{j_1t}).$$ Bet del $t = 0$

$$e^{-\frac{kt}{2I}} = 1, \text{ taip pat } e^{-j_1t} = 1 \text{ ir } e^{j_1t} = 1.$$

Vadinasi, $\frac{d\alpha}{dt} = w_0 = - \frac{k}{2I} (C' + C'') + (- j_1 C' + j_1 C'')$. Bet jau mes matėme, kad $C' = - C''$. Taigi išeina, kad $w_0 = - 2 j_1 C'$. Vadinasi, konstanta

$$C' = - \frac{w_0}{2j_1} \text{ ir } C'' = \frac{w_0}{2j_1}.$$

Grįždami prie lygties

$$\alpha = e^{-\frac{kt}{2I}} C' e^{-j_1t} + C'' e^{j_1t})$$

ir pakeisdami toje lygtyje konstantas C' ir C" surastomis jų vertėmis, mes gausime lygtį:

$$\alpha = \frac{w_0}{2j_1} e^{-\frac{kt}{2I}} (e^{j_1t} - e^{-j_1t}),$$

kuri rodo, kaip atsilenkimas $\alpha$ pareina nuo laiko (šita lygtis išreiškia $\alpha$ kaip laiko t funkciją).

Išspręsti klausimui, kurios rūšies čia bus judėjimas, reikia dar žinoti, kaip pareina to judėjimo greitumas nuo laiko. Taigi diferencijuojame šitą lygtį ir gauname:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{w_0}{2j_1} e^{-\frac{kt}{2I}} \left(j_1 - \frac{k}{2I}\right), (1 + 2e^{-2j_1t}).$$

Augant laikui begaliniai $e^{-\frac{kt}{2I}}$ artinasi prie nulio, taip pat ir $e^{-2j_1t}$. Vadinasi, šito judėjimo greitumas nuolat mažėja ir esant $t = \infty$ virsta nuliu. Taigi augant laikui kampinis atsilenkimas iš pradžių augs, bet pasiekus laikui t tam tikrą dydį ims mažėti ir pasidarys lygus nuliui, kada $t = \infty$. Vadinasi, čia mes turėsime nesvyruojantį, arba neoscilatorinį, judėjimą (ε periodinį judėjimą).

Toksai judėjimas esti, kada $\frac{k^2}{4I^2} \geqq \frac{\beta}{I}$, arba kada $k \geqq 2 \sqrt{\beta I}$, vadinasi, kad stabdančios judėjimą jėgos (proporcingos k) yra didesnės arba bent lygios paimtoms du syk palaikančioms judėjimą jėgoms (proporcingoms $2 \sqrt{\beta I}$, kur $\beta$ išreiškia elastingumo

jėgų veikimą, o I — judančios sistemos inercijos momentą). Tokio judėjimo pavyzdį mes turėsime suteikę sukimo impulsą skrituliui, arba cilindrui, kuris pakabintas ant vielos yra labai klampiame skystime. Gavęs impulsą kūnas, atsilenkęs iš savo pusiausviros padėties, pasieks tam tikrą atsilenkimo maksimumą ir paskui grįš atgal į savo pusiausvirą padėtį, bet pasieks šitą padėti tik asimptotiškai, vadinasi, per be galo didelį laiką. Toksai judėjimas vadinasi aperiodinis judėjimas. Kitas tokio judėjimo pavyzdys tai vadinamasis aperiodinis galvanometras, kuriam irgi veikia santykis $k^2 \geqq 4\beta I$.

Kada $\frac{k^2}{4I_2} < \frac{\beta}{I}$, lygties $Ib^2 + kb + \beta = 0$ šaknys bus ne realios, bet menamos, nes po radikalo ženklu mes turėsime neigiamą dydį ir tuo atveju mes turėsime kitos rūšies judėjimą, būtent, periodinį judėjimą, tai reiškia tada, kada $k < 2\sqrt{\beta I}$, žodžiu, kada stabdančios judėjimą jėgos bus mažesnės kaip dusyk paimtos palaikančios judėjimą jėgos.

Kadangi $\sqrt{\frac{k^2}{4I^2} - \frac{\beta}{I}} = \sqrt{\frac{\beta}{I} - \frac{k^2}{4I^2}} \cdot \sqrt{-1}$, tai paėmus $\sqrt{\frac{\beta}{I} - \frac{k^2}{4I^2}} = j_2$ ir $\sqrt{-1} = i$ mes turėsime del $b = -\frac{k}{2I} \pm j_2 i$

$$\text{arba } b_1 = -\frac{k}{2I} + j_2 i$$

$$b_2 = -\frac{k}{2I} - j_2 i.$$

Jeigu $b_1$ ir $b_2$ patenkina lygtį $b = \frac{k}{2I} \pm j_2 i$, tad iš $e^{bt}(Ib^2 + kb + \beta) = 0$ eina, kad $\alpha = e^{bt}$ patenkina lygtį

$$I\frac{d^2\alpha}{dt^2} + k\frac{d\alpha}{dt} + \beta\alpha = 0 \qquad (4).$$

Ir jeigu $b_1$ ir $b_2$ yra dvi skirtingos lygties $b = \frac{k}{2I} \pm j_2 i$ šaknys, tad integruojant (4) lygtį mes gausime tokią lygtį: $\alpha = C_1 e^{b_1 t} + C_2 e^{b_2 t}$.

Pakeitus šitoje lygtyje $b_1$ ir $b_2$ jų vertėmis, gausime:

$$\alpha = C_1 e^{\frac{-kt}{2I}} e^{j_2 it} + C_2 e^{\frac{-kt}{2I}} e^{-j_2 it} \qquad (7).$$

Iš trigonometrijos mes žinome, kad reiškinys

$$e^{j_2 it} = \cos j_2 t + i \sin j_2 t \text{ ir}$$

$$e^{-j_2 it} = \cos j_2 t - i \sin j_2 t.$$

Taigi (7) lygtis turės tokį pavidalą:

$$\alpha = e^{\frac{-kt}{2I}} (C_1 \cos j_2 t + C_1 i \sin j_2 t + C_2 \cos j_2 t - C_2 i \sin j_2 t) =$$

$$= e^{\frac{-kt}{2I}} (A \cos j_2 t + B \sin j_2 t) \qquad (8),$$

jeigu paimtum $C_1 + C_2 = A$ ir $C_1 i - C_2 i = B$.

Surasime dabar konstantas A ir B. Kadangi (8) lygtis veikia bet kuriam laikui, tai ji veikia ir laikui $t = 0$, o tada $\alpha = 0$. Lygtis gi (8) gali virsti nuliu tada, kada

$$A \cos j_2 t + B \sin j_2 t = 0, \text{ nes } e^{\frac{-kt}{2I}} = e^{-0} = 1.$$

Jeigu $t = 0$, tai ir $B \sin j_2 t = 0$, bet $\cos j_2 t = 1$. Vadinasi, $A = 0$, nes tik tokiomis sąlygomis $\alpha$ bus lygus nuliui.

Antra vertus, kada $t = 0$, judanti sistema eina per nulinę, arba pusiausvirą, padėtį ir turi maksimumo greitumą, kurį pažymėsime raidė $w_0$. Kad surastum šitą greitumą, diferencijuojame lygtį (8) iš t, atsimindami, kad $A = 0$ ir $t = 0$. Tad gausime:

$$w_0 = \frac{d\alpha}{dt} = Bj_2. \text{ Vadinasi, } B = \frac{w_0}{j_2} \text{ ir } A = 0.$$

Pakeičiant (8) lygtyje konstantas A ir B surastomis jų vertėmis mes gausime

$$\alpha = \frac{w_0}{j_2} \cdot e^{\frac{-kt}{2I}} \sin j_2 t \qquad (9).$$

Kadangi čia $\alpha$ yra sinus laiko funkcija, tai aišku, kad šituo atveju mes turėsime periodinį judėjimą. Kad tiksliau charakterizuotume šitą judėjimą, surasime to judėjimo greitumą kaip laiko funkciją, diferencijuodami (9) lygtį. Taigi $\frac{d\alpha}{dt} = \frac{w_0}{j_2} e^{\frac{-kt}{2I}} \left[ j_2 \cos j_2 t - \frac{k}{2I} \sin j_2 t \right]$ (10). Šita lygtis rodo, kad ir kampinis greitumas bus periodinis dydis, nes į šito greitumo reiškinį įeina funkcijos cosinus ir sinus. Taigi iš lygčių (9) ir (10) išeina, kad šituo atveju ir kampinis atsilenkimas ir kampiniai greitumai bus periodinės laiko funkcijos ir, vadinasi, mes turėsime švytuojantį judėjimą (vibracija arba oscilacija).

Surasime dabar šito judėjimo periodą. Iš (10) lygties išeina, kad jeigu greitumas bus lygus nuliui, kada laikas $t = t_1$, tai tas greitumas bus lygus nuliui ir tada, kada $t = t_1 + \frac{\pi}{j_2}$; $t = t_1 + \frac{2\pi}{j_2}$; $t = t_1 + \frac{3\pi}{j_2}$ ir t. t. (aplamai greitumas yra lygus nuliui visais tais atvejais, kada vibruojantis, arba švytuojantis, kūnas pasiekia atsilenkimo maksimumą nuo pusiausviros padėties į vieną arba į kitą pusę. Vadinasi, laisvai kūnui švytuojant, jeigu greitumas yra lygus nuliui, kada laikas $t = t_1$, tai jis bus lygus nuliui ir tada, kada laikas $t = t_1 + \pi$, $t_1 + 2\pi$, $t_1 + 3\pi$ ir t. t. Bet kada švytavimai slopinami, tai atsilenkimai mažėja, ir laikų skirtumas bus jau nebe $\pi$, bet $\frac{\pi}{j_2}$). Taigi paprastas slopinamo švytavimo, arba slopinamos vibracijos, laikas bus lygus

$$t_1 + \frac{2\pi}{j_2} - \left(t_1 + \frac{\pi}{j_2}\right) = t_1 + \frac{3\pi}{j_2} - \left(t_1 + \frac{2\pi}{j_2}\right) = \frac{\pi}{j_2}.$$

Tai bus laikotarpis tarp abiejų iš eilės atsilenkimų iki kraštutinės padėties. Gi tokio slopinamo švytavimo, arba slopinamos vibracijos, periodas $T^1 = \frac{2\pi}{j_2}$, nes periodas yra dusyk didesnis kaip paprastas švytavimo laikas.

$j_2 = \sqrt{\frac{\beta}{I} - \frac{k^2}{4I^2}}$. Vadinasi, $j_2$ pareina tarp kitko nuo koeficiento k, kuris išreiškia slopinančių jėgų veikimą. Šitas gi koeficientas k yra pastovus dydis tik tada, kada slopinimas mažas. Taigi išeina, kad $j_2$ bus pastovus dydis ir, vadinasi, švytavimas, arba vibracija, turės nuolatinį periodą tik tada, kada slopinimas bus labai mažas. Jeigu gi slopinimas didelis, tai periodas bus nepastovus, ir tada judėjimas bus neperiodinis ir, kaip jau mes matėme augščiau, kada slopinimo jėgos bus didesnės kaip palaikančios judėjimą jėgos, tai mes turėsime net aperiodinį judėjimą.

Iš $T^1 = \frac{2\pi}{j_2}$ eina $j_2 = \frac{2\pi}{T^1}$.

Pakeitus $j_2$ (9) lygtyje šitą vertę mes gauname

$$\alpha = \frac{w_0 T^1}{2\pi} e^{\frac{-kt}{2I}} \sin 2\pi \frac{t}{T^1} \qquad (11).$$

Šita lygtis veikia bet kuriam laikui.

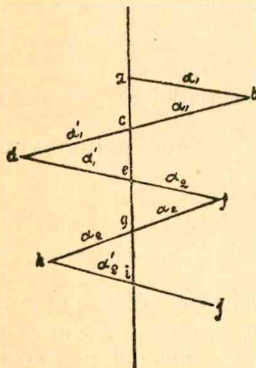
Jeigu periodo $T^1$ švytavimas, arba vibracija, nebūtų slopinami, tai toksai švytavimas turėtų nuolatinę amplitudą $A = \frac{w_0 T^1}{2\pi}$, nes aplamai kūnas turi greitumo maksimumą eidamas per pusiausviros padėtį, ir tada tas greitumas $w_0 = \pm A \frac{2\pi}{T^1}$, iš kur ir išeina reiškinys amplitudai A. Imant tai galvon, (11) lygtis gali būti parašyta ir tokioj formoj:

$$\alpha = A e^{\frac{-kt}{2l}} \sin 2\pi \frac{t}{T^1}.$$

Jeigu gi švytavimai būtų laisvi (neslopinami), tai atsilenkimui mes turėtume reiškinį:

$$\alpha = A \sin 2\pi \frac{t}{T^1}.$$

Seksime dabar visą laiką slopinamas vibracijas, arba oscilacijas, cilindro arba skritulio, pakabintų ant vielos ir įmerktų į klampų skystimą. Atskaitysime eilę atsilenkimų nuo pusiausviros padėties į vieną ir į kitą pusę. Išreiškiant šitą atsilenkimų eilę grafiškai mes gausime vaizdą, kurį atvaizduoja 12 piešinys. Čia linija a i reiškia normalę, arba pusiausvirą, švytuojančio kūno padėtį. Linijos ab (= bc), ef (= fg) ir t. t. bus eilinių atsilenkimų amplitudos į dešinę pusę nuo pusiausviros padėties. Linijos gi cd (= de), gh (= hi) ir t. t. bus atsilenkimų amplitudos į kairę pusę nuo pusiausviros padėties. Pažymėsime iš eilės atsilenkimus į dešinę pusę raidėmis $\alpha_1$, $\alpha_2$, $\alpha_3$ ir t. t. ir į kairę pusę raidėmis $\alpha^1_1$, $\alpha^1_2$, $\alpha^1_3$ ir t. t. Išreikšti šitiems atsilenkimams pasinaudosime (11) lygtimi. Pirmas atsilenkimas į dešinę pusę įvyks per laiką $t = \frac{T_1}{4}$; nuo šitos padėties kūnas pasieks kraštutinę padėtį iš kairės pusės per laikotarpį $\frac{T^1}{2}$, vadinasi, skaitant nuo pradžios judėjimo per laiką $t = {}^3/_4\, T^1$; antras atsilenkimas į dešinę pusę įvyks per laiką $t = {}^5/_4\, T^1$, trečias į kairę pusę per laiką $t = {}^7/_4\, T^1$ ir t. t. skaitant nuo pradžios judėjimo. Taigi pakeičiant (11) lygtyje t šitomis vertėmis ir imant galvon, kad $\sin \frac{\pi}{2}$, $\sin \frac{3\pi}{2}$ ir t. t. yra lygūs vienetui, mes turėsime:



12 pieš.

$$\alpha_1 = A \cdot e^{\frac{-kT^1}{8l}}$$
$$\alpha^1 = A \cdot e^{\frac{-3kT^1}{8l}}$$
$$\alpha_2 = A \cdot e^{\frac{-5kT^1}{8l}}$$
$$\alpha_2{}^1 = A \cdot e^{\frac{-7kT^1}{8l}}$$

Taškai b, d, f..., kur keičiasi švytavimo, arba oscilacijos kryptis, vadinasi pasukimo taškais (12 pieš.). Atokumas tarp dviejų pasukimo taškų bd, df... vadinasi švytavimo, arba vibracijos, elongacija. Taigi esant slopinimui, tos elongacijos mažėja ir asimptotiškai artinasi prie nulio.

Elongacija:

$$bd = \alpha_1 + \alpha_1{}^1 = A \cdot e^{\frac{-kT^1}{8l}} + A \cdot e^{\frac{-3kT^1}{8l}} = Ae^{\frac{-kT^1}{8l}} \left(1 + e^{\frac{-kT^1}{4l}}\right)$$

Antra elongacija

$$df = \alpha_1{}^1 + \alpha_2 = Ae^{\frac{-3kT^1}{8l}} + Ae^{\frac{-5kT^1}{8l}} = Ae^{\frac{-3kT^1}{8l}} \left(1 + e^{\frac{-kT}{4l}}\right).$$

Trečia elongacija

$$fh = \alpha_2 + \alpha_2{}^1 = Ae^{\frac{-5kT^1}{8l}} + Ae^{\frac{-7kT^1}{8l}} = Ae^{\frac{-5kT^1}{8l}} \left(1 + e^{\frac{-kT^1}{4l}}\right).$$

Taigi gretimųjų elongacijų santykiai bus:

$$\frac{bd}{df} = Ae^{\frac{-kT^1}{8I}} : Ae^{\frac{-3kT^1}{8I}} = e^{\frac{kT^1}{4I}} \text{ ir } \frac{df}{fh} = Ae^{\frac{-3kT^1}{8I}} : Ae^{\frac{-5kT^1}{8I}} = e^{\frac{kT^1}{4I}}.$$

Taigi išeina, kad gretimųjų elongacijų santykiai yra pastovūs, vadinasi

$$\frac{bd}{df} = \frac{df}{fh} \ldots = e^{\frac{kT^1}{4I}} = \text{const.}$$

Šita konstanta $e^{\frac{kT}{4I}}$ yra charakteringas dydis slopinamiems švytavimams, arba slopinamoms vibracijoms, ir to dydžio natūralis logaritmas vadinasi logaritminis švytavimo, arba vibracijos, dekrementas.

Šitas dydis visuomet žymimas fizikoje graikų raide $\lambda$, taip kad $\lambda = \frac{kT^1}{4I}$.

Pažymėję laisvo švytavimo, arba vibracijos, periodą raide T ir amplitudą raide A mes atsilenkimui per laiką t turėsime:

$$\alpha_l = A \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

Jeigu slopinamų švytavimų periodas tas pats, tai slopinamo švytavimo, arba vibracijos, atsilenkimui per laiką t mes turėsime:

$$\alpha_{sl} = A \cdot e^{\frac{-kt}{2I}} \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

(ženkliukas l apačioj $\alpha$ reiškia laisvus švytavimus, o ženkliukas sl — slopinamus švytavimus). Taigi laisvo ir slopinamo švytavimų atsilenkimų santykis bus $\frac{\alpha_e}{\alpha_{sl}} = e^{\frac{kt}{2I}}$.

Kada $t = \frac{T}{4}$, tada atsilenkimas yra lygus amplitudoms. Taigi šituo atveju atsilenkimų santykis bus amplitudų santykis, ir mes turėsime:

$$\frac{A_l}{A_{sl}} = e^{\frac{kT}{8I}}, \text{ arba } \frac{A_l}{A_{sl}} = e^{\frac{\lambda}{2}}, \text{ nes } \lambda = \frac{kT}{4I}.$$

(čia $A_l$ reiškia laisvo švytavimo amplitudą, o $A_{sl}$ slopinamo švytavimo amplitudą). Taigi, laisvo švytavimo amplituda $A_l = A_{sl} \cdot e^{\frac{\lambda}{2}}$.

Bet iš Taylor'o

$$e^{\frac{\lambda}{2}} = 1 + \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda^2}{8} + \frac{\lambda^3}{48} + \frac{\lambda^4}{5\,2^5} + \ldots$$

Jeigu $\lambda$ yra mažas dydis, tad pradedant nuo eilės nario $\frac{\lambda^2}{8}$ visus narius galima atmesti kaip labai mažus dydžius, ir tuo atveju mes turėsime

$$e^{\frac{\lambda}{2}} = 1 + \frac{\lambda}{2}.$$

Vadinasi

$$A_l = A_{sl}\left(1 + \frac{\lambda}{2}\right).$$

Šita lygtis duoda mums apskaityti laisvo švytavimo amplitudą, jeigu mes žinome to paties periodo slopinamo švytavimo amplitudą ir surađome logaritminį švytavimo dekrementą.

Taip pat galima apskaityti laisvo švytavimo periodą T, jeigu mes surasime slopinamo švytavimo periodą $T^1$ ir logaritminį švytavimo dekramentą $\lambda$.

Laisvo švytavimo periodas $T = 2\pi\sqrt{I/\beta}$ (I-švytuojančios, arba vibruojančios, sistemos inercijos momentas, o $\beta$-tos sistemos elastingų jėgų sukamasai momentas).

Slopinamo švytavimo periodas $T^1 = \frac{2\pi}{j2}$.

Iš šitų dviejų lygčių mes gausime:

$$\frac{1}{T^2} - \frac{1}{T^{12}} = \frac{1}{4\pi^2}\left(\frac{\beta}{I} - j_2^{\,2}\right). \text{ Bet } j_2 = \left(-\frac{k^2}{4I^2} + \frac{\beta}{I}\right)^{1/2}.$$

$$\text{Taigi } \frac{1}{T^2} - \frac{1}{T^{12}} = \frac{1}{4\pi^2}\left(\frac{\beta}{I} + \frac{k^2}{4I^2} - \frac{\beta}{I}\right) = \frac{k^2}{16\pi^2 I^2}.$$

Iš $\lambda = \frac{kT^1}{4I}$ eina $I = \frac{kT^1}{4\lambda}$. Pakeitus I šita reikšme mes gausime $\frac{1}{T^2} - \frac{1}{T^{12}} = \frac{\lambda^2}{\pi^2 T^{12}}$.

Padauginus abi šitos lygties puses į $T^{12}$ gausime $\frac{T^{12}}{T^2} - 1 = \frac{\lambda^2}{\pi^2}$, arba $\frac{T^{12}}{T^2} = 1 + \frac{\lambda^2}{\pi^2}$.

Iš kur eina $T^2 = \dfrac{T^{12}}{1 + \frac{\lambda^2}{\pi^2}}$.

Šita lygtis duoda galimumo, suradus slopinamų švytavimų periodą ir jų logaritminį dekrementą, apskaityti švytavimų periodą, jeigu tie švytavimai nebūtų slopinami.

Fizikoje visada tenka turėti darbas su slopinamais švytavimais, kurie sudaro dalį to ar kito fizikos proceso. Bet fizikos uždavinys nustatyti paprasčiausius proceso dėsnius, taip sakant, abstraktinėje formoje, ir todel nuolat būna reikalas tokiais atvejais iš slopinamų švytavimų eigos gauti laisvų švytavimų vaizdą. Tokiais tai atvejais ir tenka daryti laisvų švytavimų amplitudos ir periodo apskaitymai iš slopinamų švytavimų amplitudos ir periodo. Taigi visais tokiais atvejais reikia surasti slopinamų švytavimų logaritminis dekrementas. Duosime čia logaritminio dekremento nustatymo pavyzdį.

Grįždami prie 12 piešinio ir pažymėję eilines elongacijas bd, df, fh, hi... raidėmis iš eilės $d_1$, $d_2$, $d_3$, $d_4$... $d_m$ mes turėsime:

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{d_2}{d_3} = \frac{d_3}{d_4} = \ldots \frac{d_{m-1}}{d_m} = e^{\lambda}.$$

Iš $\frac{d_1}{d_2} = \frac{d_2}{d_3}$ eina $\frac{d_1}{d_2}\cdot\frac{d_1}{d_2} = \frac{d_2}{d_3}\cdot\frac{d_1}{d_2}$, arba $\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = \frac{d_1}{d_3}$. Vadinasi, $\frac{d_1}{d_2} = \left(\frac{d_1}{d_3}\right)^{1/2}$.

Taip pat iš $\frac{d_1}{d_2} = \frac{d_3}{d_4}$ eina $\frac{d_1}{d_2}\cdot\frac{d_1}{d_3} = \frac{d_3}{d_4}\cdot\frac{d_1}{d_3}$, arba $\frac{d_1}{d_2}\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = \frac{d_1}{d_4}$, arba $\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^3 = \frac{d_1}{d_4}$, iš kur eina, kad $\frac{d_1}{d_2} = \left(\frac{d_1}{d_4}\right)^{1/3}$.

Aišku, kad aplamai paėmus pirmąją elongaciją ir m-tąją elongaciją mes turėsime santykį

$$\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{m-1} = \frac{d_1}{d_m}, \text{ arba } \frac{d_1}{d_2} = \left(\frac{d_1}{d_m}\right)^{\frac{1}{m-1}}.$$

Taigi paėmę m-tąją ir n-tąją elongacijas iš eilės nustatytų elongacijų mes turėsime:

$$\frac{d_m}{d_n} = \frac{\frac{d_1}{d_n}}{\frac{d_1}{d_m}} = \frac{e^{\lambda(n-1)}}{e^{\lambda(m-1)}} = e^{\lambda(n-m)}, \text{ nes } \frac{d_1}{d_n} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{n-1} = e^{\lambda(n-1)} \text{ ir } \frac{d_1}{d_m} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{m-1} = e^{\lambda(m-1)}.$$

Taigi $\left(\frac{d_m}{d_n}\right)^{\frac{1}{n-m}} = e^{\lambda}$. Logaritmuojant gausime $\frac{1}{n-m}\ \ln.\left(\frac{d_m}{d_n}\right) = \lambda$, arba imant decimalius logaritmus $\frac{1}{(n-m)\,0{,}4343}\ \lg.\frac{d_m}{d_n} = \lambda$. Šita lygtis duoda apskaityti logaritminį dekrementą $\lambda$, paėmus iš eilės nustatytų elongacijų bet kurias dvi.

Paimsime konkrečiu pavyzdžiu svarstyklių svyravimą. Svarstyklių naščiai su lėkštėmis (su svoriais ant lėkščių ar be svorių) atlieka slopinamus švytavimus. Sujungta

su naščiais statinė rodyklė švytuoja kaip švytuoklė išilgai skalos, sujungtos su šulu, ant kurio yra plokštė naščių prizmai. Taigi ta rodyklė duoda mums sekti kampinius naščių atsilenkimus nuo pusiausviros padėties. Sakysime, kad skalos nulis yra skalos vidury ir atatinkamieji padalinimai iš dešinės ir iš kairės pusės pažymėti tais pačiais skaitmenimis. Duosime čia eilės rodyklės atsilenkimų į dešinę ir į kairę pusę nuo skalos nulio lentelę ir greta pažymėsime atatinkamas elongacijas, kurios čionai bus visuomet lygios dviejų eilinių atsilenkimų sumai į dešinę ir į kairę pusę, paskui į kairę ir į dešinę pusę, paskui vėl į dešinę ir į kairę pusę ir t. t.

| Atsilenkimas nuo nulio | | Elongacijos | |
|---|---|---|---|
| į kairę p. | į dešinę p. | | |
| | 5,02 | | |
| 4,98 | | 1. | 10,00 |
| | 4,84 | 2. | 9,82 |
| 4,79 | | 3. | 9,63 |
| | 4,62 | 4. | 9,41 |
| 4,60 | | 5. | 9,22 |
| | 4,48 | 6. | 9,08 |
| 4,44 | | 7. | 8,92 |
| | 4,32 | 8. | 8,76 |
| 4,30 | | 9. | 8,62 |
| | 4,18 | 10. | 8,48 |
| 4,10 | | 11. | 8,28 |
| | 4,04 | 12. | 8,14 |
| 3,95 | | 13. | 7,99 |
| | 3,90 | 14. | 7,85 |
| 3,81 | | 15. | 7,71 |
| | 3,86 | 16. | 7,67 |

Logaritminiam dekrementui apskaityti paimsime pavyzdžiui 1 ir 11 elongacijas. Tad mes turėsime

$$\lambda = \frac{1}{(11 - 1) \cdot 0{,}4343} \lg \cdot \frac{10}{8{,}28} = 0{,}019$$

(iš duotosios lygties dėl $\lambda$).

Paimsime dar pavyzdžiui 3 ir 13 elongacijas (visada apskaitant $\lambda$ geriau imti to paties tarpo elongacijos, sakysime 1 ir 11, 2 ir 12, 3 ir 13, 4 ir 14 ir t. t.). Tad

$$\lambda = \frac{1}{(13 - 3) \cdot 0{,}4343} \lg \frac{9{,}63}{7{,}99} = 0{,}019.$$

Čia abiem porom elongacijų gauname tą patį logaritminį dekrementą $\lambda$. Bet dažniausiai bus nedideli skirtumai tarp $\lambda$, apskaitytų iš įvairių elongacijų. Aišku, kad tokiais atvejais iš eilės surastų $\lambda$ reikia paimti aritmetinis vidurys logaritminiam dekrementui.

Prie šitos progos paaiškinsime dar nulinės, arba pusiausviros, svarstyklių padėties suradimą iš eilės atsilenkimų, nes sveriant ant precizinių svarstyklių tektų sugaišti daug laiko, jeigu reikėtų laukti, kol svarstyklių švytavimai bus visiškai nuslopinti, kitaip sakant, laukti, kol svarstyklės pasieks pusiausvirą padėtį. Taigi praktikoje nulinė, arba pusiausvira, padėtis surandama tokiu būdu: atskaitoma iš viso 3, 5, 7, aplamai nelygūs skaičiai atsilenkimų į dešinę ir į kairę pusę, vadinasi, į vieną pusę, sakysime, į dešinę imama 1, 3, 5 atsilenkimai, o į kairę pusę 2 ir 4 atsilenkimai. Iš atsilenkimų į dešinę pusę imamas aritmetinis vidurys, tai pat iš atsilenkimų į kairę pusę, ir iš tų aritmetinių vidurių imamas dar aritmetinis vidurys, ir tasai skaičius ir bus ta skalos vieta, ties kuria atsistos svarstyklių rodyklė nustojus joms švytuoti, vadinasi, pasiekus pusiausvirą padėtį.

Šita praktiška taisyklė tiesiog išeina iš slopinamų švytavimų prigimties. Žiūrint į 12 piešinį aišku, kad nulinė padėtis yra visuomet gan greit ant vidurio linijos, jungiančios, sakysime, tašką d su linijos bf viduriu, arba ant vidurio linijos, jungiančios tašką f su linijos dh viduriu, arba ant vidurio linijos, jungiančios tašką h su linijos fi viduriu. Kadangi bf yra gan greit tas pat, kaip atokumas fi, tad aišku, kad aritmetinis vidurys iš atsilenkimų b, f ir i (sakysime 1, 3 ir 5) bus kaip tik lygus atsilenkimui f. Tas pat, žinoma, reikia pasakyti ir del atsilenkimų į kairę pusę. Taigi iš šito fakto ir išeina duotoji taisyklė. Pavyzdžiui pasinaudosime daviniais iš duotosios lentelės imdami atsilenkimus į dešinę pusę su ženklu +, o iš kairės pusės su ženklu —.

| Atsilenkimai į dešinę pusę | | Atsilenkimai į kairę pusę | |
|---|---|---|---|
| 1. | + 5,02 | | |
| 3. | + 4,84 | 2. | — 4,98 |
| 5. | + 4,62 | 4. | — 4,79 |
| aritm. vidur. | + 4,826 | aritm. vidur. | — 4,885 |

Taigi aritmetinis vidurys iš tų abiejų vidurių bus 0,03. Vadinasi, nustojus svarstyklėms švytuoti, svarstyklių rodyklė bus atsilenkusi į kairę pusę nuo skalos nulio ant trijų vienos skalos padalinimo šimtinių dalių. Paėmę iš tos pačios lentelės kitą eilę davinių, gausime gan greit tokį pat skaičių nulinei padėčiai. Pabrėšime čia dar, kad imdami didesnį skaičių atsilenkimų, sakysime, 7, 9, 11, gausime tikslesnį rezultatą.

Aprašysime čia dar trumpai Coulomb'o metodą lyginamajam skysčio klampumui surasti remiantis slopinamų švytavimų dėsniais. Žinoti klampumo konstanta arba klampumo koeficientas (žiūr. II skyrius, Skysčiai ir dujos, 36 pusl.) įvairiems skysčiams ypač svarbu mašinų technikai, kuri vartoja įvairius tepalus. Mašinų technikoje nustatoma paprastai lyginamasai tepalo klampumas vandens klampumo atžvilgiu, imant vandens klampumą vienetu. Lyginamasai tepalo klampumams visada nustatomas tai temperatūrai, prie kurios tepalas vartojamas, sakysime, cilindro tepalams vidutiniškai esant temperatūrai 150° C, o daugumai mašinų tepalų vidutiniškai esant temperatūrai 50° C. Kadangi slopinimo konstanta yra proporcinga klampumo konstantai, tai sekant eilę švytavimų metalinio skritulio tepale, o paskui vandeny, galima surasti tepalo ir vandens konstantų klampumo santykis.

Aparatas susideda iš metalinio skritulio, sujungto plonu stiebu su kitu skrituliu, kurio apskritumas padalintas į gradus ir minutes ir kuris kaba ant metalinės vielos. Tos vielos viršutinis galas kietai pritrauktas spaustuvais ant tam tikro štatyvo. Metalinis skritulys įmerktas į tepalą arba vandenį, kuris yra cilindriniam puode, kaitinamam iš apačios reguliuojama liepsna taip, kad galima būtų pasiekti pastovi temperatūrą. Užsukus skritulį su padalinimais ant 180° ir paleidus, tas skritulys lygiai kaip ir sujungtas su juo metalinis skritulys įmerktas į tepalą, ims osciliuoti, bet taip, kad jo kampiniai atsilenkimai vis mažės ir mažės. Atskaitysime skrituliu su padalinimais eilę kampinių atsilenkimų į dešinę ir kairę pusę ir surasime iš tų atskaitų jau nurodytu būdu eilę elongacijų $d_1$, $d_2$, $d_3$ ir t. t. Tada mes turėsime:

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{d_2}{d_3} = \frac{d_3}{d_4} = \ldots = \frac{d_{19}}{d_{20}} = \sigma_1, \text{ arba } d_1 = d_2\sigma_1 = d_3\sigma_1^2 = d_4\sigma_1^3 = \ldots = d_{20}\sigma_1^{19}.$$

$$\text{Aplamai } d_n = d_m\sigma^{m-n}.$$

Nustatę, sakysime, 20 elongacijų, arba oscilacijų, ir imdami, sakysime, 1 ir 11 elongacijas, 2 ir 12, 3 ir 13 mes turėsime:

$$d_1 = d_{11}\sigma_1^{10}$$
$$d_2 = d_{12}\sigma_1^{10}$$
$$d_3 = d_{13}\sigma_1^{10}$$
$$\cdots\cdots$$
$$d_{10} = d_{20}\sigma_1^{10}$$

Iš čia mes turime galimumo nustatyti vidutinį aritmetinį dydį

$$\sigma_1^{10} = \left(\frac{d_1}{d_{11}} + \frac{d_2}{d_{12}} + \ldots + \frac{d_{10}}{d_{20}}\right) \cdot {}^1/_{10} = \sigma. \quad \text{Iš čia } \sigma_1 = \sqrt[10]{\sigma}.$$

Atlikę tai tepalui, išliesime iš puodo tepalą, pripildysime puodą vandeniu ir atkartoję aprašytus tyrimus surasime $\sigma_2$ tokiu pat būdu vandeniui.

$$\text{Dabar } \sigma_1 = e^{\frac{k_1 T_1{}^1}{4l}}$$

$$\sigma_2 = e^{\frac{k_2 T_2{}^1}{4l}}$$

Čia $k_1$ ir $k_2$ reiškia žinomas jau mums slopinimo konstantas vibruojant skrituliui tepale ir vandeny ir $T_1{}^1$ ir $T_2{}^1$ yra vibracijų periodai tepale ir vandeny, kurie, vadinasi, irgi reikia nustatyti.

Logaritmuodami abidvi paduotąsias lygtis mes gausime:

$$\ln\sigma_1 = \frac{k_1 T_1{}^1}{4l}$$

$$\ln\sigma_2 = \frac{k_2 T_2{}^1}{4l}$$

ir padalinę pirmąją lygtį iš antrosios turėsime: $\frac{\ln\sigma_1}{\ln\sigma_2} = \frac{k_1 T_1{}^1}{k_2 T_2{}^1}$, iš kur eina lyginamasai tepalo klampumas

$$\eta = \frac{k_1}{k_2} = \frac{T^1{}_2}{T_1{}^1} \cdot \frac{\ln\sigma_1}{\ln\sigma_2},$$

nes slopinimo konstantų santykis yra lygus klampumo konstantų santykiui.

Elektros skyriuje mes turėsime dar progos pasipažinti su vadinamuoju balistiniu galvanometru arba su balistiniu metodu elektros kiekiui išmatuoti, tas metodas remiasi slopinamų vibracijų dėsniais.

### 4 §. Bangų susidarymo sąlygos. Bangos išilgai lankstaus šniūro. Skersos ir išilgos bangos. Bangos skysčiuose ir dujose. Bangų linijos nupiešimas su švytuokle. Pagrindiniai bangų mokslo dydžiai ir jų santykiai. Bangų superpozicija. Stovinčios bangos ir jų ypatybės. Macho bangų mašina.

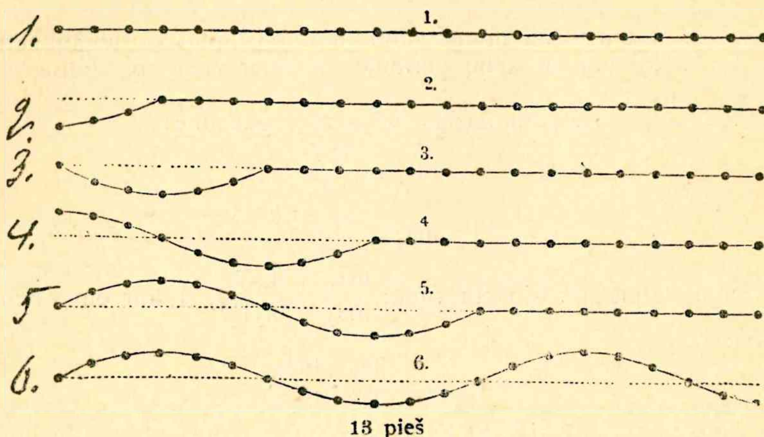
Įsivaizduokime sau eilę materialių dalelių, tarp kurių veikia, sakysime, traukos jėgos, bendrai eilę dalelių, tarp kurių veikia tie ar kiti ryšiai. Lankstus šniūras yra tokios dalelių eilės pavyzdys (žiūr. 13 pieš.). Jeigu mes pirmai tos eilės dalelei suteiksime smūgį, sakysime, žemyn, tai ji ims harmoniškai švytuoti išilgai statinę liniją. Kadangi ji surišta su kita dalele, tai per kurį laiką (dažniausiai labai trumpą) ims harmoniškai švytuoti ir antra dalelė, ta pačia linija paskui ims švytuoti trečia dalelė, ketvirta ir t.t. Tegu per tą laiką, per kurį pirma dalelė pasieks atsilenkimo maksimumą žemyn, judėjimas pasieks ketvirtą dalelę, vadinasi, dabar pirma dalelė ims grįžti atgal prie savo normalės padėties, o ketvirta dalelė ims slinkti žemyn. Taigi mes turėsime vaizdą, kurį rodo antra 13 piešinio linija. Judėjimo bus pagautos pirmos keturios dalelės, visos gi kitos eilės arba šniūro dalelės bus ant tiesios linijos.

Kada pirmoji dalelė grįždama atgal pasieks vėl normalę padėtį, tad praslinkus pusei jos švytavimo periodo, ketvirta dalelė bus atsilenkusi iki maksimumo žemyn, ir judėjimo bus apimtos jau septynios dalelės. Dabar pirmoji dalelė ims kilti augštyn, o septinta dalelė kaip tik ims slinkti žemyn. Judėjimo pagautų dalelių ir dar neišjudintų dalelių padėtį rodo 13 piešinio 3 linija.

Praslinkus $^3/_4$ dalims viso švytavimo periodo, pirma dalelė pasieks atsilenkimo augštyn maksimumą, 4-ta eis per normalę padėtį, 7-ta pasieks atsilenkimo žemyn maksimumą, o 10-ta kaip tiktai rengsis slinkti žemyn. Judėjimo bus pagauta 10 dalelių, ir tos dalelės rasis kreivojoj linijoje, kaip rodo 13 piešinio 4-ta linija.

Atlikus vieną pilną švytavimą pirma dalelė rasis vėl normalėj padėty ir nuo tos padėties pradės antrą savo švytavimą, 4-ta dalelė pasieks atsilenkimo augštyn maksimumą,

7-ta dalelė bus ant tiesios linijos, bet rengsis kilti augštyn, 10-ta dalelė pasieks atsilenkimo žemyn maksimumą ir 13-ta dalelė bus tiesiojoje linijoje ir rengsis pradėti savo pirmą švytavimą. Vadinasi, pirma ir 13-ta dalelė bus toje pačioje fazėje, ir kada judėjimas, pradėtas pirmos dalelės, pasieks 13-tą dalelę, susidarys vadinamoji banga, kreiva sinus linija, kurią atvaizduoja 13 piešinio 5-ta linija.




13 pieš

Padarius 1-mai dalelei antrą pilną švytavimą, o 13-tai dalelei pirmą savo pilną švytavimą, judėjimas bus suteiktas trylikai antrų dalelių, ir mes turėsime jau dvi bangas, kaip rodo 13 piešinio 6 linija. Čia 1-ma dalelė, 13-ta dalelė, 25 dalelė bus toje pačioje judėjimo fazėje. Aplamai visos dalelės, kurios tuo pačiu laiku bangų eilėje slenka ta pačia prasme per padėtis tokio pat didumo ir ta pačia atsilenkimo prasme, yra toje pačioje fazėje. Iš 13 piešinio 6-tos linijos aišku, kad atokumas tarp dviejų artimiausių dalelių, kurios yra toje pačioje judėjimo fazėje, yra lygus visada vienai bangai arba vienos bangos ilgiui. Taigi bangos ilgiu ir vadinasi atokumas tiesia linija tarp dviejų artimiausių dalelių toje pat judėjimo fazėje. Taip (6-ta linija 13 pieš.) 1-ma ir 13-ta dalelės yra toje pat judėjimo fazėje, nes abidvi yra tiesiojoje linijoje ir rengiasi, taip sakant, slinkti žemyn. Bet taip pat 4 ir 16 dalelės yra toje pat judėjimo fazėje, nes jos abidvi yra pasiekusios atsilenkimo augštyn maksimumą ir rengiasi slinkti žemyn. Taip pat 7 ir 19 dalelės yra toje pat judėjimo fazėje, nes jos yra tiesioje linijoje ir rengiasi kilti augštyn. Nesunku matyti, kad atokumas tiesia linija nuo 4 iki 16 dalelės lygiai kaip ir nuo 7 iki 19 dalelės, yra lygus atokumui tiesia linija nuo 1 iki 13 dalelės, vadinasi, yra lygus bangų ilgiui. Antra vertus dalelės, kurios yra viena nuo kitos vienos bangos atokume, 2-jų, 3-jų, bendrai bet kurio sveiko skaičiaus bangų, visada yra toje pat judėjimo fazėje. Grįžtant prie 13 pieš. 6-tos linijos lengva matyti, kad 1-ma ir 7 dalelės bangos pusės atokumu viena nuo kitos yra priešingose judėjimo fazėse, nes 1-ma dalelė rengiasi, taip sakant, slinkti žemyn, septinta gi rengiasi kilti augštyn. Taip pat 4-ta dalelė ir 10-ta dalelė, atskirtos bangos pusės atokumu, yra priešingose judėjimo fazėse, nes 4-ta yra pasiekusi atsilenkimo augštyn maksimumą ir rengiasi slinkti žemyn; 10-ta gi yra pasiekusi atsilenkimo žemyn maksimumą ir rengiasi kilti augštyn. Aplamai, bangų pagautos dalelės bus visuomet priešingoje judėjimo fazėje, (fazių skirtumas tokių dalelių bus visuomet $\pi$), kada atokumas tarp tų dalelių yra pusė bangos arba nelygus skaičius pusbangių. Pažymėsime čia dar, kad maksimumo atsilenkimas žemyn arba augštyn vadinasi bangavimo amplituda ir kad atsilenkimų maksimumai augštyn vadinasi bangos viršūnėmis, arba kupromis, o atsilenkimų maksimumai žemyn — bangų slėniais. Vietos gi ant tiesios linijos vadinasi pusiausviromis, arba nulinėmis, padėtimis.

Iš to kas augščiau pasakyta aišku, kad padarius 1-mai dalelei vieną pilną švytavimą, bangavimas išsiskleidžia per atokumą, lygų vienos bangos ilgiui, atlikus pirmai

dalelei du pilnus švytavimus, judėjimas persiduoda į atokumą, lygų dviejų bangų ilgiui ir t. t.

Aprašytame čia pavyzdyje bangavimas skleidžiasi tiesia linija, o dalelių švytavimai daromi linijomis, statmeniškomis šitai tiesiai linijai. Tokie švytavimai vadinasi skersais, arba transversaliais, švytavimais, ir susidarančios tokiais atvejais bangos vadinasi skersomis, arba transversalėmis, bangomis. Tokių bangų pavyzdį mes turėsime, jeigu užkabinę lankstų šniūrą ant kablio ir ištiesę jį imsime švytuoti tam tikru taktu jų laisvą galą. Tada išilgai šniūrą susidarys transversalė banga, kuri bus visais atžvilgiais panaši į sinus kreivą liniją, atvaizduotą 13 piešinio 6 linija.

Jeigu mes turėtumėm ne lankstų šniūrą, o kietą stiebą, tai užkabinus to stiebo vieną galą už kablio ir suteikiant judėjimą kitam galui augštyn, visos to stiebo dalelės tuo pačiu laiku imtų kilti augštyn ir visas stiebas tiesios linijos pavidalu atsilenktų augštyn. Taigi tokiomis aplinkybėmis negalima būtų iššaukti bangavimo. Kad įvyktų bangavimas, reikalingas, taip sakant, ryšių tarp dalių lankstumas, kitaip sakant, elastingumo modulis neturi būti be galo didelis, nes esant jam be galo dideliam suteiktas vienai kūno dalelei judėjimas akimirksnyje suteikiamas ir kitoms dalelėms. Bangavimas gi susidaro tik tada, kada pradėjus judėti vienai dalelei artimiausios kaimyninės dalelės del priežasties veikiančių ryšių ims judėti kiek vėliau, ir juo toliau bus dalelės nuo pradėjusios judėti dalelės, juo vėliau pasieks jas judėjimas.

Aplamai sąlygos, reikalingos bangoms susidaryti, yra šios:

1) Išjudinta kūno dalelė arba didesnė kūno dalis įgyja kinetinės energijos, kitaip sakant, bangavimas gali susidaryti tik tokiam mediume, kuris pasižymi inercija. Vadinasi, kūno dalelės arba mediumo dalelės privalo turėti masę.

2) Atlenkiant kūno dalelę arba didesnę kūno dalį iš normalės padėties, susidaro elastingas pasipriešinimas arba elastingų jėgų reakcija, kuri stengiasi atstatyti normalę padėtį. Šitai elastingų jėgų reakcijai apgalėti reikia atlikti tam tikras darbas. Vadinasi, kūno, arba mediumo, dalelės, atlenkiant jas iš normalės padėties, įgyja potencinės energijos. Taigi harmoningai švytuojant kūno dalelei mes turime kinetinės energijos pasikeitimą potencine ir atvirkščiai, vadinasi, turime periodinę transformaciją šitų dviejų energijos rūšių. Ta transformacija skleidžiasi su tam tikru greitumu į visas puses nuo išjudintos dalelės arba nuo vadinamojo judėjimo centro. Šitą judėjimo translaciją mes ir vadiname bangavimu.

Greitumas, kuriuo skleidžiasi bangavimas, pareina nuo kūno, arba mediumo, elastingumo ir nuo jo dalelių masingumo, arba tankumo. Tasai greitumas bus juo didesnis, juo didesnis kūno, arba mediumo, elastingumo modulis, ir juo mažesnis, juo didesnis kūno masingumas, arba tankumas. Vėliau mes duosime formulą, kuri suriša bangų skleidimosi greitumą su kūno, arba mediumo, elastingumu ir jo tankumu.

Grįžtant prie 13 piešinio 6-tos kreivosios mes čia turime bangą, sudarytą eilės dalelių, kurios pusiausviroj padėty esti tiesiojoj linijoj. Bet išjudinus, sakysime, pirmą tos eilės dalelę, tos dalelės judėjimas susiteikia dalelėms kaimynėms ne tik šitoje eilėje, bet ir iš visų pusių. Vadinasi, kūne, arba mediume, susidaro ne bangų linija, bet bangos kūnas. Apie tokios bangos pavidalą mes gausime supratimą, jeigu įsivaizduosime sau, kad sinus kreivoji apsukta vieną sykį apie savo ašį, kitaip sakant, apie tiesią liniją, kuri atvaizduoja normalę eilės dalelių padėtį. Tad mes gausime geometrišką kūną, kuris vadinasi sukimo sinusoidu. Taigi kūne, arba mediume, išjudinus vieną dalelę, visada susidaro tos ar kitos formos kūniškos bangos. Linijinės bangos galėtų susidaryti tik tada, kada mes turėtumėm tik vieną vienintelę eilę dalelių.

Kiekvienas žino, kad metus ant lygaus vandens paviršiaus tvenkiny akmenuką, nuo tos vietos, kur puolė akmenukas, kaip iš centro vandens sąjūdis skleidžiasi į visas puses koncentrinėmis grandimis arba koncentriniais ratais. Įspūdis toks, kad tarytum vandens dalelės bėga iš centro vis toliau ir toliau, sudarydamos koncentrinius ratus. Bet lengva įsitikinti, kad vandens dalelės svyruoja, arba vibruoja, pasilikdamos ant vandens paviršiaus savo vietose, ir tik patsai judėjimas, iššauktas puolusio akmenuko, susiteikia vis tolimesnėms ir tolimesnėms vandens dalelėms koncentrinių ratų pavidalu. Pakanka tik pasižiūrėti į medžio gabaliuką, kuris plauko tvenkiny. Tas medžio gaba-

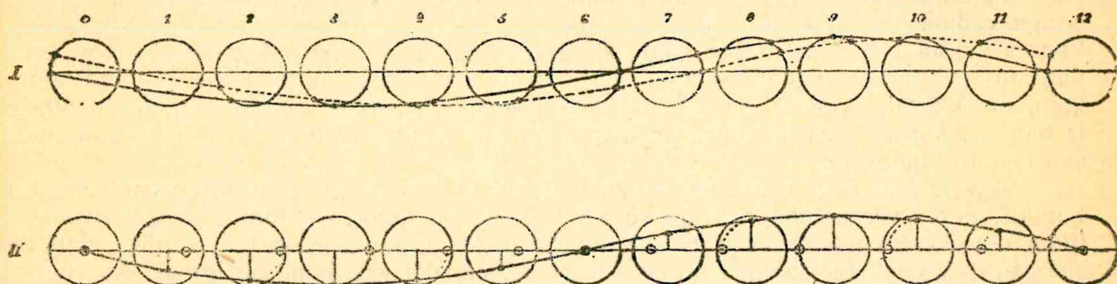
liukas svyruoja pasilikdamas vietoje ir neslenka pirmyn, jeigu tik nėra vėjo, kuris varytų vandens viršutinius sluogsnius pirmyn. Taigi išeina taip, kad bangavimas susideda iš dviejų dalykų: iš svyravimo dalelių, kurios pasilieka savo vietose, ir iš slinkimo pirmyn, arba translacijos, tos kūno deformacijos, kurią iššaukia dalelių harmoningas svyravimas, arba, kitaip sakant, iš judėjimo formos translacijos.

Kad geriau suprastume šitą reiškinį, smulkiau išnagrinėsime, kas darosi kritus ant vandens paviršiaus akmenukui. Toje vietoje, kur į vandens paviršių suduoda akmenukas, susidaro duobelė, vadinasi, mes turime čia vandens tūrio deformaciją. Kadangi vandens tūrio elastingumas yra labai didelis, tai toje vietoje smarkiai didėja spaudimas, kuris tuojau vienodai persiduoda į visas puses, (didelis vandens tūrio elastingumas reiškia tą faktą, kad vanduo labai mažai suspaudžiamas, kitaip sakant, mažinant vandens tūrį labai smarkiai auga vandens spaudimas). Taigi artimiausioj duobelės kaimynystėje iš visų pusių vandens dalelės pakils augštyn, ir mes turėsime grandies pavidalo kalnelį apie duobelę, kuri bus tos grandies vidury. Bet kritusio akmenuko iššauktas dalelių judėjimas bus slopinamas tūrio elastingų jėgų pasipriešinimu, taip kad tų dalelių kinetinė energija per tam tikrą labai trumpą laiką virs potencine energija. Vadinasi, dalelės greitumas pasidarys lygus nuliui, o tūrio elastingų jėgų pasipriešinimas pasieks maksimumą. Kadangi tasai elastingų jėgų pasipriešinimas atkreiptas augštyn į normalę dalelių padėtį, tai dalelės ims kilti augštyn, vadinasi, prasidės potencinės dalelės energijos ėjimas į kinetinę formą. Pasiekus dalelėms normalę padėtį ant vandens paviršiaus, jų potencinė energija sumažės atatinkamai padidėjus kinetinei energijai, vadinasi, pasiekus vandens paviršių dalelės vėl turės maksimumo greitumą ir todel einant inercija jos peršoks per šitą normalę padėtį ir ims kilti augštyn. Tuo pačiu laiku, kada grįžtant dalelėms prie normalės padėties duobelė nyks, nyks ir kalnelis grandies pavidalu apie šitą duobelę, nes šito kalnelio dalelės slinks žemyn irgi siekdamos normalės padėties ant vandens paviršiaus. Bet peršokę per normalę padėtį augštyn buvusios duobelės dalelės bus irgi slopinamos savo judėjime kaip tūrio elastingų jėgų taip ir svorio jėgų pasipriešinimu. Taigi vėl jų kinetinė energija virs potencine energija ir pasiekus tam tikrą augštį jų greitumas pasidarys lygus nuliui. Dabar tos dalelės sudarys kalnelį ir apie tą kalnelį bus latakėlis grandies pavidalu, nes tuo pačiu laiku artimiausios dalelės kaimynės nuslinks iki maksimumo žemyn nuo pusiausviros, arba normalės, padėties. Veikiant svorio jėgai kalnelio dalelės ims slinkti žemyn ir pagaliau pasieks normalę padėtį, tuo pačiu laiku artimiausios dalelės kaimynės, sudariusios grandies pavidalo latakėlį, irgi pasieks normalę padėtį kildamos augštyn. Taigi kritusio akmenuko sujudintos dalelės sudarys iš pradžios duobelę, paskui grįš prie normalės padėties, sudarys kalnelį ir vėl grįš prie normalės padėties, vienu žodžiu, tos dalelės padarys vieną pilną harmoningą svyravimą. Kiek vėliau artimiausių dalelių grandinis sluogsnis atliks tokį pat judėjimą, dar kiek vėliau kitas grandinis sluogsnis ir t. t. Vienu žodžiu, kiekvienas vandens dalelių įdubimas bet kurioj vandens paviršiaus vietoje iššaukia visų gretimųjų dalelių pakilimą aplink, ir šita deformacija skleidžiantis į visas puses vienodai sudaro grandinį dalelių iškilimą apie sąjūdžio centrą. Antras sąjūdžio centro dalelių pakilimas augštyn iššaukia gretimųjų dalelių įdubimą aplink, taip kad susidaro grandinis latakėlis, arba grandinis slėnis. Kada kritusio akmenuko išjudintos dalelės padarys pilną svyravimą, susidedantį iš įdubimo ir pakilimo, tai per tą laiką ir susidarys pirmoji pilna banga, susidedanti iš kupros, arba iškilimo, ir slėnio, arba įdubimo. Padarius akmenuko sujudintoms dalelėms antrą pilną svyravimą susidarys antra pilna banga ir t. t. ir mums atrodys, kad tos bangos koncentrinių ratų, arba grandžių, pavidalu plėsdamosi ant vandens paviršiaus nubėga vis toliau ir toliau. Iš to, kas čia pasakyta, aišku, kad čia žengia pirmyn ne vandens dalelės, bet tik vandens paviršiaus forma.

Žiūrint į rugių lauką, vėjo išjudintą, mes gauname irgi bangavimo įspūdį, ir mums atrodo, kad bangos, prasidėję vienoje vietoje, bėga vis toliau ir toliau, bet iš tikrųjų svyruoja tik stiebai ir varpos pasilikdami savo vietose, ir tik tas jų svyravimas, pradėjus pūsti vėjui, susiteikia vis tolimesnėms ir tolimesnėms varpų eilėms, taip kad pagaliau žengia pirmyn tik vėjo pakeista varpų viršūnių sudaryta forma.

Visos bangų grandys, kurios susidaro išeinant iš tam tikro sąjūdžio centro, sudaro vadinamąją bangų sistemą. Ištiesę iš sąjūdžio centro ant vandens gulsčio paviršiaus tiesią liniją mes gausime bangos spindulį. Visos vandens dalelės, kurios būdamos ramybėje esti šitoje linijoje, banguojant esti tai augščiau tai žemiau šitos linijos, sudarydamos žinomą jau mums kreivą liniją sinaus formos.

Norint susekti, kaip juda atskiros vandens dalelės banguojant, galima paimti ilgokas lovys stiklo šonais su vandeniu ir į vandenį priberti, sakysime, gintaro smulkių dalelių, kurių lyginamasai svoris gangreit toks pat kaip vandens, taip kad svyruojant vandens dalelėms kartu su jomis svyruos ir gintaro dalelės. Gintaro dalelių judėjimus galima bus matyti per lovio stiklo šonus. Sujudinus vandenį lovyje bet kurioj vietoj mes pamatysime, kad vertikalėje plokštėje, pravestoje per liniją, išilgai kurios skleidžiasi judėjimas, vandens dalelės juda taip, kad jų orbitos ant vandens paviršiaus sudaro ratus, gilesniuose gi sluogsniuose elipses, kurių išilginis diametras darosi juo ilgesnis, juo gilesniam sluogsny yra vandens dalelės. Vadinasi, tos elipsės bus juo labiau ištemptos išilgai ir suplotos statmenai (vertikaliai), juo giliau yra vandens dalelės.



14 pieš.

Įsivaizduokime sau tiesiojoj linijoj (14 piešinys, I) eilę vandens dalelių, pažymėtų skaitmenimis nuo 0 iki 12. Tai bus eilė dalelių ant vandens paviršiaus. Išjudinus dalelę 0 ir atlikus jai vieną pilną apsisukimą savo ratu, visos kitos dalelės nuo 0 iki 12 užims padėtis tirštai nupieštoj sinus kreivojoj linijoj. Vadinasi, šituo laiko momentu 0 dalelė bus padariusi vieną pilną apsisukimą ir rengsis, taip sakant, prie antro apsisukimo. Tuo pačiu laiku 12 dalelė rengsis prie pirmojo savo apsisukimo, taip kad 0 ir 12 dalelės bus toje pačioje judėjimo fazėje, ir atokumas tiesia linija nuo dalelės 0 iki dalelės 12 bus bangos ilgis. Tuo pačiu laiku 11 dalelė bus padariusi $^1/_{12}$ dalį pilno apsisukimo; 10-ta dalelė $^2/_{12}$; 9-ta dalelė $^3/_{12}$ ir t.t., o 1-ma dalelė bus atlikusi $^{11}/_{12}$ savo pilno apsisukimo. Visų kitų nepažymėtų piešiny dalelių padėtis yra svarstomu laiko momentu toj pačioj sinus kreivojoj linijoj.

Pradėjus 0 dalelei savo antrąjį apsisukimą ir atlikus jai $^1/_{12}$ dalį to apsisukimo, visos kitos dalelės inkluzive 12 dalelė bus punktyru nupieštoj kreivojoj linijoj — per tą laiką 'iekviena dalelė pasisuks per $^1/_{12}$ rato apskritimo dalies, ir todel punktyru nupiešta linija skirsis nuo tirštai nupieštos linijos vien tik tuo, kad ji bus pasistūmusi pirmyn ta linkme, kuria skleidžiasi judėjimas.

Kadangi padarius 0 dalelei pirmąjį savo pilną apsisukimą ir išsklydus judėjimui iki 12-tos dalelės susidaro viena banga, kitaip sakant, judėjimas išsiskleidžia vienos bangos ilgumu, tai, pažymėję judėjimo periodą raide T, bangos ilgį raide $\lambda$ ir bangos greitumą raide v, mes turėsime: $\lambda = vT$.

Dažnai vieton svyravimų periodo kalbama apie jų tankumą, arba apie jų skaičių n per vieną sekundą. Tad $n = \frac{1}{T}$ ir $\lambda = vT = \frac{v}{n}$, arba $n\lambda = v$. Vadinasi, atokume v, kuris yra lygus bangavimo išsiskleidimui per 1 sekundą, visuomet bus n bangų.

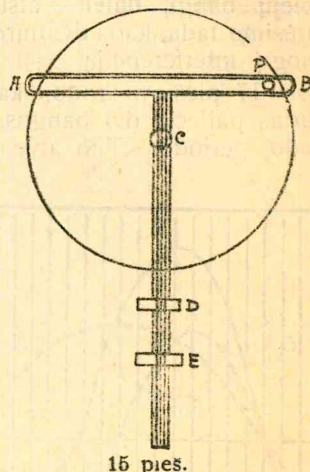
Kaip jau mes žinome, judėjimas ratu yra atstojamasai dviejų paprastų harmoningų švytavimų judėjimas išilgai statinio ir gulsčio diametrų, lygiai kaip ir judėjimas elipse. Taigi judėjimas ratu arba elipse galima pakeisti dviem judėjimais išilgai statinio ir gulsčio diametrų rato arba elipsės, esant tarp tų judėjimų fazių skirtumui $\pi/2$. Taigi judėjimai vandens, arba aplamai skysčių dalelių judėjimai ratais arba elipsėmis susideda iš tų dalelių paprastų harmoningų svyravimų skersai bangos skleidimosi linijos ir išilgai tos linijos. Imant tik galvon skersus svyravimus ir atidedant atsilenkimus iš eilės iš jų didumo augštyn ir žemyn nuo vidurinės linijos mes gausime vadinamąją skersą, arba transversalę, bangą, kurią vaizduoja tirštai nubrėžta bangos linija II 14 piešinio. Atidedant gi atsilenkimus išilgai tos vidurinės linijos į kairę ir į dešinę pusę nuo dalelių pusiausviros, arba normalės, padėties, mes nebegausime bangos linijos, nes čia svyravimų kryptys sutampa su bangos skleidimosi kryptimi. Bet užtat vienur dalelės bus išsklydę, atokumai tarp jų bus didesni kaip normalėj padėty, kitur jos bus susigrūdę, atokumai tarp jų bus mažesni kaip normalėj padėty. Žymint daleles mažiukais ratukais mes gausime vaizdą II 14 piešinio, kur dalelės 0, 1, 2, 3 ir 9, 10, 11, 12 bus nutolę viena nuo kitos, o dalelės nuo 4 iki 8 bus prisiartinę viena prie kitos. Taigi čia banga bus sudaryta iš retesnių ir tankesnių dalelių eilių, arba sluogsnių. Tokia banga vadinasi išilgine, arba longitudinale, banga, ir ji susidaro tada, kada svyravimų kryptis vyksta ta pačia prasme kaip skleidžiasi banga. Tokios išilginės bangos, sudaromos išilginiais svyravimais, gali susidaryti tik tokiuose kūnuose, kurie suspaudžiami, kaip, pavyzdžiui, skysčiai, o ypač dujos. Dujose mes visuomet turime išilgines bangas, ir bangos, kurios, pasiekę mūsų ausį, daro garso įspūdį, susideda iš suspaustų ir praskiestų oro sluogsnių.

Skysčiuose, kaip jau mes matėme, susidaro tuo pačiu laiku skersos ir išilginės bangos, nes skysčiai daug mažiau suspaudžiami kaip dujos, bet tokios bangos susidaro tiktai ant skysčio paviršiaus ir paviršutiniuose skysčio sluogsniuose. Juo giliau skysčio sluogsnis, juo labiau ištempta elipse sukasi skysčio dalelės, taip kad giliai skysčiuose mes turėsime išilgines bangas, kaip ir ore, susidedančias iš suspaustų ir praskiestų sluogsnių. Kietuose gi kūnuose, kurie labai mažai suspaudžiami, užvis lengviau susidaro skersos bangos, bet gali susidaryti ir išilginės bangos, jeigu tik kūnas šiek tiek suspaudžiamas ir nereiškia formos elastingumo. Jeigu gi kūnas būtų visiškai nesuspaudžiamas ir reikštų tik formos elastingumą, tai tokiam kūne galėtų susidaryti išimtinai skersos bangos.

Iš to, kas čia pasakyta apie bangų susidarymą, išeina įvairūs būdai bangoms arba bangų linijoms nupiešti. Kadangi banga yra dviejų judėjimų išdava: svyravimo arba švytavimo tam tikra kryptimi ir to svyravimo arba švytavimo skleidimosi šita kryptimi, tad paprasčiausias harmonografas, arba aparatas bangų linijoms piešti, bus paprasta švytuoklė, kurios lęšis pakeistas mažučiu piltuvėliu su smulkiais milteliais kokių nors dažų, sakysime, žalių. Paleidus švytuoti tokią švytuoklę, sakysime, iš kairės į dešinę pusę ir traukiant po ja tam tikru vienodu greitumu popieriaus lapą skersai švytavimų krypties, birantis iš piltuvėlio skylės žalias smėlys nupieš ant popieriaus lapo žalią bangų liniją (sinus liniją). Jeigu vieton piltuvėlio bus paprastas lęšis, prie kurio galo bus prijungta plunksna su skystais dažais, arba rašalu, tai, svyruojant švytuoklei, plunksna parašys ant traukiamo vienodu greitumu popieriaus lapo, skersai svyravimo linijos, bangų liniją.

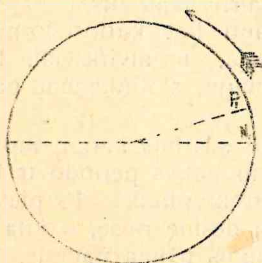
Kitos rūšies harmonografą atvaizduoja 15 piešinys. Čia mes turime metalinį skritulį, kuris sukasi apie savo ašį C. Ties skrituliu pritaikinta skersinė AB su išilginiu plyšiu, į kurį įeina kietai sujungtos su skrituliu vinelės P galas. Skersinė gi AB kietai sujungta su stiebu EDC, kuris vaikščioja augštyn ir žemyn apikaklėse E ir D. Aišku, kad sukantis skrituliui kartu su juo suksis ir vinelė P ir iššauks skersinės AB svyravimą išilgai skritulio statinio diametro. Jeigu dabar prie skersinės galo B pritaikinti plunksną arba pieštuką ir to pieštuko galą lengvai prispausti prie popieriaus lapo, tai sukantis skrituliui ir varant popieriaus lapą, sakysime, iš kairės į dešinę pusę tam tikru vienodu greitumu, pieštukas nupieš ant popieriaus sinus liniją, kurią vaizduoja 16 piešinys. Kaip rodo piešinys, čia popieriaus lapas slenka iš kairės į dešinę pusę greitumu V, o

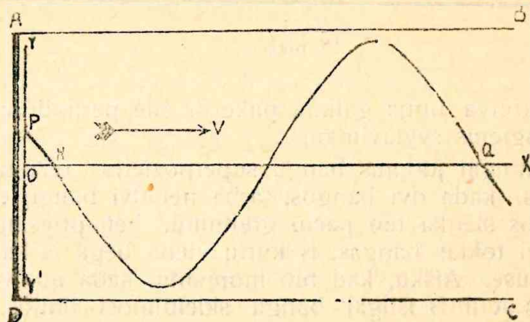
pieštuko galas P harmoningai švytuoja statiškai, išilgai linijos YY' sukantis skrituliui ir, vadinasi, sujungtai su juo vinelei iš dešinės į kairę pusę. Tegu to švytavimo periodas bus T. Nupiešta bangos linija kiekvienu momentu duoda visų taškų atsilenkimus, kurie yra bangos linijoje. Kad pamatytume atskirų dalelių judėjimus bangos linijoje, galima paimti kitas popieriaus lapas, išpjovus jame visą eilę plyšių tam pačiam atokume vienas nuo kito išilgai YY' Per kiekvieną iš tų plyšių galima bus matyti dalį bangos kreivosios ir, slenkant užpakaliniam popieriaus lapui iš kairės į dešinę pusę, atrodys, kad tos trumpos bangos kreivosios dalis švytuoja augštyn žemyn. Tos ar kitos dalelės atsilenkimas kiekvienu momentu nuo pusiausviros, arba vidurinės, linijos OX bus lygus statmeniškam tos dalelės atokumui nuo linijos OX. Taigi aišku, kad čia kiekviena dalelė, kuri yra bangos linijoje, atlieka tokius pat paprastus harmoningus švytavimus, kaip ir pieštuko galas P, tik tie švytavimai skiriasi vienas nuo kito faze.



15 pieš.

Tegu visų tų dalelių švytavimų amplituda bus a. Vadinasi, a bus skritulio radijus, kitaip sakant, rato radijus, kurio apskritimu sukasi vinelė P. Tada tos vinelės greitumas bus $\frac{2\pi a}{T}$. Tokį pat greitumą turi pieštuko galas ir visos dalelės, kurios yra bangai pakeliui, kada pieštuko galas ir tos dalelės eina per liniją OX, arba per pusiausviros liniją. Tai bus dalelių maksimalis greitumas. Minimalis greitumas bus tada, kada pieštuko galas pasiekia atsilenkimo maksimumą (atsilenkimą, lygų amplitudai a) nuo pusiausviros padėties, vadinasi, kada pieštukas piešia bangos viršūnę arba bangos slėnį. Aišku, kad liečiamoji linija, ištiesta iš bangos viršūnės arba slėnio taško, eina lygiagrečiai linijai OX, vadinasi, sudaro su ta linija kampą, lygų 0. Liečiamoji linija, ištiesta per kitus bangos linijos taškus, sudaro su OX kampą $\vartheta$, kuris skiriasi nuo nulio. Kada vinelė ant skritulio buvo padėtyje $N_1$, pieštuko galas buvo padėtyje N, kada vinelė pasisuko iš padėties $N_1$ į padėtį $P_1$, tada pieštuko galas nupiešė liniją NP



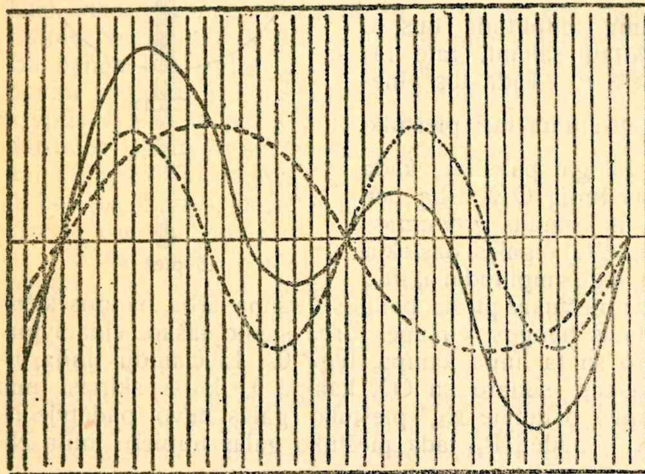
16 pieš.

slenkančiame popieriaus lape. Dalis bangos linijos PN sudaro su vidurine linija OX kampą $PNO = \vartheta$. Taigi $\operatorname{tg} \vartheta = \operatorname{tg} PNO = \frac{OP}{ON}$. Tegu laikas, per kurį vinelė iš padėties $N_1$ perėjo į padėtį $P_1$, bus t, ir tegu tai bus labai trumpas laikas. Per šitą laiką popieriaus lapas pasistūmė iš kairės į dešinę pusę per atokumą $ON = Vt$. Per trumpą laiką vinelės judėjimu aprėžtas lankas $N_1P_1$ labai mažai skiriasi nuo tiesios linijos, lygiagrečios linijai OP. Vadinasi, šituo atveju mes turėsime: $OP = N_1P_1 = 2\pi a \frac{t}{T}$.

Taigi $\operatorname{tg} \vartheta = 2\pi a \frac{t}{T} : Vt = \frac{2\pi a}{VT}$.

Kada dvi ar daugiau bangų, bėgdamos ta ar kita kryptimi, sutinka kokią nors dalelę, tai tos dalelės atsilenkimas kiekvienu momentu bus ekvivalentingas sumai vektorinių atsilenkimų, pareinančių nuo atskirų bangų. Tos dalelės greitumas bus atskirų bangų suteiktų greitumų atstojamasai greitumas. Jeigu šita dalelė tuo pačiu laiku pasiekia vienos bangos viršūnę ir kitos bangos slėnį, tai tuo momentu dalelės atsilenkimas bus lygus abiejų bangų amplitudų skirtumui. Jeigu abiejų bangų amplitudos lygios, periodai tie patys ir abidvi bangos skleidžiasi ta pačia kryptimi, tada paliestos abiejų bangų dalelės atsilenkimas visą laiką bus lygus nuliui. Tokį atsitikimą mes turėsime tada, kada dvi nurodyto sbangos bėga viena prieš kitą, ir tada mes kalbame apie bangų interferenciją.

17 piešinys rodo, kaip surasti bet kuriuo momentu atsilenkimai tokių dalelių, kurias paliečia dvi bangos, bėgančios ta pačia kryptimi vienodu greitumu, bet nevienodo periodo. Tuo atveju dalelių atsilenkimai surandami sudedant vektorinius atsilenkimus, pareinančius nuo kiekvienos bangos. 17 piešiny abidvi bangos nupieštos punktyru. Jos skleidžiasi ta pačia kryptimi, turi tą pačią amplitudą, bet vienos bangos periodas yra dusyk didesnis kaip kitos. Sudedant algebriškai atsilenkimus, pareinančius nuo vienos ir kitos bangos, atidedant tuos atsilenkimus tam tikro ilgio ordinatomis ir jungiant tų ordinatų galus mes gausime tirštai nupieštą kreivą liniją, kuri ir duos mums dviejų atstojamojo judėjimo bangavimų liniją. Procesas, kuriuo prieinama prie šito atstojamojo judėjimo, vadinasi bangų superpozicija. Aišku, kad sudedant tokiu būdu visą eilę įvairių įvairiausių bangų galima gauti bet kurios formos kreiva linija, ir atvirkščiai, bet kurios formos kreiva linija galima pakeisti eile periodinių kreivųjų, atatinkančių paprastiems harmoningiems švytavimams.

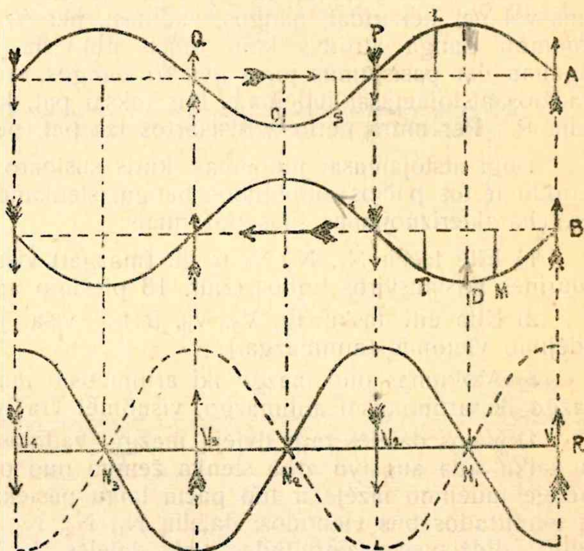


17 pieš.

Ypatingai įdomus bangų superpozicijos rezultatas ir svarbus bangų mokslui susidaro tada, kada dvi bangos, arba net dvi bangų eilės to paties periodo ir tos pačios amplitudos slenka tuo pačiu greitumu, bet priešingomis kryptimis. 18 piešinys rodo mums dvi tokias bangas, iš kurių viena bėga iš kairės į dešinę pusę, o kita iš dešinės į kairę pusę. Aišku, kad tuo momentu, kada abidvi bangos užima padėtis, pažymėtas kreivomis A ir B išilgai bangų skleidimosi linijos, nebus jokio dalelių atsilenkimo. Kitaip sakant, visos abiejų bangų paliestos dalelės bus vidurinėje, arba pusiausviroje, linijoje. 18 piešiny R visos bangos A viršūnės sutampa su bangos B slėniais, ir bet kuriam bangų taške atsilenkimai, kurie pareina nuo vienos ir kitos bangos, bus lygūs, bet atkreipti į priešingas puses. Taigi atstojamasai atsilenkimas bus lygus nuliui, ir visos dalelės bus, kaip jau pasakyta, pusiausviroje, arba vidurinėje, linijoje R. Bet vienos iš tų dalelių turės greitumą 0, o kitos turės maksimalį greitumą. Taip dalelės $N_1$, $N_2$, $N_3$, kurios bus paliestos bangos A viršūnės ir bangos B slėnio, arba atvirkščiai, bus greitumo 0, nes dalelė, pasiekusi atsilenkimo maksimumą augštyn arba žemyn, turi greitumą nulį. Bet kitaip bus su dalelėmis $V_1$, $V_2$, $V_3$, $V_4$. Dalelė $V_1$ yra bangos A taško įtakoje, kuris eina su maksimumo gretumu per pusiausvirą padėtį augštyn, ir bangos B taško įtakoje, kuris eina tuo pačiu maksimaliu greitumu per pusiausvirą padėtį irgi augštyn. Todel dalelė $V_1$, kuri yra pusiausviroj linijoj, turės irgi maksi-

malį greitumą, atkreiptą augštyn, dusyk didesnį, kaip greitumas A ir B. Taip pat dalelė $V_2$ yra iš vienos pusės bangos A taško P įtakoje, kuris eina per pusiausvirą padėtį žemyn su maksimaliu greitumu ir atatinkamo bangos B taško, kuris tokiu pat maksimaliu greitumu irgi eina per pusiausvirą padėtį žemyn. Todel dalelė $V_2$, einanti per pusiausvirą liniją R, irgi turės maksimalį greitumą, lygų bangos A taško P ir atatinkamo bangos B taško greitumų sumai. Tas pat reikia pasakyti apie daleles $V_3$ ir $V_4$. Vadinasi, vienos dalelių pusiausviroj linijoj R bus parimę ($N_1$, $N_2$, $N_3$), o kitos bus ypatingai smarkaus judėjimo stovyje ($V_1$, $V_2$, $V_3$ ir t. t.). Parimę taškai $N_1$, $N_2$, $N_3$ vadinasi mażgai, o turintieji maksimumo greitumą taškai $V_1$, $V_2$ ir t. t. vadinasi antimazgai.

Taigi esant tokiai padėčiai bangos A bangos B atžvilgiu, kaip parodyta 18 piešinio viršutinėje dalyje, atstojamasai judėjimas bus išreikštas tiesia linija R, kaip parodyta to paties piešinio apačioje. Visų abiejų bangų pagautų dalių atsilenkimai bus lygūs nuliui, visos dalelės bus vidurinėje pusiausviroj linijoj R, bet vienos iš tų dalių (mazgai $N_1$, $N_2$, $N_3$ ir t. t.) turės greitumus 0, o kitos (antimazgai $V_1$, $V_2$, $V_3$) turės tuo pačiu laiku maksimumo greitumus.



18 pieš.

Pažiūrėsime dabar, kas bus slenkant abiem bangom toliau nurodytomis piešiny kryptimis. Per kurį laiką taškas L bangoj A atsidurs linijoj D. Per tą patį laiką bangos B taškas M atsidurs irgi linijoj D. Kadangi abudu taškai L ir M yra vienodai atsilenkę nuo vidurinės linijos tiktai į priešingas puses, tai atstojamasai atsilenkimas bus lygus nuliui. Kadangi taškai L ir M turi ir vienodus greitumus, tik atkreiptus į priešingas puses, tai atstojamojo judėjimo greitumas irgi bus lygus nuliui. Vadinasi, šitoj vietoj ant vidurinės arba pusiausviros linijos bus mazgas. Iš piešinio aišku, kad tas mazgas ($N_1$) pasiliks toj pačioj vietoj, kur buvo iš pradžios. Tas pat reikia pasakyti ir apie kitus mazgus $N_2$, $N_3$ ir t. t.

Toliau, bangos A taškas S per kurį laiką pasieks liniją $PV_2$. Per tą patį laiką bangos B taškas T pasieks irgi liniją $PV_2$. Kadangi taškų S ir T atsilenkimai yra to paties didumo ir atkreipti į tą pačią pusę (žemyn), tai atstojamasai atsilenkimas arba dalelės, pagautos abiejų bangų šitoje vietoje, atsilenkimas bus dusyk didesnis kaip atsilenkimas A arba T ir bus atkreiptas irgi žemyn. Tas pat reikia pasakyti ir apie atstojamojo judėjimo greitumą arba apie abiejų bangų šitoje vietoje pagautos dalelės greitumą. Tas greitumas bus dusyk didesnis kaip taško S arba T greitumas. Vadinasi, taškas $V_2$ kaip buvo iš pradžios, taip ir dabar pasiliks smarkiausio judėjimo vieta, nors svarstomuoju momentu jis ir nebus pusiausviroj linijoje R.

Per $1/4$ periodo kiekviena banga pasistums per $1/4$ bangos ir, vadinasi, taškas C pasieks liniją $PV_2$ tuo pačiu laiku iš kairės pusės, kaip taškas D iš dešinės pusės. Taigi tuo momentu abiejų bangų slėniai atsidurs vienas ties kitu linijoje $PV_2$, ir atstojamasai atsilenkimas tuo momentu pasieks maksimum didumo ir bus dusyk didesnis kaip vienos iš bangų komponentų amplituda. Bet atstojamasai tuo momentu abiejų bangų pagautos dalelės greitumas bus lygus nuliui, nes tuo momentu dalelė bus pasiekusi maksimumo atsilenkimą nuo pusiausviros linijos. Taigi taškas $V_2$ linijoje R bus nuslinkęs žemyn iki maksimumo. Samprotaujant tuo pačiu būdu lengva įsitikinti, kad svarstomuoju momentu, vadinasi, per $1/4$ periodo nuo pradžios judėjimo, taškas $V_3$ pa-

sieks atsilenkimo maksimumą augštyn, taškas $V_4$ atsilenkimo maksimumą žemyn ir t. t., ir atstojamoji banga, sudedant bangas komponentas A ir B, atrodys kaip punktyru nupiešta sinus linija 18 piešinio apačioje. Taigi piešinys rodo, kad taškai $N_1$, $N_2$, $N_3$, ir t. t. kaip buvo iš pradžios, taip ir dabar bus ramybės vietos, o taškai $V_1$, $V_2$, $V_3$, ir t. t. kaip buvo iš pradžios, taip ir dabar bus smarkiausio judėjimo vietos.

Kada banga A pasistums iš kairės į dešinę per pusę bangos (vadinasi, per $1/2$ periodo nuo pradžios judėjimo), o banga B pasislinks iš dešinės į kairę pusę per pusę bangos, tai tuo momentu atstojamasai judėjimas vėl priims tiesios linijos R formą. Mazgai ir antimazgai pasiliks kur buvę, tiktai dabar pirmykščiai greitumai taškuose $V_1$, $V_2$, $V_3$ ir t. t. bus apversti, vadinasi, bus dabar atkreipti į priešingas puses, nes per pusę periodo nuo judėjimo pradžios mes turėsime fazių skirtumą $\pi$.

Sekant toliau abiejų bangų A ir B slinkimą, lengva įsitikinti, kad pasistūmus joms vėl per ketvirtdalį bangos, vadinasi, per $3/4$ periodo nuo pradžios judėjimo, atstojamoji banga atrodys kaip tirštai nupiešta sinus linija 18 piešinio apačioje. Ir pagaliau dar pasistūmus joms per $1/4$ bangos, vadinasi, per vieną periodą nuo judėjimo pradžios, atstojamasai judėjimas bus toksai pat, kaip iš pradžios, ir bus išreikštas tiesia linija R. Per antrą periodą atsikartos tas pat, per trečiąjį vėl tas pat ir t.t.

Taigi atstojamasai judėjimas, kuris susidaro del superpozicijos dviejų to paties periodo ir tos pačios amplitudos bangų, slenkančių vienodu greitumu į priešingas puses, charakterizuojamas šiais požymiais:

1) Eilė taškų $N_1$, $N_2$ $N_3$ ir t.t. (mazgai) visą judėjimo laiką pasilieka parimę ant vidurinės pusiausviros linijos (žiūr. 18 piešinio apačią);

2) Kita eilė taškų $V_1$, $V_2$, $V_3$, ir t.t. visą judėjimo laiką pasilieka smarkiausio judėjimo vietomis (antimazgai);

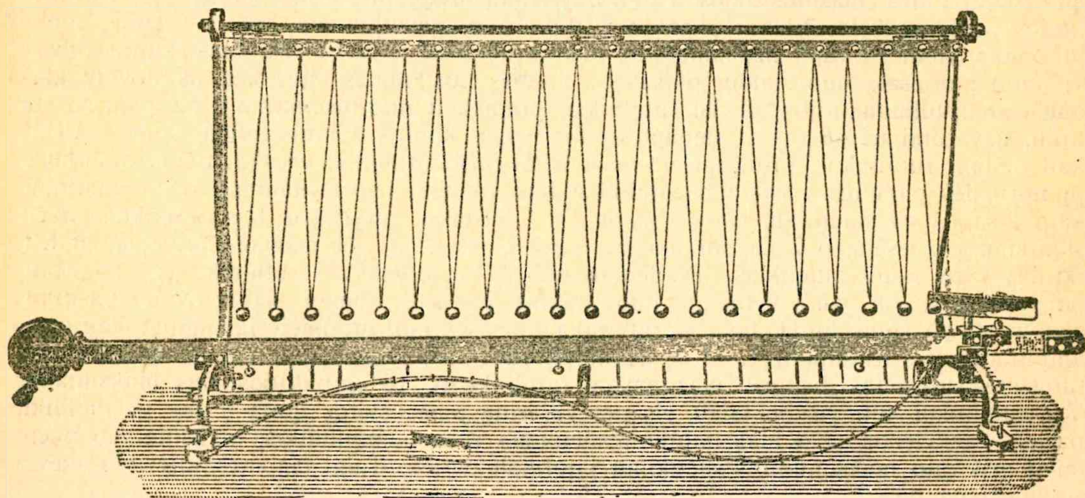
3) Atokumas nuo mazgo iki artimiausio mazgo, lygiai kaip atokumas nuo antimazgo iki artimiausio antimazgo, visuomet yra lygus pusei bangos;

4) Visos dalelės tarp dviejų mazgų, vadinasi, kurios užima pusę bangos, tuo pačiu laiku kįla augštyn arba slenka žemyn nuo pusiausviros linijos, vadinasi, yra toje pačioje judėjimo fazėje ir tuo pačiu laiku pasiekia atsilenkimo maksimumą, tik tų dalelių amplitudos bus vienodos: dalelių $N_1$, $N_2$, $N_3$, ir t.t. amplitudos bus visuomet lygios nuliui, didžiausias amplitudas turės dalelės $V_1$, $V_2$, $V_3$ ir t.t., o dalelės tarp mazgų ir antimazgų turės amplitudas nuo nulio iki antimazgo maksimumo amplitudos. Jeigu realizuosim tokį judėjimą, tai jis atrodys susidedančiu iš eilės kilpų todel, kad visos pusės bangos dalelių atsilenkimas į vieną pusę taip greitai pasikeis tų pačių dalelių atsilenkimu į priešingą pusę, jog mūsų akis nesugebės išsivaduoti nuo pirmojo įspūdžio prieš įgyjant antrąjį, ir mes turėsime įspūdį, kad, tarytum, tuo pačiu laiku įvyko atsilenkimas į vieną ir kitą pusę. Aprašytas čia judėjimas sudaro vadinamąsias stacionares, arba stovinčias, bangas. Toksai judėjimas visada pasidaro, kada žengianti pirmyn banga susiduria su kliūtimis, sakysime, su siena arba ekranu ir atsimuša nuo tos sienos arba ekrano. Atsimušusi banga susideda tada su žengiančia pirmyn banga, ir mes gauname stovinčią bangą.

Tokias stovinčias bangas galima iššaukti lanksčioje virvelėje, prispaudus nejudamai vieną jos galą spaustuvais prie sienos ir tam tikru taktu išjudinus kitą galą. Nuo sienos banga, žengianti išilgai virvelės žemyn, atsimuša. Atsimušusios ir žengianti priekin bangos superponuojasi, ir mes gauname stovinčią bangą. Virvelė atrodo tarytum sudaryta iš eilės kilpų. Atlenkus smuiko stygą, arba kito kokio instrumento stygą, iš normalės, arba pusiausviros, padėties mes irgi gausime stovinčią bangą, dažniausiai vienos kilpos pavidale, tarp stygos nejudomai pritrauktų galų. Bet ir stygoje galima iššaukti stovinčią bangą iš visos eilės kilpų, jeigu tuo ar kitu būdu tam tikrose stygos vietose sutrukdyti judėjimą, vadinasi, sudaryti mazgus. Jeigu iššaukti vandens arba kito kokio skysčio bangavimą lovyje, tai irgi susidaro vandens stovinčios bangos, superponuojančios atsimušusioms nuo lovio šonų bangoms su žengiančiomis pirmyn bangomis.

Pažymėsime čia dar, kad dalis bangos arba kreivosios linijos tarp dviejų mazgų vadinasi ventraliais segmentais.

Aprašysime dabar Macho bangų mašiną, kurią atvaizduoja 19 piešinys ir su kuria galima demonstruoti, kaip susidaro bangos ir bangavimo charakteringus požymius. Macho bangų mašina susideda iš geležinių staklių, kurių kojos remiasi į stalą arba į grindis sraigtais. Prie staklių kojų kietai pritraukta sraigtais ilgoka keturkampė sija. Ant sijos galo iš dešinės piešinio pusės tarpe tarp dviejų geležinių plokštelių, kietai pritrauktų prie sijos, yra nedidelis skritulys (piešiny nematomas). Ant kito sijos galo iš kairės piešinio pusės taip pat tarpe tarp dviejų geležinių plokštelių, kietai pritrauktų prie sijos galo, yra skridinys su rankena. Per skritulį ir skridinį ir aplink visą siją apmesta gelumbinė juosta, kuri vaidina begalinio diržo vaidmenį. Su ta juosta kietai sujungti spaustuvai, į kuriuos galima įdėti keturkampė metalinė plokštelė taip, kad ji sudarytų tam tikrą kampą su sijos linija (žiūr. 19 pieš. iš dešinės pusės). Spaustuvai nesujungti su sija, taip kad sukant už rankenos skridinį iš kairės piešinio pusės, tie spaustuvai ir įdėta į juos plokštelė slinks tam tikru greitumu iš dešinės į kairę pusę.



19 pieš.

Viršutinėje mašinos staklių dalyje yra dvi sijos, sujungtos 3 nedidelėmis skersinėmis su šalnieriais taip, kad tos sijos galima suglausti minėtomis skersinėmis arba atitolinti viena nuo kitos tam tikru atokumu (skersinės parodytos ant viršutinių sijų). Prie viršutinių sijų pririšta dviem siūlais eilė rutuliukų (vienu siūlu prie vienos sijos, o kitu siūlu prie kitos), taip kad mes čia turime eilę švytuoklių. Kada abidvi sijos suglaustos, tai švytuoklių rutuliai sudaro vieną liniją ir švytuoklių siūlai esti toj pačioj statinėj plokštėj, kuri eina išilgai apatinės ir viršutinės sijų. Esant tokiai švytuoklių padėčiai galima demonstruoti skersa arba transversalė banga. Prieš tai tačiau reikia pasirūpinti, kad švytuoklės būtų toje pačioje statinėje plokštėje, kas galima pasiekti veikiant sraigtais, kuriais staklės remiasi į grindis arba į stalą. Be to, reikia pasirūpinti, kad švytuoklių rutuliukų masės centrai būtų toj pačioj tiesiojoj linijoj, kas galima pasiekti vinelėmis, kurios esti priešakinės viršutinės sijos skylėse ir kuriomis galima daugiau ar mažiau užvynioti arba nuvynioti siūlas, ant kurio kabo rutuliukas, ir tuo būdu pakelti rutuliukas kiek augščiau arba nuleisti jis kiek žemiau. Jeigu dabar sukti vienodu greitumu rankena kairįjį skridinį, tai kietai sujungti su gelumbine juosta spaustuvai ir įdėta į juos nuožulniai skaistvarinė plokštelė slinks vienodu greitumu iš dešinės į kairę pusę ir, iš eilės užkliudydama rutulius, atlenks juos iš staklių statinės plokštės į priešakį, suteikdama šitą atlenkimą kiekvienam rutuliukui kiek vėliau kaip

prieš jį esančiam rutuliukui (skaitant iš dešinės į kairę pusę). Visiems rutuliukams bus suteiktas tas pat harmoningas paprastas švytavimas, tiktai tarp atskirų rutuliukų švytavimų bus skirtumas fazėje. Taigi nuvažiavus spaustuvams su plokštele iš dešinio staklių galo į kairįjį galą prie skridinio visi rutuliukai bus kreivoj sinus linijoj (gulsčioj). Mes tuo būdu gausime bangos vaizdą. Vadinasi, čia įvyks tas pat, kas įvyksta suteikus paprastą harmoningą švytavimą bet kurio kūno dalelei, tarp kurios ir kaimynės dalelių veikia tam tikri ryšiai arba jėgos. Macho mašinoje tarp rutuliukų nėra jokių ryšių, neveikia jokios jėgos, bet užtat plokštelė, įdėta į spaustuvus, suteikia judėjimą kiekvienam rutuliukui kiek vėliau, kaip prieš einančiam rutuliukui. Kadangi čia rutuliukai švytuoja skersai bangos vidurinės linijos (iš priešakio į užpakalį), tai mes čia turėsime skersos, arba transversalės, bangos vaizdą.

Norint Macho mašina demonstruoti skersą, stacionarę bangą (arba skersą stovinčią bangą), rutuliukai paliekami taip, kaip buvo, vadinasi taip, kad siūlų plokštė būtų staklių plokštėje, arba kitaip sakant, kad rutulių svyravimo plokštės būtų statmeniškos staklių plokštei. Iš spaustuvų išimama nuožulni plokštelė ir patys spaustuvai pavaromi ant pat apatinės mašinos sijos vidurio. Į spaustuvus įdedamas laibas stiebas sinus linijos pavidalu (šitas stiebas parodytas 19 piešinio apačioje) taip, kad, sakysime, stiebo įdubimas (slėnis) būtų į užpakalį nuo staklių plokštės, o stiebo iškilimas (kupra, pilvas, viršūnė) į priešakį nuo staklių plokštės. Stiebas nustatomas taip, kad jis stovėtų kiek augščiau rutuliukų linijos, ir visi rutuliukai, pradedant nuo pirmutinio ir baigiant paskutiniu, užvaromi už stiebo — dedant vienus išilgai kupros ir kitus išilgai slėnio. Aišku, kad dedant rutuliukus, pirmasai, 11-tasai ir 21-mas rutuliukai visiškai nebus atlenkti iš jų normalės padėties. Visi kiti rutuliukai bus atlenkti, bet nevienodai: 3-sai smarkiau, kaip 2-sai, 4-sai smarkiau, kaip 3-sai ir t. t. Šeštasai rutuliukas bus atlenktas užvis smarkiau į priešakį, o 7-sai jau mažiau kaip 6-sai, 8-sai vėl mažiau kaip 7-sai ir t. t. iki 11, kuris nebus atlenktas. Pradedant nuo 11-to atlenkimas rutuliukų eis taip, kaip jau aprašyta, tik jau į užpakalį nuo staklių plokštės. Jeigu dabar staiga pastumti žemyn stiebo sinus liniją, tai visi rutuliukai ims svyruoti tuo pačiu laiku, bet įvairiomis amplitudomis. Rutuliukų 1, 11 ir 21 amplitudos bus lygios nuliui (vadinasi, čia mes turėsime stovinčios bangos mazgus), o rutuliukų 6, 16 amplitudos bus maksimalės. Visi rutuliukai tuo pačiu laiku eis per vidurinę pusiausviros liniją ir tuo pačiu laiku pasieks kiekvienas savo maksimumo atsilenkimą iš savo amplitudos, ir visi jie tuo pačiu laiku grįš nuo maksimumo atsilenkimų į normalę padėtį. Taigi čia mes turėsime skersą stovinčią bangą.

Norėdami demonstruoti Macho mašina išilginę bangą, perskirsime abidvi viršutines mašinos sijas skersinėmis su šalnieriais taip, kad tarp tų sijų pasidarytų tarpas ir kad plokštės, sudarytos rutuliukų siūlų, pasidarytų statmeniškos staklių plokštei ir, vadinasi, taip, kad rutuliukai galėtų svyruoti išilgai jų užimtos linijos (iš kairės į dešinę pusę ir atgal piešinyje). Į spaustuvus įdedamas lovelis, parodytas 19 pieš. apačioje, kurio vienas galas stovi kiek žemiau kaip kitas galas. Jeigu dabar sukti pakankamai greitai, bet vienodai, už rankenos mašinos skridinį iš kairės piešinio pusės, tai spaustuvai su loveliu slinks tam tikru greitumu iš dešinės į kairę pusę ir suteiks iš eilės svyravimus rutuliukams, atlenkdami juos iš jų normalės padėties iš dešinės į kairę pusę, taip kad visi rutuliukai ims svyruoti išilgai lovelio judėjimo linijos iš dešinės į kairę pusę ir atgal, ir mes turėsime išilginę bangą, susidedančią iš išilginių svyravimų, kurioje vietomis rutuliukai bus arčiau vienas nuo kito, vietomis toliau, keičiantis toms vietoms per pusę periodo.

Norint demonstruoti stovinčią išilginę bangą, spaustuvai su loveliu nuvaromi atgal į dešinę puse, o pažymėtas apačioje staklių stiebas pakeliamas augštyn, taip kad rutuliukai atsidurtų tarp to stiebo vinelių, kurios vinelės, kaip rodo piešinys, ant stiebo galų yra arčiau viena nuo kitos, o stiebo vidury toliau viena nuo kitos. Užvarę iš eilės visus rutuliukus už tų vinelių mes atlenksime rutuliukus iš jų normalės padėties, ir jeigu dabar staiga nuleisime žemyn stiebą su vinelėmis, tai visi rutuliukai tuo pačiu laiku ims svyruoti išilgai apatinės mašinos sijos, bet nevienodomis amplitudomis: 1-sai,

11-sai ir 21-sai rutuliukas ir čia turės amplitudą lygią nuliui, o 6-tas ir 16-sai turės užvis didžiausias amplitudas. Visi rutuliukai tuo pačiu laiku eis per savo pusiausviros padėtis, tuo pačiu laiku pasieks savo atsilenkimų maksimumus ir tuo pačiu laiku keis savo judėjimo kryptį. Taigi mes čia turėsime išilginę stovinčią bangą.

Jeigu svyruojant rutuliukams išilgai skersinėmis su šalnieriais suglausime abidvi viršutines sijas, tai mes pakeisime tuo būdu rutuliukų svyravimo plokštes: visi rutuliukai ims svyruoti skersai apatinės sijos, ir mes gausime skersą bangą. Taigi suglaudžiant viršutines sijas išilginę bangą galima paversti skersa ir atvirkščiai, perskirdami sijas, vadinasi, pasukdami rutuliukų siūlų plokštes kampu 90°, mes skersą bangą paversime išilgine.

## 5 §. Fourier'o teorema.

10 ir 17 piešiniai rodo, kaip sudedant periodines harmoningas kreivąsias (sinus kreivąsias) galima gauti periodinės, bet jau nebeharmoningos įvairiausio pavidalo kreivosios. 17-sai piešinys vaizduoja mums dviejų tos pačios amplitudos sinus bangų superpoziciją, bet nevienodo bangų ilgio arba nevienodo periodo: vienos bangos periodas dusyk didesnis kaip kitos bangos periodas. Tirštai nupiešta kreivoji vaizduoja atstojamąjį judėjimą. Šita kreivoji yra periodinė kreivoji, bet ji jau nebegali būti išreikšta paprasta harmoninga sinus kreivosios lygtimi. Vidurinė linija, kuri dalina šitą kreivąją į dvi visai simetriškas dalis su vienodais maksimumo atsilenkimais žemyn ir augštyn nuo šitos linijos, vadinasi periodinės kreivosios ašis.

Savaime suprantama, kad šita periodinė kreivoji linija galima pakeisti dviem harmoningom periodinėm kreivom linijom. Prancūzų didelis matematikas Fourier'as, nagrinėdamas įvairių periodinių kreivųjų santykius, konstatavo, kad kiekviena bet kurios formos periodinė kreivoji, jeigu ji tik yra tolydinė, jeigu jos abscisos kiekvienam taškui atatinka tik viena ordinata ir jeigu pagaliau ta ordinata turi aprėžtą arba baigtą didumą, gali būti sudaryta harmoningų kreivųjų kombinacija arba superpozicija, ir kad tokių kombinacijų yra begalinė daugybė. Toliau Fourier'as parodė, kad viena iš tos begalinės daugybės kombinacijų susideda iš harmoningų periodinių krevųjų, kurių bangų ilgiai yra 1, 2, 3, 4 ir t. t. sykių mažesni kaip sudėtinės periodinės kreivosios bangų ilgis. Tai ir bus garsi Fourier'o teorema, kurią galima išreikšti žodžiais įvairiais būdais ir tarp kitko štai kaip: bet kuri periodinė bangos ilgio $\lambda$ kreivoji, kurios kiekvienai abscisai atatinka tik viena aprėžto didumo ordinata, gali būti sudaryta sudedant begalinę daugybę harmoningų periodinių kreivųjų, kurios turi tą pačią ašį kaip ir sudėtinė periodinė kreivoji ir kurių bangų ilgiai yra $\lambda, \frac{\lambda}{2}, \frac{\lambda}{3}, \frac{\lambda}{4} \ldots$. Komponentinės harmoningos pažymėtų čia bangos ilgių kreivosios vadinasi atstojamosios kreivosios arba sudėtinės kreivosios h a r m o n i k o s. Bet tokių harmonikų yra tik viena vienintelė eilė kiekvienai sudėtinei periodinei kreivajai. Žemiau duosime sutrumpintą Fourier'o teoremos įrodymą analitiniu metodu.

Harmoningos sinus kreivosios lygtis $y = a \sin 2\pi \frac{t}{T}$ veikia tais atsitikimais, kada kreivosios ašis sutampa su abscisa ir kada kreivosios pradžia arba pirmasai kreivosios mazgas sutampa su koordinatų sistemos pradžia. Jeigu gi kreivosios ašis esti atokume $a_0$ nuo abscisų linijos ir pirmasai kreivosios mazgas esti atokume e nuo koordinatų pradžios, tad tokios periodinės harmoningos kreivosios lygtis bus $y = a_0 + a \sin \frac{2\pi}{T}(t+e)$. Čia a reiškia amplitudą, $\frac{2\pi}{T}(t+e)$ reiškia fazę ir e reiškia vadinamąją kreivosios epochą. Kreivosios epocha, aplamai, vadinasi kampinis arba linijinis pirmojo kreivosios mazgo atokumas nuo ordinatos ant kreivosios ašies. Pridedant prie epochos $\frac{\lambda}{2}, \frac{2}{2}\lambda, \frac{3}{2}\lambda, \frac{4}{2}\lambda$, ir t. t. mes turėsime iš eilės arba kįlančius augštyn arba slekančius žemyn kreivosios mazgus.

Taigi sudėtinei periodinei kreivajai, kuri sudaryta iš bet kurio skaičiaus periodinių harmoningų kreivųjų, aplamai galima parašyti tokia bendra lygtis:

$$y = a_0 + \begin{cases} a_1 \sin 2\pi \frac{t}{T} + a_2 \sin 2\pi \frac{t}{T/2} + a_3 \sin 2\pi \frac{t}{T/3} \dots \\ b_1 \cos 2\pi \frac{t}{T} + b_2 \cos 2\pi \frac{t}{T/2} + b_3 \cos 2\pi \frac{t}{T/3} \dots \end{cases} \qquad (1)$$

Čia $a_0$ — atokumas tarp abscisos ašies ir kreivosios ašies, $a_1$, $a_2$, $a_3$ ir $b_1$, $b_2$, $b_3$... — amplitudos, o kiekvienas sinus narys ir kiekvienas cosinus narys reprezentuoja vieną paprastą harmoningą kreivąją (sinus kreivąją arba cosinus kreivąją). Be to, svyravimų skaičiai arba komponentinių harmoningų kreivųjų tankumai, kaip sinus eilėje, taip ir cosinus eilėje išreiškiami eile paprastų sveikų skaičių 1, 2, 3, 4...

Šitą lygtį galima parašyti sinus formoje, išeinant iš to, kad du paprastus harmoningus amplitudų a ir b švytavimus tiesiu kampu vienas kito atžvilgiu galima pakeisti vienu amplitudos $A_1 = \sqrt{a_1^2 + b_1^2}$ švytavimu ir tokios epochos $e_1$, kuriais veikia santykis $\operatorname{tg} e_1 = \frac{b_1}{a_1}$ (pabrėšime čia dar, kad epocha mes vadiname linijinį pirmojo kylančio augštyn kreivosios mazgo atokumą nuo koordinatų pradžios, arba išreikštą radianais kampą, kurį sudaro harmoninga kreivoji su abscisa toje vietoje, kur yra pirmasai kylantis augštyn mazgas).

Tokiomis sąlygomis

$$a_1 \sin 2\pi \frac{t}{T} + b_1 \cos 2\pi \frac{t}{T} = A_1 \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + e_1\right), \text{ nes iš } \operatorname{tg} e_1 = \frac{b_1}{a_1} = \frac{\sin e_1}{\cos e_1} \text{ eina}$$

$$a_1 \sin \frac{2\pi t}{T} + b_1 \cos 2\pi \frac{t}{T} = \frac{a_1}{\cos e_1}\left(\cos e_1 \sin \frac{2\pi}{T} t + \sin e_1 \cos \frac{2\pi}{T} t\right) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + e_1\right)$$

Taigi (1) lygtis atrodys tada taip:

$$y = a_1 + A_1 \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + e_1\right) + A_2 \sin\left(\frac{2\pi}{T} 2t + e_2\right) + A_3 \sin\left(\frac{2\pi}{T} 3t + e_3\right) + \dots$$

arba laikant $k = \frac{2\pi}{T}$ atrodys taip:

$$y = a_0 + A_1 \sin(kt + e_1) + A_2 \sin(2kt + e_2) + A_3 \sin(3kt + e_3) + \dots$$

arba pagaliau laikant $kt + e = \alpha$

$$y = a_0 + A_1 \sin \alpha + A_2 \sin 2\alpha + A_3 \sin 3\alpha + \dots \quad (2)$$

Parenkant atatinkamai koeficientus $A_1$, $A_2$, $A_3$, ... galima pasiekti, kad išreikšta (2) lygtimi arba (1) lygtimi periodinė kreivoji pereis per bet kuriuos taškus. Paimsime periodinę kreivąją, išreikštą bendra lygtimi $y = f(\alpha)$, ir tegu kreivoji, išreikšta (2) lygtimi, turi patenkinti sąlygą, kad ji sutaptų su kreivąja $y = f(\alpha)$ n taškuose pusės bangos atokume. Jeigu bet kurio kreivosios $y = f(\alpha)$ taško koordinatos patenkina lygtį $y = A_1 \sin \alpha$, tai aišku, kad pirmoji sudėtinės periodinės kreivosios komponenta pereis per šitą tašką. Vadinasi, pakeičiant lygtyje $y = A_1 \sin \alpha$, y ir $\alpha$ šitomis koordinatomis mes surasime pirmąjį koeficientą $A_1$.

Tuo pat būdu galima pasiekti tai, kad atstojamoji pirmųjų dviejų komponentinių kreivųjų, kurioms veikia lygtis $y = A_1 \sin \alpha + A_2 \sin 2\alpha$, pereis per du kreivosios $y = f(\alpha)$ taškus ir, vadinasi, pakeičiant abiejų komponentų lygtyje y ir $\alpha$ tų dviejų kreivosios $y = f(\alpha)$ taškų koordinatomis mes galėsime surasti koeficientą $A_2$. Taigi aplamai visų komponentinių kreivųjų atstojamąją galime išvesti taip, kad ji sutaptų su kreivosios $y = f(\alpha)$ n taškų. Reikia tiktai sustatyti n lygčių, kad surastume n konstantų: $A_1$, $A_2$, $A_3$ ... $A_n$.

Tegu, pavyzdžiui, reikalaujama, kad (2) kreivoji sutaptų sn kreivosios $y = f(\alpha)$ n taškais taip, kad tų taškų proekcijų abscisoj atokumai būtų lygūs $\triangle \alpha = \frac{\pi}{n+1}$. Tokiomis sąlygomis atskirų taškų kreivosios $y = f(\alpha)$ abscisos bus iš eilės lygios $\triangle \alpha, 2 \triangle \alpha, 3 \triangle \alpha \ldots n \triangle \alpha$, o ordinatos bus iš eilės lygios $f(\triangle \alpha), f(2 \triangle \alpha), f(3 \triangle \alpha) \ldots f(n \triangle \alpha)$.

Pakeičiant šitomis ordinatomis ir abscisomis y ir $\alpha$ (2) lygtyje mes gausime n tokių lygčių:

$$f(\triangle \alpha) = A_1 \sin \triangle \alpha + A_2 \sin 2 \triangle \alpha + A_3 \sin 4 \triangle \alpha \ldots$$

$$f(2 \triangle \alpha) = A_1 \sin 2 \triangle \alpha + A_2 \sin 4 \triangle \alpha + A_3 \sin 8 \triangle \alpha \ldots$$

$$f(3 \triangle \alpha) = A_1 \sin 3 \triangle \alpha + A_2 \sin 6 \triangle \alpha + A_3 \sin 12 \triangle \alpha \ldots$$

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

$$f(n \triangle \alpha) = A_1 \sin n \triangle \alpha + A_2 \sin 2n \triangle \alpha + A_3 \sin 4n \triangle \alpha + \ldots A_n \sin n^2 \triangle \alpha$$

Taigi čia mes turime n lygčių, kurias išsprendę mes surasime konstantas $A_1, A_2, A_3 \ldots A_n$ ir tuo būdu turėsime galimumo grafiškai konstruoti visų komponentinių kreivųjų atstojamąją.

Kad šitą procedūrą padarytume suprantamesnę, paimsime konkretų pavyzdį. Tegu mums duota kreivoji paprasčiausios lygties $y = \alpha$ ir tegu reikalaujama, kad (2) lygties kreivoji pusės bangos atokume perkirstų kreivąją $y = \alpha$ penkiuose taškuose. Vadinasi, reikia surasti penki koeficientai $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5$.

Šituo atveju $\triangle \alpha = \frac{\pi}{n+1} = \frac{\pi}{6}$ ir, vadinasi, mūsų kreivosios penkių taškų abscisos bus iš eilės $\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{6}, \frac{3\pi}{6}, \frac{4\pi}{6}$ ir $\frac{5\pi}{6}$. Tokios pat iš eilės bus ir ordinatos, nes $y = \alpha$.

Pakeitę lygtyje $y = A_1 \sin \alpha + A_2 \sin 2\alpha + A_3 \sin 3\alpha + \ldots A_n \sin n\alpha$ koordinatas y ir $\alpha$ šitomis jų vertėmis, mes gausime šias pirmojo laipsnio 5 lygtis:

$$1)\ \frac{\pi}{6} = A_1 \sin \frac{\pi}{6} + A_2 \sin \frac{2\pi}{6} + A_3 \sin \frac{3\pi}{6} + A_4 \sin \frac{4\pi}{6} + A_5 \sin \frac{5\pi}{6}$$

$$2)\ \frac{2\pi}{6} = A_1 \sin \frac{2\pi}{6} + A_2 \sin \frac{4\pi}{6} + A_3 \sin \frac{6\pi}{6} + A_4 \sin \frac{8\pi}{6} + A_5 \sin \frac{10\pi}{6}$$

$$3)\ \frac{3\pi}{6} = A_1 \sin \frac{3\pi}{6} + A_2 \sin \frac{6\pi}{6} + A_3 \sin \frac{9\pi}{6} + A_4 \sin \frac{12\pi}{6} + A_5 \sin \frac{15\pi}{6}$$

$$4)\ \frac{4\pi}{4} = A_1 \sin \frac{4\pi}{6} + A_2 \sin \frac{8\pi}{6} + A_3 \sin \frac{12\pi}{6} + \ldots + A_5 \sin \frac{20\pi}{6}$$

$$5)\ \frac{5\pi}{6} = A_1 \sin \frac{5\pi}{6} + A_2 \sin \frac{10\pi}{6} + A_3 \sin \frac{15\pi}{6} + \ldots + A_5 \sin \frac{25\pi}{6}$$

Kad išspręstume šitas lygtis ir surastume koeficientus $A_1, A_2, A_3 \ldots$ einant Lagrange nurodytu keliu, padauginsime iš eilės pirmąją lygtį iš $2 \sin \frac{\pi}{6}$, antrąją iš $2 \sin \frac{2\pi}{6}$, trečiąją iš $2 \sin \frac{3\pi}{6}$ ir t. t. Sudėję padaugintas tuo būdu lygtis ir sutraukę į vieną narį visus narius su koeficientu $A_1$, taip pat su koeficientu $A_2$ ir t. t. mes gausime tokią lygtį:

$$2 \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{6} + 2 \frac{2\pi}{6} \sin \frac{2\pi}{6} + 2 \frac{3\pi}{6} \sin \frac{3\pi}{6} + 2 \frac{4\pi}{6} \sin \frac{4\pi}{6} +$$

$$+ 2 \frac{5\pi}{6} \sin \frac{5\pi}{6} = A_1 \Big(2 \sin^2 \frac{\pi}{6}\ 2 \sin^2 \frac{2\pi}{6} +$$

$$+\sin^2\frac{3\pi}{6}+2\sin^2\frac{4\pi}{6}+2\sin^2\frac{5\pi}{6}\Big)+$$

$$+A_2\left(2\sin\frac{\pi}{6}\sin\frac{3\pi}{6}+2\sin\frac{2\pi}{6}\sin\frac{4\pi}{6}+\ldots+2\sin\frac{5\pi}{6}\sin\frac{10\pi}{6}\right)$$

$$+A_3\left(2\sin\frac{\pi}{6}\sin\frac{3\pi}{6}+2\sin\frac{2\pi}{6}\sin\frac{6\pi}{6}+\ldots+2\sin\frac{5\pi}{6}\sin\frac{15\pi}{6}\right)$$

$$+A_4\left(2\sin\frac{\pi}{6}\sin\frac{4\pi}{6}+2\sin\frac{2\pi}{6}\sin\frac{8\pi}{6}+\ldots+2\sin\frac{5\pi}{6}\sin\frac{20\pi}{6}\right)$$

$$+A_5\left(2\sin\frac{\pi}{6}\sin\frac{5\pi}{6}+2\sin\frac{2\pi}{6}\sin\frac{10\pi}{6}+\ldots+2\sin\frac{5\pi}{6}\sin\frac{25\pi}{6}\right)$$

Surasime dabar koeficientą $A_1$. Iš trigonometrijos mes žinome, kad $2\sin^2\alpha = 1-\cos 2\alpha$. Taigi daugiklis skliaustuose prie $A_1$ $2\sin^2\frac{\pi}{6}+2\sin^2\frac{2\pi}{6}+\ldots+2\sin^2\frac{5\pi}{6}=$

$$=5-\left(\cos\frac{2\pi}{6}+\cos\frac{4\pi}{6}+\cos\frac{6\pi}{6}+\cos\frac{8\pi}{6}+\cos\frac{10\pi}{6}\right).$$

Bet taip pat iš trigonometrijos mes žinome, kad $\cos\alpha+\cos 2\alpha+\cos 3\alpha+\ldots=$

$$=-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\frac{\sin(2n+1)\frac{\alpha}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}}.$$

Taigi daugiklis prie koeficiento $A_1$ virsta $5-\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\frac{\sin 11\frac{\pi}{6}}{\sin\frac{\pi}{6}}\right)=$

$$=5+\frac{1}{2}-\frac{\sin\left(2\pi-\frac{\pi}{6}\right)}{2\sin\frac{\pi}{6}}=5+\frac{1}{2}-\left(-\frac{1}{2}\right)=6.$$

Toliau, kadangi $2\sin\alpha\sin 2\alpha=\cos\alpha-\cos 3\alpha$, tai daugiklis skliaustuose prie koeficiento $A_2$ virsta: $\cos\frac{\pi}{6}-\cos\frac{3\pi}{6}+\cos\frac{2\pi}{6}-\cos\frac{6\pi}{6}+\cos\frac{3\pi}{6}-\cos\frac{9\pi}{6}+$ $\cos\frac{4\pi}{6}-\cos\frac{12\pi}{6}+\cos\frac{5\pi}{6}-\cos\frac{15\pi}{6}=\left(\cos\frac{\pi}{6}+\cos\frac{2\pi}{6}+\cos\frac{3\pi}{6}+\cos\frac{4\pi}{6}+\right.$

$$\left.+\cos\frac{5\pi}{6}\right)-\left(\cos\frac{3\pi}{6}+\cos\frac{6\pi}{6}+\cos\frac{9\pi}{6}+\cos\frac{12\pi}{6}+\cos\frac{15\pi}{6}\right)=\left(-\frac{1}{2}+\frac{\sin\frac{11\pi}{12}}{2\sin\frac{\pi}{12}}\right)-$$

$$-\left(-\frac{1}{2}+\frac{\sin\frac{33\pi}{12}}{2\sin\frac{3\pi}{12}}\right)=-\frac{1}{2}+\frac{\sin\left(\pi-\frac{\pi}{12}\right)}{2\sin\frac{\pi}{12}}+\frac{1}{2}-\frac{\sin\left(3\pi-\frac{3\pi}{12}\right)}{2\sin\frac{3\pi}{12}}=0.$$

Taigi sudėtinės lygties narys, kuris turi koeficientą $A_2$, išnyksta (lygus nuliui). Panašiu būdu galima įrodyti, kad ir kiti tos lygties nariai, kurie turi koeficientus $A_3$. $A_4$, ir $A_5$, irgi išnyksta (yra lygūs nuliui). Taigi šita lygtis gauna pavidalą:

$$2\left(\frac{\pi}{6}\sin\frac{\pi}{6}+\frac{2\pi}{6}\sin\frac{2\pi}{6}+\frac{3\pi}{6}\sin\frac{3\pi}{6}+\frac{4\pi}{6}\sin\frac{4\pi}{6}+\frac{5\pi}{6}\sin\frac{5\pi}{6}\right)=6\,A_1+0+0+0+0$$

Arba aplamai $2\sum\limits_{k=1}^{k=5}\frac{k\pi}{6}\sin\frac{k\pi}{6}=6\,A_1$

Iš čia $A_1=\frac{2}{6}\sum\limits_{k=1}^{k=5}\frac{k\pi}{6}\sin\frac{k\pi}{6}$.

arba $A_1=\frac{2\pi}{6.6}\left(\sin\frac{\pi}{6}+2\sin\frac{2\pi}{6}+3\sin\frac{3\pi}{6}+4\sin\frac{4\pi}{6}+5\sin\frac{5\pi}{6}\right)=\frac{\pi}{18}\left(\frac{1}{2}+\sqrt{3}+\right.$

$\left.+3+2\sqrt{3}+\frac{5}{2}\right)=\frac{\pi}{18}(6+3\sqrt{3})=2.$

Kad surastume koeficientą $A_2$ elgiamės taip, kaip parodyta: dauginame pirmąją lygtį iš $2\sin\frac{2\pi}{6}$, antrąją iš $2\sin\frac{4\pi}{6}$, trečiąją iš $2\sin\frac{6\pi}{6}$, ketvirtąją iš $2\sin\frac{8\pi}{6}$ ir penktąją iš $2\sin\frac{10\pi}{6}$, dauginimo rezultatai sudedami panariui, nariai su tais pačiais koeficientais A sutraukiami ir iš gautos tuo būdu lygties surandama.

$$A_2=\frac{2}{6}\sum_{k=1}^{5}\frac{k\pi}{6}\sin\frac{2k\pi}{6}=-\frac{\pi}{6}\sqrt{3}=-0{,}9.$$

Dauginant duotąsias 5 lygtis iš eilės iš $2\sin\frac{3\pi}{6}$, $2\sin\frac{6\pi}{6}$, $2\sin\frac{9\pi}{6}$, $2\sin\frac{12\pi}{6}$ ir $2\sin\frac{15\pi}{6}$, sudėję, sutraukę ir apdirbę gautąją tuo būdu lygtį gauname

$$A_3=\frac{2}{6}\sum_{k=1}^{k=5}\frac{k\pi}{6}\sin\frac{3k\pi}{6}=0{,}5.$$

Panašiai veikiant gausime:

$$A_4=\frac{2}{6}\sum_{k=1}^{5}\frac{k\pi}{6}\sin\frac{4k\pi}{6}=-0{,}3$$

$$\text{ir } A_5=\frac{2}{6}\sum_{k=1}^{5}\frac{k\pi}{6}\sin\frac{5k\pi}{6}=0{,}1.$$

Pakeitę dabar bendros formos lygtyje $y=A_1\sin\alpha+A_2\sin 2\alpha+\ldots+A_3\sin n\alpha$ koeficientus A surastomis jų vertėmis, mes gausime tokią lygtį:

$$y=2\sin\alpha-0{,}9\sin 2\alpha+0{,}5\sin 3\alpha-0{,}3\sin 4\alpha+0{,}1\sin 5\alpha.$$

Tai ir bus ieškomos kreivosios lygtis, kuri per pusę bangos perkirs kreivąją $y=\alpha$ penkiuose taškuose su abscisomis iš eilės $\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{6}, \frac{3\pi}{6}, \frac{4\pi}{6}$ ir $\frac{5\pi}{6}$.

Aplamai tegu pusė bangos sinus kreivosios padalyta išilgai abscisos į n lygių dalių, kiekviena lygi $\triangle$ x. Tad turint periodinę kreivąją $y=f(x)$ bet kurio jos taško su abscisa

$k \triangle x$ ordinata bus $f(k \triangle x)$, o to taško fazė bus $(m\, k \triangle x)$. Taigi reiškinys betkuriam koeficientui, sakysime, m-tajam, bus:

$$A_m = \frac{2}{n+1} \sum_{k=0}^{n} f(k \triangle x) \sin (m\, k \triangle x).$$

Pagaliau konkrečiu pavyzdžiu paaiškinsime dar, kaip, remiantis Fourier'o teorema, galima grafiškai konstruoti bet kuri periodinė kreivoji linija, jeigu duota jos lygtis, ir atvirkščiai, kaip, išeinant iš grafiškos kreivosios konstrukcijos, galima surasti lygties konstantos arba koeficientai ir parašyti pati lygtis.

Tegu duota periodinės kreivosios lygtis:

$$y = 22 + 10 \sin kt + 8 \sin (2\, kt + 30) + 5 \sin (3\, kt + 60).$$

Iš to, kas anksčiau pasakyta, aišku, kad tai bus trijų sinus kreivųjų atstojamosios lygtis amplitudų 10, 8 ir 5 ir epochų $0^0$, $30^0$ ir $60^0$. Vadinasi, antroji sinus kreivoji pasiekia savo atsilenkimo maksimumą $30^0$ anksčiau kaip pirmoji, o trečioji $60^0$ anksčiau. Be to, šitų trijų sinus kreivųjų periodai arba bangų ilgiai yra iš eilės lygūs

$$\lambda, \frac{\lambda}{2}, \frac{\lambda}{3}.$$

Kad nupieštume šitą kreivąją, ištiesime gulsčią liniją kaip jos ašį ir, paėmę ant tos ašies bet kurioj vietoj tašką, iš šito taško kaip iš centro aprašysime tris ratus radijais, lygiais arba proporcingais trims amplitudoms 10, 8 ir 5 (žiūr. 20 pieš.). Ant tos pačios ašies į dešinę pusę nuo trijų koncentrinių ratų atidėsime ilgį, lygų arba proporcingą bangos ilgiui $\lambda$ ir padalinsime šitą ilgį į 24 lygias dalis. Taip pat kiekvieną rato apskritimą padalinsime į 24 lygias dalis, taip kad kiekviena dalis būtų lygi laikui $15^0$.

Iš duotosios kreivosios lygties aišku, kad jos ašies atokumas nuo abscisų linijos yra lygus 22.

Kad nupieštume pirmąją sinus komponentą arbą pagrindinę harmoniką, ištiesime 24 ordinatas per 24 abscisos taškus. Iš taško $0^0$ rato radijaus 10 ištiesime liniją lygiagrečiai abscisai iki persikirtimų su ordinata, einančia per nulinį abscisos tašką. Taškas, pažymėtas kreivojoj ašies skaitmeniu 0, bus pagrindinės sinus komponentos pradžia, vadinasi, bus jos pirmasai kįlantis augštyn mazgas ir, vadinasi, jos epocha bus lygi nuliui. Toliau iš taško, pažymėto $15^0$ rato radijaus 10, ištiesime lygiagrečiai abscisai liniją iki persikirtimo su ordinata, einančia per abscisos tašką (ir ašies tašką), pažymėtą skaitmeniu 1, paskui tą pat padarysime išeidami iš rato radijaus 10 taškų, pažymėtų $30^0$, $45^0$. $60^0$ ir t. t. tiesiant iš tų taškų linijas lygiagrečiai abscisai iki persikirtimo iš eilės su antrąja, ir t. t. ordinatomis. Padarius tai su visais pagrindinio rato padalinimų taškais ir jungiant ordinatų galus linijomis, mes gausime pagrindinę sinus komponentą, pažymėtą 20 piešiny skaitmeniu 10.

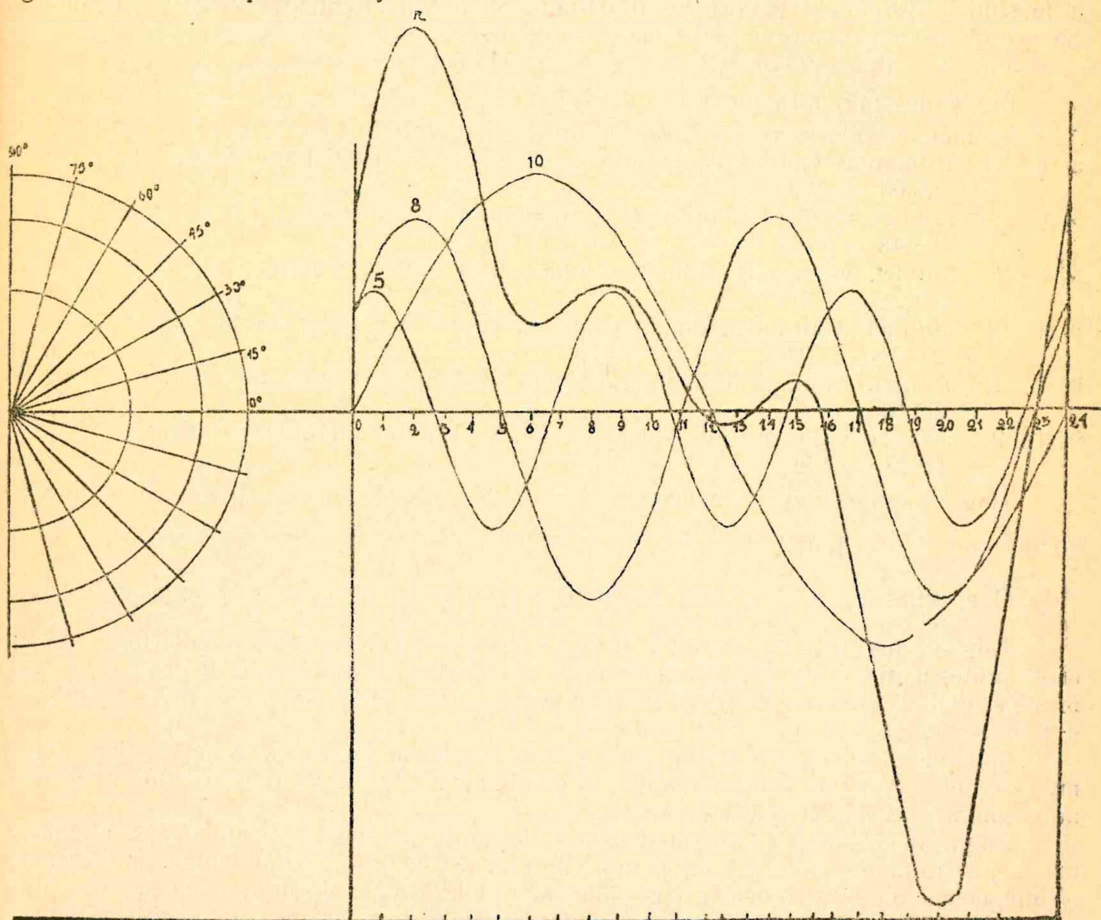
Kadangi antroji sinus komponenta amplitudos 8 turi epochą $30^0$, tai ji perkerta nulinę ordinatą tuo laiko momentu, kada pagrindinė sinus komponenta yra savo pradžioje (eina per ašies nulį). Taigi ištiesiant iš taško, pažymėto $30^0$ antrojo rato radijaus 8, liniją lygiagrečiai abscisai iki persikirtimo su nuline ordinata, mes gausime antrosios komponentos judėjimo padėtį tuo momentu, kada pirmoji pagrindinė komponenta eina per ašies nulį. Atsimenant, kad antrosios sinus komponentos bangos ilgis $\frac{\lambda}{2}$, vadinasi, proporcingas skaičiui $\frac{24}{2} = 12$, ir tęsdami linijas lygiagrečiai abscisai iš rato radijaus 8 tašku, pažymėtu skaitmenimis $45^0$, $60^0$, $75^0$ ir t. t. iki persikirtimo iš eilės su ordinatomis per vidurį atkarpos 01, per 1, per vidurį atkarpos 12, per 2 ir t. t. ir paskui jungdami tų ordintų galus mes gausime antrąją sinus komponentą, pažymėtą 20 piešiny skaitmeniu 8.

Tuo pat būdu tiesdami iš trečiojo rato radijaus 5 taško, pažymėto $60^0$, liniją lygiagrečiai abscisai iki persikirtimo su nuline ordinata ir paskui iš to paties rato taškų

75°, 90°, 105° ir t. t. linijas lygiagrečiai abscisai iki persikirtimo iš eilės su ordinatomis, ištiestomis per kiekvieną trečiąją dalį atkarpų 01, 12, 23 ir, t. t., nes šita komponenta turi bangos ilgį $\frac{\lambda}{3}=\frac{24}{3}=8$, mes nupiešime trečią sinus komponentą, kuri pažymėta skaitmeniu 5, 20 piešiny.

Sudėję dabar tų trijų komponentų ordinatas ir brėždami kreivąją per atstojamųjų ordinatų galus, mes gausime periodinę kreivąją, pažymėtą 20 piešiny raide R, kuri bus trijų sinus komponentų atstojamoji ir, vadinasi, bus duotosios lygties kreivoji.

Vadinasi, turint periodinės kreivosios lygtį ir remiantis Fourier'o teorema visuomet galima konstruoti pati kreivoji.




20 pieš.

Atvirkščiai, jeigu duota periodinė kreivoji, tai padalinus ją į simetrines dalis (vadinasi, į tokias dalis, kurios atsikartoja), viena iš tų simetrinių dalių išilgai abscisos į n dalių, kiekviena dalis lygi $\triangle x$, mes iš paimtos dalies kreivosios taškų abscisų ir ordinatų galime surasti duotos kreivosios lygties koeficientus arba konstantas iš augščiau duotos formulos m-tajam koeficientui:

$$A_m=\frac{2}{n+1}\sum_{k=0}^{n} f\ (k\triangle x)\ \sin\ (mk\triangle x),$$

ši formula, išreiškiant ją žodžiais, sako, kad bet kuris koeficientas yra visuomet ly-

gus dusyk paimtam aritmetiniam vidutiniam dydžiui iš atatinkamos fazės kampų ordinatų ir sinų sandaugų sumos. Tegu, sakysime, reikia surasti periodinės kreivosios R lygtis (20 pieš.). Turint lygtį $y = f(x)$, ordinata bet kurio abscisos $k\triangle x$ taško bus lygi $f(k\triangle x)$, o to taško fazė bus $(mk\triangle x)$. Taigi nuo abscisos linijos matuojamos kreivosios R ordinatos, atatinkančios laiko momentams 0, 1, 2, 3, 4 ir t. t. (padalinimais ant abscisos ir ant kreivosios ašies). Tuo būdu mes gausime 24 ordinatas, ir paėmę jų aritmetinį vidurį gausime $y = 21,88$. Fazių kampai bus $0,15^0$, $30^0$, $45^0$, $60^0$ ir t. t. Visiems šitiems fazių kampams mes galime surasti jų sinus ir cosinus ir, vadinasi, sandaugas iš ordinatų ir sinų ir ordinatų ir cosinų. Taip pat galima surasti dvigubų, trigubų ir t. t. fazių kampų sinus ir kosinus, ir pagaliau sandaugas iš ordinatų ir tų sinų ir ordinatų ir tų cosinų. (Patariama skaitytojui, remiantis 20 piešiniu, atlikti čia nurodytus matavimus ir veiksmus — bus labai naudingas pratimas, kurį mes čia apeiname, kad neužimtume perdaug vietos skaitmenimis).

Elgdamies taip mes tuo būdu gausime:

$A_0$ (=aritmetinis vidurys iš kreivosios R ordinatų) $= 21,88$

$a_1$ ($= 2 \times$ aritmetinis vidurys iš ordinatų sandaugų su paprastų kampų sinumis) $=$
$= 2.5,03 = 10,06$.

$a_2$ ($= 2 \times$ aritmet. vydurys iš ordinatų sandaugų su dvigubų kampų sinumis) $=$
$= 2.3,48 = 6,96$.

$a_3$ ($= 2 \times$ aritmet. vidurys iš ordinatų sandaugų su trigubų kampų sinumis) $=$
$= 2.1,28 = 2,56$.

$b_1$ ($= 2 \times$ aritmet. vidur. iš ordinatų sand. su paprastų kampų cosinumis) $=$
$= 2.0,015 = 0,03$.

$b_2$ ($= 2 \times$ aritmet. vidur. iš ordinatų sandaugų su dvigubų kampų cosinumis) $=$
$= 2.2,01 = 4,02$.

$b_3$ ($= 2 \times$ aritmet. vidur. iš ordinatų sandaugų su trigubų kampų cosinumis) $=$
$= 2.2,18 = 4,36$.

Taigi ieškomos lygties koeficientas $A_0 = 21,88$; koeficientas $A_1 = \sqrt{a_1^2 + b_1^2} = 10,04$; koeficientas $A_2 = \sqrt{a_2^2 + b_2^2} = 8,06$ ir koeficientas $A_3 = \sqrt{a_3^2 + b_3^2} = 5,02$.

O epochas $e_1$, $e_2$, $e_3$ mes surasime iš $tg\, e_1 = \frac{b_1}{a_1}$, $tg\, e_2 = \frac{b_2}{a_2}$ ir $tg\, e_3 = \frac{b_3}{a_3}$.

Taigi $e_1$ bus $0^0 10'$; $e_2$ — $30^0 5'$ ir $e_3$ — $59^0 35'$. Įvedant šituos koeficientus į bendros formos lygtį $y = A_0 + A_1 \sin(kt + e_1) + A_2 \sin(2\,kt + e_2) + A_3 \sin(3\,kt + e_3) + \ldots$ mes gausime 20 piešinio kreivajai R tokią lygtį: $y = 21,88 + 10,04 \sin(kt + 0^0 10') + 8,06 \sin(2\,kt + 30^0 5') + 5,02 \sin(3\,kt + 59^0 35')$.

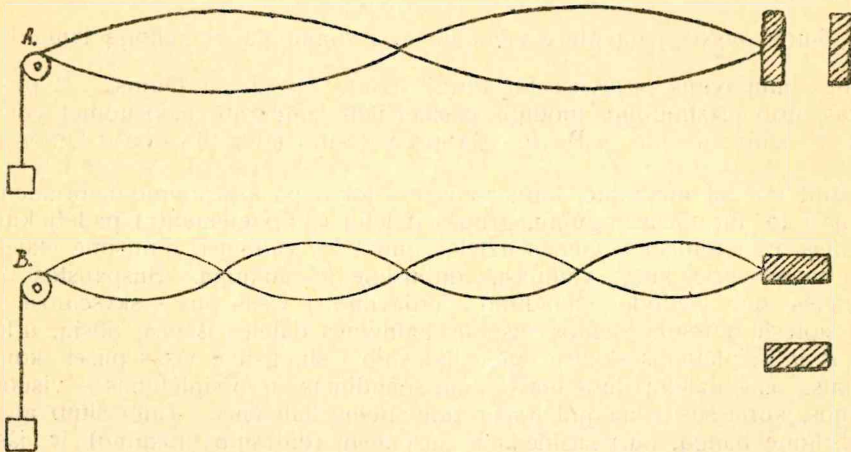
Šita lygtis tiek mažai skiriasi nuo duotos augščiau lygties kreivajai R, kad atsimenant neišvengiamas klaidas darant ordinatų matavimus ir visus nurodytus apskaitymus, galima tas abidvi lygtis identifikuoti.

Jeigu styga, kietai pritraukta dviejuose taškuose ant lentos ar ant dėžės, atlenkiama iš jos normalės padėties, tai ji ims vibruoti. Susidarys stovinti banga, ir mes matysime vieną kilpą, kuri susidaro iš einančių iš eilės stygos iškilimų į vieną pusę ir į kitą pusę. Tų švytavimų vibracijų periodas visą laiką bus tas pats, tik amplituda nuolat mažės (kilpa darysis vis siauresnė ir siauresnė), ir pagaliau vibracijos bus nuslopintos. Tegu stygos ilgis bus l. Abudu taškai, prie kurių pritraukta styga, bus stovinčios bangos mazgai. Tarp dviejų mazgų mes turime pusę bangos. Taigi bangos ilgis bus šituo atveju $\lambda = 2$ e.

Jeigu dabar tą pačią stygą paliestume per jos vidurį pirštu ar pieštuku ir pusę jos atlenktume iš normalės padėties, tai susidarytų stovinti banga iš dviejų kilpų. Mes čia turėsime tris mazgus (du taškai, kuriuose styga pritraukta prie lentos, ir trečias taškas ant stygos vidurio, paliesto pirštu arba pieštuku. Taigi šituo atveju bangos ilgis bus lygus stygos ilgiui. Vadinasi, $\lambda_1 = l = \frac{\lambda}{2}$ su atatinkamai dusyk trumpesniu kaip bangos ilgio $\lambda$ periodas.

Palietę stygą pirštu, jos $^1/_3$ dalies atokume nuo vieno iš taškų, kuriame styga pritraukta prie lentos, ir atlenkę stygos trečiąją dalį iš jos normalės padėties, mes gausime stovinčią bangą iš trijų kilpų, vadinasi, čia ant stygos ilgio susidarys pusantros bangos ir $\lambda_2 = \frac{2}{3}\, l = \frac{\lambda}{3}$ su atatinkamai trissyk trumpesniu periodu ir t.t. Vadinasi, kiekviena styga galima priversti vibruoti periodais, atatinkančiais bangos ilgiams $\lambda, \frac{\lambda}{2}, \frac{\lambda}{3} \ldots$

Tai galima lengvai demonstruoti Melde aparatu (žiūr. 21 pieš.). Tas aparatas susideda iš kamertono, prie kurio vienos šakos pririštas vienas stygos galas, o kitas stygos galas permestas per skridinį, užkabinus ant to galo tam tikrą svorį, kad ištemptų labiau ar mažiau stygą. Jeigu kamertonas pastatytas taip, kad jo šakos vibruoja išilgai stygos, svyravimų skai-



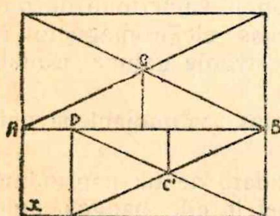

**21 pieš.**

čius arba dažnumas bus dusyk mažesnis kaip kamertono dažnumas (šituos santykius vaizduoja figūra A). Pastačius gi kamertoną taip (gulsčiai), kad jo vibracijos būtų skersos stygos ilgio atžvilgiu, stygos dažnumas bus toks pat kaip ir kamertono dažnumas (tai vaizduoja figūra B). Iššaukdami kamertono vibracijas elektromagnetu ir mainydami kamertono dažnumą mes galime demonstruoti, kad stygoje galima išaukti bet kurio periodo vibracijos iš eilės $\lambda, \frac{\lambda}{2}, \frac{\lambda}{3}$ ir t.t.. Antra vertus, vibruojant stygai, kaip mes arčiau pasipažinsime garso srityje, joje savaime susidaro ne tik pagrindinė vibracija, kuri turi periodą, atatinkantį bangos ilgiui $\lambda$, bet ir eilė bangos ilgių $\frac{\lambda}{2}, \frac{\lambda}{3}$ harmonikų ir t.t. Taigi tonas, kurį duoda styga, yra išdava superpozicijos visos eilės harmoningų svyravimų, nes į kiekvieną iš tų harmoningų svyravimų mes galime žiūrėti kaip į bangų šaltinį erdvėje. Taigi visų tų svyravimų atstojamasai svyravimas bus išreikštas periodine kreivąja, kurią, Fourier'o teorema, galima išdėstyti į eilę paprastų sinus harmonikų. Taigi čia mes turime vieną iš paprasčiausių pavyzdžių, kur grynai matematiškos Fourier'o išvados pilnai atatinka realiam fenomenui. Mes tokių pavyzdžių gausime daugiau, kada mums teks nagrinėti energijos skleidimasis spinduliais arba bangomis, vadinasi, radiacijos srityje.

**6 §. Išilginių bangų susidarymo sąlygos. Jų skleidimosi greitumas. Newton'o formula ir Laplace pataisa. Skersos bangos elastingame homogeniniame kietame kūne ir jų greitumas. Elastingo kieto kūno vidutinė energija skleidžiantis jame skersoms bangoms. Sferinės bangos. Skersų bangų greitumas homogeniniame kietame elastingame mediume, kuriame yra įterptos pašalinės masingos dalelės. Vidutinė tokio mediumo energija skleidžiantis jame skersoms bangoms.**

Jau anksčiau pažymėta, kad tokiam mediume, kuris nereiškia formos elastingumo, o pasižymi tik tūrio elastingumu, gali susidaryti tik išilginės bangos. Toksai mediumas bus skysčiai ir dujos, kurie nereiškia jokio pasipriešinimo deformuojant juos, bet reiškia pasipriešinimo keičiant jų tūrį, vadinasi, spaudžiant arba plečiant juos kiekvienas toksai skystas arba dujiškas kūnas charakterizuojasi tūrio elastingumo moduliu $E = \frac{PV_0}{dV}$, kuris reiškia jėgą ploto vienetui arba spaudimą, reikalingą tam, kad tūrio sumažėjimas būtų lygus pirmykščiam tūriui (žiūr. Skysčiai ir Dujos, 13 pusl., 3 §). Dujoms tas tūrio elastingumo modulis, nesikeičiant temperatūrai, visuomet yra lygus jų spaudimui P, kaip tai eina iš Boyle - Mariott'o dėsnio (žiūr. Skysčiai ir Dujos, 61 pusl., 15 §)

Keičiant tokiam mediume, kuris nereiškia jokio pasipriešinimo deformacijai ir charakterizuojasi tik tūrio elastingumu, grupės dalelių (tūrio elemento) padėtį kitų dalelių atžvilgiu mes arba tolinsime vienas daleles nuo kitų, vadinasi, retinsime daleles, arba artinsime vienas prie kitų, vadinasi, didinsime jų tankumą. Suspaustos bet kurioj vietoj dalelės del vienodo spaudimo perdavimo į visas puses skysčiuose ir dujose stengsis išsiplėsti ir išsiplėsdamos suspaus kaimynes daleles iš visų pusių, ir toksai susispaudimas ir išsiplėtimas skleisis nuo sluogsnio į sluogsnį į visas puses koncentrinėmis sferomis. Čia dalelių judėjimas — susispaudimas ir išsiplėtimas — visuomet bus išilgai linijos, kuria susiteikia judėjimas kaimynėms dalelėms. Taigi šituo atveju mes turėsime išilginę bangą, kuri susideda iš suspaustų (didesnio tankumo) ir išsiplėtusių (mažesnio tankumo) sluogsnių. Toki banga vadinasi dar kompresijos, arba dilatacijos, banga ir tokios bangos susidaro ore, išjudinus bet kurioj vietoj oro daleles. Tokiomis bangomis skleidžiasi ore garsas. Jos susidaro ir skysčiuose ir kietuose kūnuose, kiek tie pastarieji gali būti suspausti arba ištempti, bet tiktai ne ant tų kūnų paviršiaus, nes skystų ir kietų kūnų paviršiai charakterizuojasi paviršiaus įtempimo jėgomis, ir todel ant paviršiaus susidaro ypatingos rūšies bangos, vadinamos paviršiaus bangos, su kuriomis mes jau pasipažinome kalbėdami apie bangas ant vandens paviršiaus, kurios susidaro sujudinus bet kurioj vietoj vandens paviršių. Ant paviršiaus čia mes turime dalelių judėjimus ratais, vadinasi, skersus ir išilginius. Gilesniuose sluogsniuose mes turime judėjimus elipsėmis, kurių išilginiai diametrai yra juo ilgesni, juo giliau mes sekame dalelių judėjimus, taip kad pagaliau pakankamoje gilumoje, skaitant nuo paviršiaus, pasilieka tik išilginiai judėjimai. Vadinasi, pakankamoje gilumoje nuo paviršiaus skysčiuose ir šiek tiek suspaudžiamuose kietuose kūnuose susidaro išilginės bangos.



22 pieš.

Kad surastume, kaip tų išilginių bangų skleidimosi greitumas pareina nuo kūno tūrio elastingumo ir nuo jo masingumo, arba tankumo, įsivaizduokime sau kūno elementą vieneto skerskrodžio ploto (žiūr. 22 pieš.). Tegu sluogsnis A apima suspaustas daleles ir tegu per trumpą laiką t sekundų šitas suspaudimas bus suteiktas sluogsniui B atokume s cm. nuo A. Tada bangos skleidimosi greitumas bus $V = \frac{s}{t}$. Tegu toliau kompresijos arba suspaudimo fazėje plokštis A pasistumia iki D per atokumą x cm.

Jeigu laikas t trumpas, tai ilgis s bus irgi mažas ir praktiškai tankumas sluogsnio DB bus visur vienodas, nepaisant susispaudimo A iki D. Vadinasi, paimto elemento masės centras iš padėties C pasistums iki padėties $C^1$ per $\frac{x}{2}$ cm., kaip tai aišku iš piešinio. Kadangi mūsų elemento skerskrodžio plotas yra lygus vienetui, tai jo tūris bus s $cm^3$. Tegu jo tankumas bus d. Tad jo masė bus sd gramų. Kadangi susispaudžiant per trumpą laiką t sluogsnis A pasistūmė pirmyn per x cm., tai kūno elemento įgytas greitumas bus $\frac{x}{t}$ ir jo įgyta kinetinė energija bus $\frac{1}{2} sd \frac{x^2}{t^2}$. Šita kinetinė energija turi būti lygi atliktam darbui, pavarant masės centro padėtį iš C į $C^1$ per atokumą $\frac{x}{2}$ cm. Norint apskaityti darbą, reikia dar surasti veikianti jėga. Šita jėga bus lygi spaudimui P, kuris dujoms yra lygus $E \frac{dV}{V}$, kas išeina iš duotojo santykio $E = \frac{VP}{dV}$ skysčiams ir dujoms del tūrio elastingumo modulio. Svarstomuoju gi atveju susispaudžiant tūrio sumažėjimas bus x, visas gi tūris s (nes skerskrodžio plotas yra lygus vienetui). Vadinasi, $\frac{dV}{V} = \frac{x}{s}$, ir ieškoma mūsų jėga bus $P = E . \frac{x}{s}$. Taigi tos jėgos atliktas darbas, pavarant kūno elemento masės centrą iš C į $C^1$, bus $E . \frac{x}{s} . \frac{x}{2} = \frac{1}{2} sd \frac{x^2}{t^2}$, arba $E = d . \frac{s^2}{t^2} = dV^2$. Iš čia išeina $V = \sqrt{E/d}$. Vadinasi, išilginių bangų skleidimosi greitumas skysčiuose ir dujose yra lygus kvadratinei šakniai iš tūrio elastingumo modulio, padalinto į tankumą, atsimenant, kad dujoms tūrio elastingumo modulis yra lygus spaudimui nesikeičiant temperatūrai. Tai yra žinoma Newton'o formula, kurią jis nustatė einant samprotavimais, panašiais į nurodytuosius.

Ta pati formula gali būti pritaikinta ir išilginių bangų greitumui apskaityti ir kietuose kūnuose, tik tokiais atvejais vieton E reiks paimti vadinamasis Young'o modulis (žiūr. Skysčiai ir Dujos, 6 pusl.).

Apskaitant remiantis šita formula garso bangų greitumą ore prie temperatūros $0^0$C. del E reikia paimti vienos atmosferos spaudimą, kuris yra lygus 1.014.000 dinų, ir d = 0,001293. Tada garso greitumas $V = \sqrt{\frac{1.014.000}{0,001293}} = 28.000$ cm. = 280 metrų.

Tiesioginiai gi bandymai, apie kuriuos mes smulkiau kalbėsime garso srityje, garso greitumui ore esant $0^0$ temperatūrai duoda skaičių 330 metrų per sekundą. Newton'as aiškina šitą skirtumą tuo, kad vandens garai ore nedalyvauja garsą perduodant, ir dar tuo, kad garsas pereina per erdvės dalis, molekulų užimtas, akimirksnyje ir reikalingas yra tam tikras laikas einant per tarpus tarp molekulų. Bet šitas Newtono aiškinimas neišlaiko kritikos.

Tik 1816 metais didelis prancūzų mokslininkas Laplace nurodė į tikrą šito skirtumo priežastį. Jis atkreipė dėmesį į tai, kad dujų tūrio elastingumo modulis gali būti prilygintas spaudimui tik nesimainant dujų temperatūrai, vadinasi, kada vyksta izoterminis procesas. O garso bangos susideda iš eilės labai greitų susispaudimų (kompresijų) ir išsiplėtimų (dilatacijų), taip kad temperatūros pakilimas susispaudimo fazėje ir temperatūros puolimas išsiplėtimo fazėje nespėja išsilyginti su aplinkos temperatūra. Vadinasi, čia mes turime adiabatinį procesą, kuriam negalima taikinti Boyle-Mariott'o dėsnio ir kuriam veikia Termodinamikoje nustatyta Poisson'o lygtis $PV^k = const.$ Diferencijuojant šitą lygtį mes gausime:

$$kPV^{k-1}\,dV + V^k\,dP = 0, \text{ arba } kPV^{k-1}\,dV = -V^k\,dP,$$

iš kur eina $-\frac{kV^{k-1}\,dV}{V^k} = \frac{dP}{P}$ arba $-k\frac{dV}{V} = \frac{dP}{P}$. Kadangi tūrio elastingumo modulis $E = \frac{PV}{dV}$, tai atsimenant, kad čionai P reiškia spaudimo padidėjimą dP ir kad dP, einant duotąja lygtimi, lygus $\frac{k.P.dV}{V}$, mes gausime $E = \frac{kP\,dV.V}{V.dV} = kP$.

Čionai k reiškia žinomą mums santykį $\frac{C_p}{C_v}$ dviejų dujų lyginamųjų šilimų nuolatinio spaudimo ir nuolatinio tūrio. Vadinasi, vykstant adiabatiškam procesui, dujų tūrio elastingumo modulis bus lygus jų spaudimui padauginus į šitą konstantą k. Tai ir suprantama, nes adiabatiškai spaudžiant dujas kįla jų temperatūra. Vadinasi, tuo atveju spaudimas padidės — viena del tūrio sumažėjimo, o antra del temperatūros pakilimo. Taigi adiabatiškai spaudžiant spaudimas padidės smarkiau kaip izotermiškai spaudžiant, adiabatiškai gi dujoms plečiantis jų spaudimas nupuls smarkiau kaip plečiantis joms izotermiškai.

Tuo būdu išilginių bangų dujose greitumui apskaityti šiandien veikia Newton'o formula, Laplace pataisyta, būtent: $V = \sqrt{k\frac{P}{d}}$. Taigi garso bangoms ore mes turėsime:

$$V = \sqrt{1{,}41.\frac{1.014.000}{0{,}001293}} = 332;$$

šis dydis labai mažai skiriasi nuo tiesioginiu eksperimentu surasto dydžio. Aplamai visais tokiais atvejais reikia skaitytis su vadinamuoju adiabatiniu tūrio elastingumo moduliu $E_{ad}$, kuris skiriasi nuo izoterminio tūrio elastingumo modulio $E_T$ ir kurių santykis skysčiams ir dujoms yra lygus dviejų lyginamųjų šilimų santykiui. Vadinasi, $\frac{E_{ad}}{E_T} = \frac{C_p}{C_v} = k$.

Kadangi skysčiai neturi savo formos ir reiškia tik tūrio elastingumą, tai ta pati formula išilginių bangų greitumui veikia ir skysčiams. Tik šiuo atveju santykis $\frac{C_p}{C_v}$ yra painesnis kaip dujoms. Termodinamika rodo, kad skysčiams veikia toksai santykis:

$$C_p - C_v = a^2\,VTE_T\,.$$

Čia a reiškia skysčių kubinį skėtimosi koeficientą, v — tūrį, T — absolutinę temperatūrą ir $E_T$ — izoterminį elastingumo modulį. Pavyzdžiui apskaitysime išilginių bangų greitumą vandeny esant temperatūroms $4^0$ ir $15^0$. Prie $4^0$ C. vandens skėtimosi koeficientas $a = 0$, nes einant žemyn arba augštyn nuo šitos temperatūros vanduo skečiasi. Vadinasi, esant $4^0$C, $C_p - C_v = 0$ arba $C_p = C_v$. Kitaip sakant, izoterminis ir adiabatinis elastingumo modulis lygus (nes $\frac{E_{ad}}{E_T} = 1$). Izoterminis gi elastingumo modulis vandeniui esant tai pačiai temperatūrai $E_T = 2{,}03.10^{10}$, o tankumas $d = 1$. Taigi išilginių bangų greitumas $v = \sqrt{E_T/d} = \sqrt{\frac{2{,}03.10^{10}}{1}} = 142500$ cm. per sekundą.

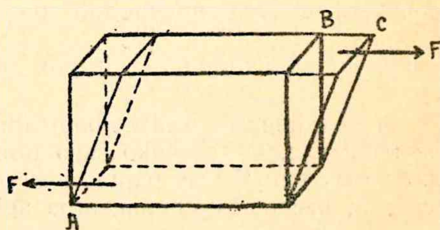
Paėmus gi vandenį $15^0$C temperatūros $a = 0{,}00016$, $C_p = 4{,}16.10^7$ (vandens lyginamoji šilima nuolatinio spaudimo išreikšta absolutiniais vienetais), $E_T = 2{,}23.10^{10}$ ir $T = 15 + 273 = 288$. Tad iš $C_p - C_v = a^2\,vT\,E_T = (0{,}00016)^2\,.\,1.288.2{,}23.10^{10}$ išeina $C_v = 4.16.10^7 - (0{,}00016)^2\,.\,1.288\,2{,}23.10^{10} = 4{,}14.10^7$. Vadinasi, esant $15^0$C van-

deniui veikia santykis $\frac{C_p}{C_v} = \frac{4,16.10^7}{4,14.10^7} = 1,004$. Taigi išilginių bangų greitumas vandeny prie šitos temperatūros bus: $v = \sqrt{\frac{1.004 \cdot 2,23 \cdot 10^{10}}{1}} = 149600$ cm. per sekundą. Tiesioginiai gi eksperimentai prie vidutinės temperatūros $8^0$ duoda skaičių: 143500 cm. per sekundą.

Kaip jau anksčiau nurodyta, ta pati formula gali būti pritaikinta ir kietiems kūnams, kiek tie kūnai ištempiami arba suspaudžiami ir, vadinasi, kiek juose gali susidaryti išilginės bangos, imant del $E_T$ vadinamąjį Young'o modulį. Tiktai šituo atveju jau nebeturi reikšmės lyginamųjų šilimų nuolatinio spaudimo ir nuoaltinio tūrio skirtumas, nes tas skirtumas kietiems kūnams yra dar mažesnis kaip skystiems kūnams.

Pabrėšime čia dar, kad nurodytoji formula išilginių bangų greitumui apskaityti išvesta neimant galvon bangų ilgio. Tai reiškia, kad ji veikia visokių ilgių bangoms.

Išaiškinti, kokios rūšies bangos gali susidaryti kietuose elastinguose kūnuose, atsiminsime čionai tai, kas pasakyta apie kietų kūnų elastingumą Skysčių ir Dujų skyriuje (2 §, 5—12 pusl.). Aplamai kieti kūnai charakterizuojasi ne tik tam tikru tūriu, bet ir tam tikra forma. Spaudžiant kietą kūną iš visų pusių vienodai arba tempiant jį iš visų pusių vienodai, mes iššauksime vidujinį kūno spaudimo arba tempimo įtempimą. Toksai kūno įtempimas surištas aplamai su jo išvidinių jėgų pastangomis atstatyti pirmykštį kūno tūrį. Spaudžiant arba tempiant vienodai iš visų pusių, kūnų forma visiškai nesikeičia, keičiasi tik jų tūris, ir šituo atveju mes kalbame apie tūrio elastingų jėgų pasipriešinimą ir matuojame tas jėgas turio elastingumo moduliu. Bet galima keisti kūno forma nekeičiant jo tūrio. Tai bus tada, kada vieni kūno sluogsniai nustumiami mažiau ar daugiau kitų kūno sluogsnių atžvilgiu, nekeičiant tų sluogsnių formos. Įsivaizduokime sau kaladę kortų, sudėtų tiesiakampio paralelepipedo pavidalu. Galima visas kortas iš eilės pastumti viena kitos atžvilgiu tuo pačiu atokumu. Tada kortų kaladė turės nuožulnaus paralelepipedo pavidalą, bet to paralelepipedo tūris bus tas pats kaip ir tiesiakampio paralelepipedo. Kiekvieną kietą kūną mes galime sau įsivaizduoti kaip susidedantį iš eilės lygiagrečių sluogsnių. Jeigu prie apatinio ir viršutinio sluoksnių pridėti dvi lygias jėgas, atkreiptas į priešingas puses, tai mes nustumsime tuo būdu tam tikru atokumu visus kūno sluogsnius vienas kito atžvilgiu ir del ryšių arba jėgų, veikiančių tarp tų sluogsnių, iššauksime tuo būdu irgi vidujinį kūno įtempimą, kurį pavadinsime nustūmimo arba perskyrimo sluogsnių įtempimu. Taigi keičiant tuo būdu kūnų formą (deformuojant kūną) mes iššauksime vidujinių jėgų pasipriešinimą, kuris stengsis atstatyti pirmykščią kūno formą. Šitas jėgas mes vadiname kūno nustūmimo arba perskyrimo jėgomis ir šituo atveju kalbame apie kūno nustūmimo arba perskyrimo elastingumo modulį. Aišku, kad šitas modulis bus kūno kietumo matas, nes perskiriant kūno sluogsnius kirviu, peiliu arba žirklėmis mes susiduriame su juo didesniu pasipriešinimu, juo didesnis kūno kietumas. Taigi dažnai šituo atveju kalbama apie kūno kietumo modulį.




23 pieš.

Paimkime tiesiakampį paralelepipedą AB (23 pieš.). Tegu išilgai viršutinės ir apatinės plokščių B ir A veikia dvi lygios jėgos F, bet atkreiptos į priešingas puses. Šitas dvi jėgas vadiname nustūmimo arba perskyrimo tempimu. Jeigu plotas viršutinės ir apatinės plokštės yra lygus q, tad tas tempimas skaitant ant ploto vieneto bus $\frac{F}{q}$ (dydis, anologingas spaudimui). Veikiant tam tempimui, viršutinė paralelepipedo plokštė pasistumia apatinės plokštės atžvilgiu BC = s cm. atokumu Tegu statinis ato-

kumas tarp abiejų plokščių yra lygus a cm.. Tad dydis $\frac{s}{a}$ bus dviejų plokščių pasistūmimas viena kitos atžvilgiu, kurios yra vieno centimetro atokume viena nuo kitos. Tada nustūmimo elastingumo modulis arba kietumo modulis $\eta = \frac{F}{q} : \frac{s}{a} = \frac{Fa}{qs}$.

Žodžiais, kietumo modulis yra ne kas kita, kaip santykis tarp tempimo ir dviejų plokščių pasistūmimo viena kitos atžvilgiu, esant joms vieno centimetro atokume viena nuo kitos.

Nustojus veikti tempimui, kūnas grįš prie savo pirmykštės formos, vadinasi, mes gausime judėjimą kaip potencinės energijos išdavą, kuri apsireiškia kaip kūno įtempimo išdava deformuojant jį. Šita potencinė energija bus lygi darbui, kuris reikia atlikti deformuojant nurodytu būdu kūną prieš jo kietumo arba nustūmimo elastingų jėgų pasipriešinimą. Pasistumiant viršutiniam paralelepipedo sluogsniui atokumu s apatinio sluogsnio atžvilgiu tos vidujinės pasipriešinimo jėgos auga nuo 0 iki F. Vadinasi, visam pasistūmimui mes galime paimti toms vidujinėms jėgoms dydį $\frac{F}{2}$. Tad atliktas prieš jas darbas bus $\frac{Fs}{2}$. Tai ir bus įgyta kūno potencinė energija, tempiant jį nurodytu būdu. Bet iš $\eta = \frac{Fa}{qs}$ eina $F = \frac{\eta qs}{a}$. Pakeisdami F šita reikšme, mes gausime kūno potencinei energijai $\frac{\eta}{2} \cdot \frac{qs^2}{a}$ visam kūnui. Kadangi kūno tūris šituo atveju yra lygus aq, tad kūno tūrio vieneto potencinė energija bus $\frac{\eta}{2} \cdot \frac{qs^2}{qa^2} = \frac{\eta}{2} \left(\frac{s}{a}\right)^2$, arba paėmus $\frac{s}{a} = \sigma$ tūrio vieneto potencinei energijai gausime reiškinį $\frac{\eta}{2} \sigma^2$.

Kada kietas kūnas tempiamas (arba spaudžiamas) tik viena prasme, sakysime, išilgai, tai keičiasi ir kūno tūris ir jo forma. Tokiu atveju mes kalbame apie išilginį kūno įtempimą (Taip pat kalbame apie išilginį kūno įtempimą, tempiant jį skersai) ir tada kūno elastingumo modulis pareina ne tik nuo tūrio elastingumo modulio E, bet ir nuo kietumo modulio $\eta$ ir yra lygus $E + \frac{4}{3}\eta$.

Pabrėšime čia, kad kalbant apie kietą elastingą kūną mes čia turime galvoj tokią medžiagą, kuri išlaiko savo formą be jokių šoninių paramų. Tai dar nereiškia, kad kūnas būtų kietas paprasta šito žodžio prasme, ir kad jis būtų nepraeinamas. Pavyzdžiui, kisielius, drebuliai, arba aplamai želė yra kieti elastingi kūnai, nes be jokios išorinės paramos išlaiko savo formą, nepaisant to, kad per juos lengva prastumti peilis arba kitas kuris kūnas. Lekas gi arba net ir stiklas yra greičiau panašūs į klampius skystimus, nes leko arba stiklo stiebas, paremtas ant savo galų, ilgainiui keičia savo formą, nors ir labai pamaži. Tokių kietų kūnų kietumo modulis yra labai mažas.

Įsivaizduokime sau dabar kietą elastingą homogeninį kūną, aprėžtą iš vienos pusės plokšte. Pastūmus šitą plokštę lygiagrečiai jai pačiai, sakysime, augštyn, tarp jos ir artimiausios antros kūno plokštės susidarys nustūmimo įtempimas, ir kaip reakcija antra plokštė irgi pasistums lygiagrečiai sau ta pačia prasme, kaip ir pirmoji plokštė. Bet tarp tos antros plokštės ir trečios susidarys irgi nustūmimo įtempimas, ir kaip reakcija trečia plokštė pasistums irgi ta pačia prasme. Tas pat atsitiks su visomis kitomis kūno plokštėmis. Aišku, kad linija arba linkmė, kuria skleisis pirmosios plokštės pasistūmimas arba atsilenkimas nuo plokštės iki plokštės, sudaro čia tiesų kampą su pirmosios ir, vadinasi, su visa eile kitų plokščių atsilenkimų arba pasistūmimų. Jeigu

pirmajai plokščiai suteiktas paprastas harmoningas švytavimas bet kuria prasme jos pačios plokštėje, tai ir visos kitos plokštės ilgainiui atliks tokį pat paprastą harmoningą švytavimą ta pačia linkme. Visos bet kurios plokštės dalelės bet kuriuo laiko momentu bus vienodai atlenktos nuo jų pasiausviros padėties ir, vadinasi, bus toje pačioje fazėje. Tokios formos sąjūdis, kuris skleidžiasi elastingame kūne arba mediume, sudaro eilę vadinamųjų plokščių bangų. Bangos frontu vadinasi plokštė statmeniškai bangų skleidimosi linkmei, iki kurios duotu laiko momentu sąjūdis išsiplėtė. Aplamai bangos frontu vadinama plokštė, kurios dalelės yra toje pačioje judėjimo fazėje, nepaisant to, kurioje eilės bangų vietoje yra ta plokštė.

Aprašytos čia bangos yra panašios į bangas, kurios susidaro elastingame šniūre ir vadinasi skersomis bangomis. Taigi kietame elastingame homogeniniame mediume, veikiant nustūmimo arba perskyrimo tempimui, susidaro skersos bangos.

Pasinaudosime 24 piešiniu, kad geriau suprastume šitų bangų esmę. Pusiausviros padėty visos elastingo mediumo dalelės yra ant gulsčios punktyru nubrėžtos linijos ir ant kitų linijų, einančių lygiagrečiai šitai linijai. Jeigu elastingame mediume skleidžiasi bangos, sakysime, iš kairės į dešinę pusę, tai dalelės, kurios pusiausviros padėtyje buvo ant vidurinės gulsčios linijos, rasis tam tikru laiko momentu ant tirštai nubrėžtos sinus linijos. Kitos gi dalelių eilės rasis ant kitų sinus linijų, punktyru nubrėžtų. Pavadinsime vidurinę gulsčią liniją bangos ašimi. Iš piešinio aišku, kad kiekviena dalelė atsilenkia statmeniškai tai ašiai arba statmeniškai bangų skleidimosi linkmei. Vadinasi, visos mediumo dalelės svyruoja čia statmeniškai tai krypčiai, kuria skleidžiasi mediume bangos. Taigi mes čia turime skersas bangas.

Pasižiūrėsime dabar ne į mediumo dalelių judėjimus, bet į mediumo elementų judėjimus, vadinasi, į labai mažų mediumo dalių, bet apimančių daugybę dalelių. Tegu tie mediumo elementai turi formą stačiakampių paralelepipedų, kada jie yra parimę. Bet skleidžiantis per mediumą bangoms tie mediumo elementai bus ne tik išjudinti, bet ir deformuosis. 24 piešinys rodo penkis tokius mediumo elementus, iš kurių užvis labiau deformuoti yra tie elementai, kurie eina per pusiausviros padėtį, ir užvis mažiau tie, kurie svarstomuoju laiko momentu užima bangų viršūnes arba yra bangų slėnyse. Parimus gi tiems elementams, jie visi rasis ant vidurinės linijos ir visi bus tos pačios formos.

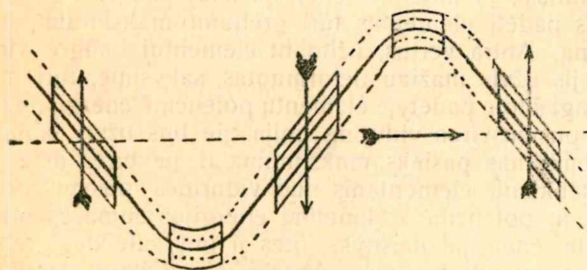
Kaip jau mes žinome, užėmus bangos viršūnę arba patekus į bangos slėnį, mediumo elementas turi greitumą 0. Vadinasi, jo kinetinė energija šitoj padėty irgi yra lygi nuliui. Einant gi per pusiausviros padėtį elementas turi greitumo maksimumą ir, vadinasi, kinetinės energijos maksimumą. Antra vertus, užimant elementui bangos viršūnę arba esant jam bangos slėnyje, jis užvis mažiau deformuotas, sakysime, turi tokią formą, kuri jam atatinka parimus. Taigi šitoje padėtyje elementų potencinė energija bus lygi nuliui. Einant gi elementams per pusiausviros vidurinę liniją, jie bus užvis labiau deformuoti, vadinasi, jų išvidinis įtempimas pasieks maksimumą ir jie turės maksimum potencinės energijos. Taigi atsilenkiant elementams nuo vidurinės pusiausviros linijos iki bangos viršūnės arba slėnio, jų potencinė ir kinetinė energijos sumažės nuo tam tikro maksimumo iki nulio. Bet ta energija neišnyks, nes ji bus suteikta gretimiems mediumo elementams, kurie bus pagauti bangos. Atvirkščiai, grįžtant elementams pusiausviron padėtin, jų potencinė ir kinetinė energijos padidės nuo nulio iki tam tikro maksimumo.

Iš to, kas čia pasakyta, aišku, kad visi tokio pat didumo elementai, kurie yra vienos bangos, arba dviejų bangų, arba trijų bangų ir t. t. atokume vienas nuo kito bus toje pačioje judėjimo fazėje, vadinasi, turės tuos pačius greitumus, bus atsilenkę ta pačia prasme nuo vidurinės pusiausviros linijos ir bus vienodai deformuoti. Taigi visų tokių elementų energija (potencinė + kinetinė) bus ta pati.

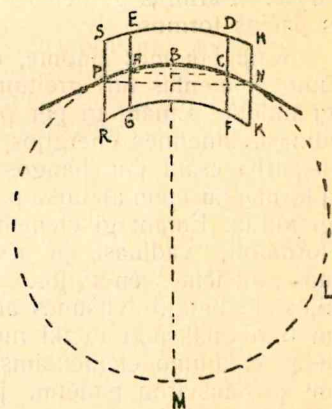
Jeigu gi mes įsižiūrėsime į elementus, atskirtus vienas nuo kito puse bangos, trimis pusėmis bangos, penkiomis pusėmis bangos ir t. t. aplamai nelygiu skaičiumi pusbangių, tai tokių elementų judėjimų fazės skirsis per $\pi$, jų greitumai ir atsilenkimai bus vienodi didumo atžvilgiu, bet atkreipti į priešingas puses, ir jų deformacijos bus irgi vienodos. Vadinasi, ir šituo atveju elementų energija bus ta pati.

Iš viso to, kas anksčiau pasakyta, aišku, kad elementų deformacija, kuri čia turi vietos, neliečia elementų tūrio, nes elementų plokštės statmeniškai bangų skleidimosi linijai bus tik nustumtos viena kitos atžvilgiu, kaip rodo 24 piešinys, bet nei forma, nei didumas tų plokščių nepasikeis. Taip pat nepasikeis statmeniškas vienos plokštės atokumas nuo kitos (žiūr. 23 pieš.). Vadinasi, šiuo atveju kiekvienas elementas bus tempiančių jėgų įtakoje (nustūmimo įtempimas), veikiančių statmeniškai bangų skleidimosi linijoms.

Tegu homogeniniame elastingame mediume skleidžiasi skersos bangos bet kurio ilgio arba bet kurio periodo greitumu V, sakysime, iš kairės į dešinę pusę (žiūr. 24 pieš.). Kad surastume, kaip pareina šitas greitumas nuo mediumo ypatybių, vadinasi, nuo mediumo kietumo arba nustūmimo elastingumo ir nuo mediumo tankumo arba masingumo, įsivaizduokime sau, kad visas mediumas slenka bangų greitumu V tik iš dešinės į kairę pusę. Aišku, kad tokiomis sąlygomis mes gausime stovinčias bangas mediume. Jeigu per mediumą nesiskleistų bangos, tai kiekvienas jo elementas slinktų greitumu V iš dešinės į kairę pusę išilgai punktyru nupieštos gulsčios linijos. Bet kadangi mediume, kuris slenka greitumu V iš dešinės į kairę pusę, tuo pačiu laiku skleidžiasi bangos tokiu pat greitumu iš kairės į dešinę pusę, tai kiekvienas mediumo elemento judėjimas ir, vadinasi, jo atsilenkimas nuo pusiausviros linijos bus dviejų judėjimų išdava: gulsčio iš dešinės į kairę pusę ir svyravimo statmeniškai, taip kad elementai slinks atstojamąja tų dviejų judėjimų linija ir iš eilės užims padėtis ir įgys formas, kurias rodo 24 piešinys. Einant per bangos viršūnę arba slėnį elemento svyravimo komponenta bus lygi nuliui, ir elementas turės greitumą V, kuriuo slenka visas mediumas. Kadangi elementas tokioj padėty slenka kreiva linija, tai jis bus išcentrinės jėgos įtakoje, kuri stengsis atitolinti elementą nuo judėjimo centro. Bet tuo pačiu laiku šito elemento judėjimas iššauks nustūmimo įtempimą gretimųjų elementų, ir tų gretimųjų elementų nustūmimo elastingų jėgų reakcija priešinsis išcentrinės jėgos veikimui. Taigi pasiliekant elementui bangos kreivojoj linijoj, jo išcentrinės jėgos bus lygios gretimųjų dalelių įtempimo jėgų reakcijai, ir išeinant iš tos lygybės mes galime išvesti formulą bangų greitumui V.



24 pieš.




25 pieš.

Įsivaizduokime sau kūno elementą EDFG, kuris nurodytomis sąlygomis yra kaip tik ant bangos viršūnės B (žiūr. 25 pieš.). Čia EDFG reiškia labai mažo paralelepipedo pjūvį. Tiksliau kalbant, mes čia fiksuojame laiko momentą, kada elemento masės centras eina per bangos viršūnę B. (Čia ABC yra labai maža dalis bangos kreivosios). Sujungsime taškus A ir C tiesia linija ir ištiesime iš taško B statmeniškai linijai AC liniją BM. Pagaliau per tris taškus A, B ir C, kurie yra labai arti vienas nuo kito ant bangos kreivosios, nubrėšime ratą BLM, kurio centras bus linijoj BM.

Tokiomis sąlygomis mediumo elementas EDFG svarstomuoju laiko momentu slinks rato apskritimu (rato lanku CBA). Taigi mes galime apskaityti to elemento išcentrinę jėgą. Tegu plokščių DF ir EG plotas bus lygus q $cm^2$., o statmeniškas atokumas tarp tų plokščių $AC = 2a_1$ (neužmiršti, kad linijos DF ir EG nėra plokštės, bet kalbamų plokščių persikirtimas su piešinio plokšte. Tad elemento EDFG tūris bus $2a_1$ q ir jo masė bus $2a_1$ qd, jeigu mediumo tankumą pažymėsime raidė d. Taigi tą elementą veikianti išcentrinė jėga bus $\frac{2a_1 qd V^2}{r}$.

Paimsime dabar dar du gretimus kūno elementus DHKF ir SERG, kurie yra kontakte su elementu EDFG iš jo kairės ir dešinės pusių. Tie du elementai bus deformuoti ir jų nustūmimo įtempimo jėgų reakcija į elemento plokštes DF ir EG bus iš abiejų pusių vienoda. Pažymėsime šitą nustūmimo įtempimo reakciją iš vienos pusės kalbamojo elemento raide F (tai bus jėga, kuri priešinasi išcentrinės jėgos veikimui). Tegu taškai C ir N bus plokščių DF ir KH centrai, o taškai P ir A plokščių SR ir EG centrai. Sujungsime tiesia linija taškus P ir N. Tegu $PN = 2a_2$. Pažymėsime dar statmenišką taško B atokumą nuo linijos AC raide $s_1$, o statmenišką to paties taško B atokumą nuo linijos PN raide $s_2$. Tad aišku, kad plokštės DF nustūmimas plokštės HK atžvilgiu (arba pasistūmimas vienos plokštės kitos plokštės atžvilgiu) bus čionai $s_2 - s_1$. O statmeniškas plokštės DF atokumas nuo plokštės HK $a_2 - a_1$. Vadinasi, elemento DHKF dviejų plokščių, kurios yra atokume 1 cm., viena nuo kitos pasistūmimas bus $\frac{s_2 - s_1}{a_2 - a_1}$.

Kadangi linija $AC = 2a_1$ eina statmeniškai rato diametrui BM, tai pritaikindami žinomą geometrijos teoremą mes turėsime:

$$s_1 : a_1 = a_1 : (2r - s_1).$$

Iš čia išeina $a_1^2 = 2r s_1 - s_1^2$. Kadangi taškai A, B, C yra labai arti vienas nuo kito, tai statmeniškas taško B atokumas nuo linijos AC yra labai mažas dydis. Taigi atmetant $s_1^2$ mes gausime: $a_1^2 = 2r s_1$.

Samprotaujant panašiai linijos PN ir diametro BM atžvilgiu mes gausime: $a_2^2 = 2r s_2$.

Atimant nuo pastarosios lygties pirmąją turėsime: $a_2^2 - a_1^2 = 2r (s_2 - s_1)$, arba $(a_2 - a_1)(a_2 + a_1) = 2r (s_2 - s_1)$.

Iš čia išeina $\frac{s_2 - s_1}{a_2 - a_1} = \frac{a_2 + a_1}{2r}$.

Kadangi mes turime labai mažą kūno elementą DHKF, tai to elemento plokščių DF ir HK statmeniškas atokumas yra labai mažas dydis ir, vadinasi, $a_2$ labai mažai skiriasi nuo $a_1$. Tokiu atveju mes galime vieton $a_2 + a_1$ paimti $2a_1$. Tada $\frac{s_2 - s_1}{a_2 - a_1} = \frac{2a_1}{2r} = \frac{a_1}{r}$. Tai bus reiškinys dviejų plokščių nustūmimui atokume 1 cm. viena nuo kitos.

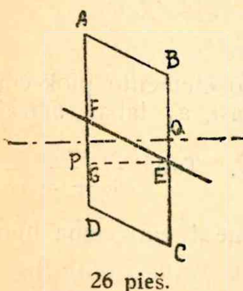
Kaip jau mes anksčiau nustatėme, kietumo moduliui arba elastingumo moduliui veikia lygtis $\eta = \frac{F}{q} : \frac{a_1}{r} = \frac{Fr}{a_1 q}$. Iš čia $F = \frac{\eta a_1 q}{r}$. Kadangi iš kitos pusės elemento EDFG veikia tokia pat reakcijos jėga, tai visa gretimųjų elementų deformacijai

susidariusi reakcija bus lygi $2F = \frac{2\eta a_1 q}{r}$. Sita reakcija turi būti lygi išcentrinei jėgai, jeigu elementas EDFG pasilieka ant bangos kreivosios linijos. Vadinasi, mes turime $\frac{2\eta a_1 q}{r} = \frac{2 a_1 q d V^2}{r}$, arba $\eta = dV^2$, iš kur eina $V = \sqrt{\eta/d}$.

Tai ir bus skersų bangų greitumo formula kietame elastingame homogeniniame mediume. Kadangi mes priėjome prie šitos formulos neatsižvelgdami į bangos ilgį arba periodą, tai išeina, kad tokiame mediume įvairių įvairiausių periodų arba ilgių bangos skleidžiasi greitumu, kuris yra lygus kvadratinei šakniai iš kietumo modulio padalinus į mediumo tankumą.

Mat, homogeninio elastingo mediumo dalelės neturi laisvo svyravimo, nes atsilenkus bet kuriai dalelei iš normalės padėties, atstatymo jėga yra proporcinga tos dalelės atsilenkimo ir gretimų dalelių atsilenkimo skirtumui, o ne jos absoliutiniam atsilenkimui, kaip tai yra su laisvais svyravimais. Jeigu elastingo mediumo plokštė atlieka paprastus harmoningus judėjimus, tai ir kiekviena to mediumo dalelė atlieka tokius pat judėjimus. Taigi čia mes turime darbo su primestais arba priverstais švytavimais. Vadinasi, bet kurios ribinės plokštės judėjimas bus suteikiamas visoms mediumo dalelėms. Bet kadangi bet kurios rūšies periodinis sąjūdis, einant Fourier'o teorema, gali būti pakeistas eile paprastų harmoningų bangų, tai tų bangų skleidimosi greitumas bus tuo pačiu laiku ir greitumas, kuriuo skleidžiasi elastingame mediume bet kurios rūšies periodinis sąjūdis.

Kaip jau mes žinome, kiekvienas elastingo mediumo elementas tūrio v cm.$^3$, eidamas per pusiausvirą padėtį, turi didžiausį greitumą, lygų $\frac{2\pi a}{T}$. Čia a reiškia švytavimo amplitudą. Jeigu mediumo tankumas d, tai kalbamojo elemento masė bus vd ir jo kinetinė energija bus $\frac{1}{2} vd \left(\frac{2\pi a}{T}\right)^2$ ir, vadinasi, to mediumo tūrio vieneto energija bus $\frac{1}{2} d \left(\frac{2\pi a}{T}\right)^2$. Bet pasiekus didžiausį atsilenkimą (bangos viršūnę arba jos slėnį) kalbamojo elemento kinetinė energija darosi lygi nuliui. Kadangi tuo pačiu laiku mes turime elastingame mediume elementus įvairių įvairiausių atsilenkimų ribose nuo 0 iki a, tai aišku, kad vidutinė mediumo tūrio vieneto energija, skleidžiantis jame bangoms, bus $\frac{1}{4} d \left(\frac{2\pi a}{T}\right)^2$.



26 pieš.

Kalbant apie nustūmimo įtempimą kietame elastingame mediume mes suradome, kad potencinė tūrio vieneto mediumo energija yra lygi $\frac{1}{2} \eta S^2$. Čia $\eta$ reiškia mediumo kietumo modulį, o S — nusistūmimą dviejų plokščių viena kitos atžvilgiu, kada atokumas tarp jų yra lygus 1 cm.

Įsivaizduokime dabar sau mediumo elementą ABCD (žiūr. 26 pieš., ABCD čia reiškia elemento pjūvį), kuris, skleidžiantis mediume bangoms, eina per pusiausvirą padėtį. Tegu linija FE reiškia labai mažą dalį bangos kreivosios toje vietoje, kur banga perkerta pusiausvirą padėtį arba bangos ašį. Ištiesime liniją GE statmeniškai elemento plokštėms AD ir BC (vadinasi, lygiagrečiai bangų ašiai). Iš trikampio FGE eina $\frac{FG}{GE} = \text{tang}\,\alpha$, jeigu mes $\alpha$ pažymėsime kampą, kurį sudaro linija GE su bangos linija; šis kampas yra

lygus kampui, kurį, einant per pusiausvirą padėtį, bangos linija sudaro su ašimi. Bet anksčiau mes jau suradome (žiūr. 16 pieš., 38 pusl.), kad šito kampo tangenta yra lygi $\frac{2\pi a}{VT}$. Vadinasi, $\frac{FG}{GE} = tg\, \alpha = \frac{2\pi a}{VT}$. Bet $\frac{FG}{GE} = S$, nes tai bus FG elemento plokštės AD nusistūmimas plokštės BC atžvilgiu, padalintas į statmenišką atokumą tarp tų dviejų plokščių GE. Taigi potencinė energija tūrio vieneto elemento ABCD, slenkant jam per pusiausvirą padėtį, bus $\frac{1}{2}\eta \cdot S^2 = \frac{\eta}{2}\left(\frac{2\pi a}{VT}\right)^2$. Kadangi $\eta = V^2 d$, tai pagaliau potencinė energija bus lygi $\frac{1}{2} d \left(\frac{2\pi a}{T}\right)^2$. Vadinasi, einant per pusiausvirą padėtį potencinė elemento turio vieneto energija bus lygi kinetinei energijai — išvada, prie kurios jau mes priėjome anksčiau.

Kadangi skleidžiantis bangoms per elastingą mediumą duotu laiko momentu mes turime elementus įvairiuose deformacijos ir įtempimo laipsniuose, tai jų potencinė energija svyruos ribose nuo 0 iki $\frac{1}{2} d \left(\frac{2\pi a}{T}\right)^2$ ir vidutinė tūrio vieneto potencinė energija bus $\frac{1}{4} d \left(\frac{2\pi a}{T}\right)^2$. Taigi visa tūrio vieneto energija bus

$$\frac{1}{4} d \left(\frac{2\pi a}{T}\right)^2 + \frac{1}{4} d \left(\frac{2\pi a}{T}\right)^2 = \frac{1}{2} d \left(\frac{2\pi a}{T}\right)^2.$$

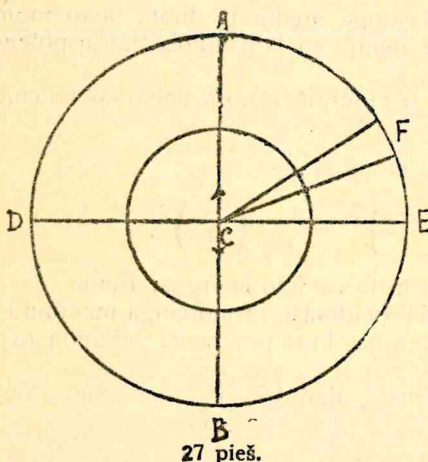
Iš šito reiškinio vidutiniškai mediumo tūrio vieneto energijai išeina: 1) kad duoto periodo T bangų energija yra proporcinga $da^2$ (vadinasi, proporcinga mediumo tankumui ir amplitudos kvadratui); 2) kad bangų energija, kuri per vieną sekundą pereina statmeniškai per vieną kvadratinį centimetrą, bus $\frac{1}{2} V . d \left(\frac{2\pi a}{T}\right)^2$, nes šituo atveju bangos užimtas tūris bus V $cm.^3$.

Jeigu ribinė kieto elastingo mediumo plokštė atlieka tokios rūšies judėjimus, kad kiekviena tos plokštės dalelė juda ratu, tai tokiu atveju kiekviena plokštės dalelė atlieka du paprastus harmoningus švytavimus statmeniškomis linijomis, ir tų švytavimų fazės skiriasi per $\frac{\pi}{2}$. Bet tokiu atveju per mediumą skleisis dvi skersų bangų eilės, ir visos mediumo dalelės bus priverstos atlikti du paprastus harmoningus švytavimus statmeniškomis linijomis prie fazių skirtumo $\frac{\pi}{2}$. Vadinasi, visos mediumo dalelės judės ratų apskritimais, ir mediume susidarys vadinamosios cirkularės, arba ratų, bangos ir taip, kad ratų plokštės bus orientuotos statmeniškai bangų skleidimosi linijų atžvilgiu.

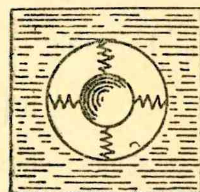
Kada visos elastingo kieto mediumo ribinės plokštės dalelės atlieka tuos pačius judėjimus, tad ir visos kitos mediumo dalelės atlieka tokius pat judėjimus, ir mes tada turime mediume vadinamąsias plokščias bangas, nes visą mediumą galima padalinti į eilę plokščių, lygiagrečių ribinei plokščiai, ir į kiekvieną iš tų plokščių galima žiūrėti kaip į bangų frontą, nes visos dalelės bet kurios iš tų plokščių bus toje pat judėjimo fazėje.

Bet jeigu bet kuri dalelė elastingame kietame mediume atlieka svyravimus tam tikra kryptimi, sakysime, išilgai statinės linijos, tai iš tos dalelės, kaip iš centro, judėjimas skleidžiasi į visas puses vienodu greitumu, ir tada tos pačios judėjimo fazės dalelės esti visuomet sferos paviršiuje. Vadinasi, tokiu atveju bangų frontas bus sferos arba rutulio paviršius, ir mes tada kalbame apie sferines, arba rutulines, bangas. Jeigu mediumas praleidžia tik skersas bangas, tai atsilenkimas bet kurioj sferinės bangos

vietoj visuomet bus statmeniškas sferos radijui, kitaip sakant, bus išilgai liečiamosios linijos duotame sferos taške. 27 piešinys atvaizduoja dvi koncentrines sferas tokių bangų. Dalelė, kuri yra centre C, švytuoja išilgai diametro AB. Iš piešinio aišku, kad atsilenkimo maksimumą ir, vadinasi, amplitudos maksimumą turės tokios dalelės, kurios yra tokiose sferų vietose, kur liečiamosios linijos eina lygiagrečiai centrinės dalelės svyravimų kryptimi. Tokiose gi sferų vietose, kur tos liečiamosios linijos eina statmeniškai centrinės dalelės švytavimams, atsilenkimai ir amplitudos bus lygios nuliui (taip amplitudos maksimumas bus taškuose E ir D, o nulinės amplitudos taškuose A ir B). Kituose gi sferų taškuose, kaip, sakysime, taškas F, tos amplitudos bus vidutinės tarp nulio ir maksimumo, nes centrinės dalelės suteiktas dalelei F judėjimas čia susidės iš dviejų komponentų: išilgai spindulio CF, tas judėjimas mediumo nepraleidžiamas, ir statmeniškai spinduliui CF, šis judėjimas praleidžiamas. Bet aišku, kad šita statmeniška komponenta bus mažesnė kaip atsilenkimas taške E ir didesnė kaip atsilenkimas taške A.



27 pieš.


28 pieš.

Įsivaizduokime sau dabar ant didesnės sferos radijaus $r_2$ apie tašką F apibrėžtą nedidelį plotą $s_2$ ir sujunkime to ploto periferijos taškus su centru C. Tuo būdu mes iškirpsime sferos dalį kūgio pavidalu. Tas kūgis perkirs mažesnės sferos radijaus $r_1$ paviršių nedidelio ratuko ploto $s_1$ pavidale, taip kad $\frac{s_2}{s_1} = \frac{r^2_2}{r^2_1}$. Visa ta energija, kuri išeina iš centro C, suteikiama iš pradžios plotui $s_1$, o paskui plotui $s_2$. Vadinasi, abudu tie plotai per vieną sekundą gauna tą patį energijos kiekį arba per juos pereina tas pats energijos kiekis per 1 sekundą. Kadangi bangos skleidžiasi greitumu V, tai bangų apimtas tūris plotui $s_1$ bus $Vs_1$, o plotui $s_2$ — $Vs_2$. Vadinasi,

$$\frac{Vs_1 d}{2}\left(\frac{2\pi a_1}{T}\right)^2 = \frac{Vs_2 d}{2}\left(\frac{2\pi a_2}{T}\right)^2.$$

Cia $a_1$ ir $a_2$ reiškia amplitudas švytavimų tose vietose, kur yra plokštės $s_1$ ir $s_2$. Iš šitos lygties išeina $s_1 a_1^2 = s_2 a_2^2$, arba $\frac{s_2}{s_1} = \frac{a^2_1}{a^2_2} = \frac{r^2_2}{r^2_1}$, arba $\frac{a_1}{a_2} = \frac{r_2}{r_1}$. Vadinasi, švytavimų amplitudos tolinantis nuo švytavimo centro mažėja ir visada yra atvirkščiai proporcingos atokumui švytavimo vietos nuo sąjūdžio centro.

Iki šiol buvo kalba apie bet kurių periodinių judėjimų skleidimosi greitumą elastingame kietame homogeniniame mediume. Toksai mediumas vadinamas izotropiniu mediumu, turint galvoj, kad tokio mediumo elastingumo jėgos nepareina nuo krypties. Įsivaizduokime dabar sau, kad tokiam mediume yra įterptos pašalinės smulkios dalelės,

kurios turi savo laisvo švytavimo periodus, bet kurios surištos su elastingu mediumu tam tikrais ryšiais. Tokio mediumo struktūrą mes galime sau įsivaizduoti homogeninės masės pavidalu su daugybe mažučių rutulio formos tuštumų, taip kad tų rutuliukų sienas arba šonus sudaro kieto elastingo mediumo medžiaga. Tuose gi rutuliukuose ir yra sunkios mažos dalelės, pririštos, sakysime, prie elastingo mediumo elastingais spyruokliais, kaip rodo 28 piešinys. Toksai mediumas jau nebebus homogeninis, bet jis bus izotropinis, dar tol, kol elastingi sunkių dalelių ryšiai bus vienodi iš visų pusių. Skleidžiantis tokiame mediume bangoms mes turėsime mediumo elementų atsilenkimus ir deformacijas, ir tie atsilenkimai palies tuščius rutuliukus su sunkiomis dalelėmis ta prasme, kad suspaus vienus tų sunkių dalelių spyruoklius ir ištemps kitus, atlenkdami tas daleles iš jų absoliutinės pusiausviros padėties rutuliukų centruose. Tuo atveju sunkios dalelės rutuliukuose bus įtakoje atstatymo jėgų, proporcingų relatyviam tų sunkių dalelių atsilenkimui nuo rutuliukų centrų. Bet tuo atveju rutuliukų paviršiai ir, vadinasi, kietas elastingas mediumas bus įtakoje reakcijos jėgų, lygių atstatymo jėgoms, bet prieš jas atkreiptų. Kaip išdava šitos reakcijos jėgos iš pagrindų pakeis bangas ir jų skleidimosi greitumą tokiame kietame elastingame mediume.

Kad suprastume, kokios rūšies čia bus atmaina, galima žiūrėti į sunkias daleles, elastingais ryšiais pririštas prie kieto elastingo mediumo, kaip į švytuokles, kurios turi savo laisvo švytavimo periodus, bet kurių pakabinimo taškai irgi svyruoja tam tikru periodu. Vadinasi, čia mes turėsime primestus arba priverstus švytavimus ir galime pritaikinti visas išvadas, liečiančias tokius svyravimus, išdėstytas šito skyriaus antrajame straipsnyje.

Taigi prasidėjus bangavimui, sunkios dalelės iš pradžios švytuos chaotiškai, netaisyklingai, nes jų judėjimas bus jų laisvo švytavimo ir elastingo mediumo judėjimų išdava. Bet ilgainiui laisvas sunkių dalelių švytavimas bus nuslopintas, ir jos ims švytuoti priverstais skleidžiančių bangų periodų švytavimais. Taigi pritaikindami šituo atveju priverstų švytavimų dėsnius mes visų pirma turime galvoje šitą nusistačiusį, arba permanentinį, sunkių dalelių švytavimą.

Be to, reikia dar turėti galvoje šie du dalykai: 1) kada kieto elastingo mediumo elementas slenka per pusiausviros padėtį, tada sunkios įterptos į mediumą dalelės eina irgi per savo pusiausviros padėtis, vadinasi, eina per rutuliukų centrus. Tada tų dalelių elastingų ryšių įtempimas yra iš visų pusių vienodas ir, vadinasi, reakcijos jėgos, kurios tuomet veikia kietą elastingą mediumą, yra lygios nuliui; 2) kada elastingo mediumo elementas tolinasi nuo savo pusiausviros padėties, tada relatyvus atsilenkimas įterptų į tą mediumą sunkių dalelių darosi vis didesnis ir pagaliau pasiekia maksimumą, kada elastingo mediumo elementas pasiekia bangos viršūnę arba bangos slėnį. Tuomet reakcijos jėgos, kurias reiškia įterptos į mediumą sunkios dalelės į tą mediumą, darosi užvis didžiausios. Turint visa tai galvoje, galima surasti bangų greitumas tokiame mediume einant tais pačiais samprotavimais, kurie buvo išdėstyti nustatant bangų greitumą elastingame kietame homogeniniame mediume.

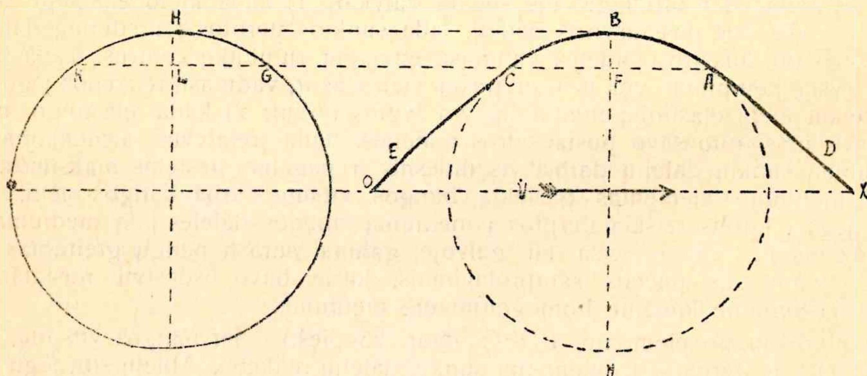
Einant mediumo elementui EDFG (žiūr. 25 pieš.) per bangos viršūnę, jį veikia išcentrinė jėga ir įterpta į tą elementą sunkių dalelių reakcija. Abiejų šitų jėgų veikimas balansuojamas gretimų elementų DHKF ir EGRS nustūmimo deformacijos jėgomis.

Išcentrinė jėga, veikianti elementą EDFG, yra lygi $\frac{2a_1 qdV^2}{r}$, kaip jau mūsų anksčiau nustatyta, kalbant apie greitumą bangų kietame elastingame homogeniniame mediume. V čia reiškia bangų greitumą kietame elastingame mediume su įterptomis sunkiomis dalelėmis. Tegu kiekvienam mediumo tūrio vienete bus tokių dalelių n. Priimsime, kad tas skaičius n didelis. Bet tuo pačiu laiku skaitysime, kad kiekviena iš tų sunkių dalelių turi labai mažą tūrį, vadinasi, kad visos tos dalelės užima mediume nedaug vietos sulyginus su mediumo visu užimtu tūriu, taip kad tų sunkių dalelių įterpimas į mediumą tiek mažai keičia mediumo elastingumo arba kietumo modulį, jog praktiškai mes galime laikyti šitą modulį lygiu $\eta$, kaip mediume be pašalinių dalelių. Taigi elemente EDFG tokių pašalinių sunkių dalelių bus $2a_1qn$. Tegu kiekvienos dalelės

reakcija į mediumą, pasiekus tai dalelei atsilenkimo maksimumą nuo jos absolutinės pusiausviros padėties, bus lygi F. Tada visų dalelių reakcija į elementą EDFG bus $2a_1 qnF$, ir visa jėga, kuri stengiasi nustumti šitą elementą nuo jo orbitos (bangos kreivosios), bus $\frac{2a_1 qdV^2}{r} + 2a_1 qnF$. Šitom dviem jėgom priešinasi gretimų elementų įtempimas, kuris, kaip jau mes anksčiau nustatėme, yra lygus $\frac{2\eta aq_1}{r}$. Pasiliekant elementui EDFG ant bangos kreivosios, šitos jėgos nusveria vienos kitas, ir mes turime $\frac{2a_1 qdV^2}{r} + 2a_1 qnF = \frac{2\eta aq_1}{r}$, arba $dV^2 + nFr = \eta$, arba $\frac{\eta}{d} - V^2 = \frac{nFr}{d}$.

Iš analogijos su priverstu švytavimu švytuoklės, pakabintos prie taško, kuris irgi švytuoja, mes del reakcijos įterptos dalelės į mediumą galime pasinaudoti formula $F = fa \frac{T_1^2}{T^2 - T_1^2}$ (žiūr. šito skyriaus 2 §). Priminsime čia, kad f reiškia reakcijos jėgą, kada pakabinimo taško atsilenkimas yra lygus vienetui. Vadinasi, šitoj formuloj f bus įterptos dalelės reakcija, kada ji yra atsilenkusi nuo savo absolučios pusiausviros padėties 1 cm. Toliau a reiškia maksimum atsilenkimą, arba mediumo elemento amplitudą. T reiškia periodą bangų, kurios skleidžiasi mediume, ir $T_1$ reiškia sunkių dalelių laisvo švytavimo periodą. Antra vertus $\frac{\eta}{d} = V_0^2$ (čia $V_0$ reiškia bangų greitumą elastingame kietame mediume, kuriame nėra jokių pašalinių sunkių dalelių).

Imant šitai galvon mes gausime tokią lygtį: $V_0^2 - V^2 = ra \frac{nf}{d} \cdot \frac{T_1^2}{T^2 - T_1^2}$.




29 pieš.

Surasime dabar r. Tegu OBX (žiūr. 29 pieš.) bus dalis bangos, išilgai kurią slenka mediumo elementas, esant mediume statinėms bangoms, vadinasi, slenkant mediumui bangų greitumu į priešingą bangų skleidimuisi pusę. Mes galime šitą bangos dalį nupiešti aparatu, kurį atvaizduoja 15 piešinys. Tada per tą laiką, per kurį taškas P (žiūr. 15 pieš.) apibėgs ratą GHKM (29 pieš.), pieštuko galas, sujungtas su tuo tašku, nupieš ant popieriaus lapo, kuris slenka iš kairės į dešinę pusę bangų greitumu V, vieną bangą. Paimsime labai arti nuo bangos viršūnės B taškus A ir C iš abiejų viršūnės pusių. Kada pieštukas, sujungtas su tašku P, darydamas paprastus harmoningus švytavimus išilgai statinės linijos, nupieš ant slenkančio popieriaus lapo lanką ABC, tada slenkąs ratu taškas nubėgs lanką GHK. Sujungsime taškus A ir C

tiesia linija ir per tos linijos vidurį statmeniškai pravesime liniją BFN. Per taškus A, B ir C nubrėšime ratą ABCN. Šito rato centras bus linijoj BN. Tegu to rato radijus bus r. Pažymėsime raide t laiką, kuris reikalingas pieštuko galui nupiešti labai mažą lanką AB. Kadangi popieriaus lapas slenka iš kairės į dešinę pusę greitumu V, tai per šitą laiką popieriaus lapas pasislinks atokumu V. t = FA. Pažymėję atokumą BF raide $\delta$ ir pritaikinę čia žinomą geometrijos teoremą, mes turėsime: $\delta : Vt = Vt : (2r-\delta)$, arba $V^2 t^2 = 2r\delta - \delta^2$, arba $V^2 t^2 \doteq 2r\delta$, nes $\delta$ yra labai mažas dydis ir, vadinasi, $\delta^2$, kaip dar mažesnis dydis, galima atmesti. Iš čia $\delta = \frac{(Vt)^2}{2r}$. Iš bangos 29 piešinio nupiešimo būdo aišku, kad HL = BF = $\delta$, nes kiek pasislinks žemyn vienas pieštuko galas, sujungtas su B 15 piešinio, tiek pat pasislinks žemyn ir kitas pieštuko galas, kuris piešia bangos liniją ant slenkančio popieriaus lapo. Toliau, radijus rato, kuriuo slenka taškas P (15 pieš.), bus lygus svarstomųjų švytavimų amplitudai. Pažymėsime šitą amplitudą raide a ir taško P periodą raide T (tai bus ir pieštuko harmoningų švytavimų periodas). Tokiomis sąlygomis taško P, kuris slenka ratu GHKM, greitumas bus $\frac{2\pi a}{T}$, ir tas taškas per laiką t nubėgs lanką $\frac{2\pi a t}{T}$. Jeigu lankas GH labai mažas, tai linija GL labai mažai skirsis nuo šito lanko. Tad pritaikindami ir čia žinomą geometrijos teoremą mes turėsime:

$$\delta : \frac{2\pi a t}{T} = \frac{2\pi a t}{T} : (2a - \delta)$$

$$\text{arba } \left(\frac{2\pi a t}{T}\right)^2 = 2a\delta.$$

Imant gi galvon, kad $\delta = \frac{V^2 t^2}{2r}$, mes pagaliau gausime:

$$\frac{4\pi^2 a^2 t^2}{T^2} = 2a\delta = 2a\frac{V^2 t^2}{2r}.$$

Iš čia išeina $ra = \left(\frac{VT}{2\pi}\right)^2$.

Grįždami prie nustatytosios lygties $V_0^2 - V^2 = ra\frac{nf}{d}\cdot\frac{T_1^2}{T^2 - T_1^2}$ ir pakeitę joje ra surasta verte $\left(\frac{VT}{2\pi}\right)^2$, mes gausime:

$$V_0^2 - V^2 = \frac{(VT_1)^2}{4\pi^2}\cdot\frac{nf}{d}\cdot\frac{T_1^2}{T^2 - T_1^2} = \frac{nf\,T_1^2}{(2\pi)^2 d}\cdot V^2\cdot\frac{T^2}{T^2 - T_1^2}.$$

Čia f, $T_1$, $2\pi$ ir d yra konstantos. Vadinasi, reiškinys $\frac{f\,T_1^2}{(2\pi)^2 d} = k$, jeigu mes visą šitą reiškinį, kaip konstantą, pažymėsime raide k. Tad mūsų lygtis gauna tokį pavidalą:

$$V_0^2 - V^2 = nk\,V^2\frac{T^2}{T^2 - T_1^2}$$

arba padalinę abidvi lygties puses iš V gausime:

$$\frac{V_0^2}{V^2} - 1 = nk\frac{T^2}{T^2 - T_1^2}.$$

Šita lygtis duoda bangų greitumą V kietame elastingame mediume, kuriame yra įterptos sunkios dalelės, išreiškiant šitą greitumą kaip santykį su greitumu $V_0$, kuriuo skleidžiasi bangos kietame elastingame mediume, kada jame nėra įterptų sunkių da-

lelių. T, kaip jau anksčiau pasakyta, yra periodas bangų, kurios skleidžiasi mediume, o $T_1$ — įterptų sunkių dalelių laisvo švytavimo periodas. Šita lygtis aiškiai rodo, kad tokiame mediume bangų greitumas pareina nuo jų periodo T, lygiai kaip ir nuo įterptų dalelių laisvo švytavimo periodo, tuomet kai homogeniniame kietame elastingame mediume visokių periodų bangos, kitaip sakant, visokių ilgių bangos, skleidžiasi tuo pačiu greitumu. Šita lygtis mums bus labai naudinga, kada šviesos skyriuje mums teks kalbėti apie šviesos dispersiją. Pažymėsime čia tik dar, kad V bus mažesnis už $V_0$, kada $T > T_1$, nes tada dešinioji lygties pusė bus teigiama. Bet kada $T < T_1$, tai dešinioji lygties pusė bus neigiama, ir V bus didesnis kaip $V_0$.

Jeigu elastingame mediume įterptos ne vienos rūšies dalelės, bet keleto įvairių rūšių dalelės, tai pažymėję mediumo tūrio vieneto vienos rūšies dalelių skaičių raide $n_1$, kitos rūšies dalelių skaičių raide $n_2$, trečios rūšies raide $n_3$ ir t. t. iš analogijos su duotąja lygtimi mes gausime tokiu atveju bangų greitumui šią lygtį:

$$\frac{V_0^2}{V^2}-1=n_1 k_1 \cdot \frac{T^2}{T^2-T_1^2}+n_2 k_2 \cdot \frac{T^2}{T^2-T_2^2}+\ldots$$

Kada įterptų sunkių dalelių ryšiai su elastingu mediumu yra tie patys bet kuria kryptimi, tada tam tikro periodo bangos skleidžiasi tokiame mediume vienodu greitumu bet kuria kryptimi. Toksai mediumas optikoje vadinamas izotropiniu. Bet įsivaizduokime sau, kad tie ryšiai dviem kryptim, sakysime, gulsčia ir statine, arba trimis pagrindinėmis kryptimis, statine ir dviem gulščiom — iš kairės į dešinę ir iš priešakio į užpakalį — nevienodi. Tada dalelių laisvų švytavimų periodai bus nevienodi įvairiomis kryptimis, ir tam tikro periodo bangos skleisis įvairiais greitumais įvairiomis kryptimis. Tokios rūšies mediumas optikoje vadinasi anizotropinis mediumas ir tokiam mediume duoto periodo skersų bangų greitumas pareina nuo krypties, kuria skleidžiasi bangos.

2 § kalbant apie priverstus švytavimus buvo jau nurodyta, kad lęšio reakcija į pakabinimo tašką, kuris irgi svyruoja tam tikru periodu, didina to pakabinimo taško energiją, vadinasi, didina jo inerciją. Tas pat reikia pasakyti apie reakciją sunkių dalelių, įterptų į elastingą mediumą: jos didina elastingo mediumo inerciją arba masę. Įterptos į elastingą mediumą sunkios dalelės turi tam tikrą kiekį energijos, kuris kai kuriais atvejais gali būti gan didelis. Bet pasiekus statinį arba permanentinį stovį, vadinasi, kada dalelė jau svyruoja primestu jai periodu, maina energijos tarp dalelės ir elastingo mediumo vyksta tik dalinai. Ta dalelės energijos dalis, kuri gali būti suteikta elastingam mediumui ir kurią mes pavadinsime disponuojamąja dalelės energija, yra lygi darbui, kurį atlieka svyruojanti dalelė mediumo atžvilgiu, atsilenkdama arba nutoldama nuo savo absoliučios pusiausviros padėties iki maksimumo, tuomet kai jos relatyvios pusiausviros padėtys atsilenkia atokumu a, kuris yra lygus bangų amplitudai. Šito darbo didumas bus toksai pat, kaip ir darbo, kurį atlieka švytuoklės lęšis, priverstai švytuodamas pakabinimo taško atžvilgiu ir bus lygus $A=\frac{fa^2}{2}\cdot\frac{T^2}{T^2-T_1^2}$ vienai dalelei, o n dalelėms $nA=\frac{nfa^2}{2}\cdot\frac{T^2}{T^2-T_1^2}$. Duotu laiko momentu dalis sunkių dalelių, bangų eilės pagautų, bus atsilenkimo maksimumas padėtyse ir, vadinasi, bus atidavę visą savo disponuojamąją energiją mediumui, kita dalis eis per savo absoliučios pusiausviros padėtis ir, vadinasi, turės disponuojamos energijos maksimumą. Tokiomis sąlygomis vidutinė disponuojamoji įterptų į elastingą mediumą dalelių energija bus $\frac{nA}{2}=nf\frac{a^2}{4}\cdot\frac{T^2}{T^2-T_1^2}$, skaitant šitą energiją tūrio vienetui. Taigi šituo dydžiu bus padidinta mediumo kinetinė energija, skaitant vieneto tūriui.

Anksčiau jau mes davėme reiškinį vidutinės mediumo tūrio vieneto potencinės energijos, kada mediume nėra pašalinių dalelių. Kadangi mes čia bangų greitumą tokiam mediume pažymėjome raide $V_0$, tai tos potencinės vidutinės energijos reiškinys

bus $\frac{\eta}{4} \cdot \frac{(2\pi a)^2}{V_0^2 T^2}$. Bet kada mediume yra įterptos pašalinės sunkios dalelės, tada bangų greitumas tokiam mediume bus V ir, vadinasi, vidutinė potencinė energija skaitant tūrio vienetui bus $\frac{\eta}{4} \cdot \frac{(2\pi a)^2}{V^2 T^2}$. Taigi mediumo vidutinės potencinės energijos padidėjimas del įterptų į jį sunkių dalelių bus $\frac{\eta}{4} \frac{(2\pi a)^2}{T^2} \left(\frac{1}{V^2} - \frac{1}{V_0^2}\right)$. Kadangi $\eta = dV_0^2$, tai mes turėsime: $\frac{dV_0^2}{4} \left(\frac{2\pi a}{T}\right)^2 \left(\frac{1}{V^2} - \frac{1}{V_0^2}\right) = \frac{d}{4} \left(\frac{2\pi a}{T}\right)^2 \left(\frac{V_0^2}{V^2} - 1\right)$. Bet $\frac{V_0^2}{V^2} - 1 =$ $= nf \frac{T_1^2}{(2\pi)^2 d} \cdot \frac{T^2}{T^2 - T_1^2}$. Taigi mediumo vidutinis potencinės energijos priaugimas bus $\frac{d}{4} \frac{4\pi^2 a^2}{T^2} \cdot nf \frac{T_1^2}{4\pi^2 d} \cdot \frac{T^2}{T^2 - T_1^2}$, arba $\frac{nfa^2}{4} \cdot \frac{T_1^2}{T^2 - T_1^2}$. Taigi ir čia išeina, kad del įterptų sunkių dalelių vidutinis elastingo mediumo potencinės energijos priaugimas bus lygus vidutiniam kinetinės energijos priaugimui. Taigi tų įterptų dalelių efektas bus toks, kad, tarytum, didėja elastingo mediumo masingumas arba tankumas. Pažymėjus tą efektyvų elastingo mediumo tankumą raide $d_1$ bangų periodui T, mediumo kinetinės energijos vidutinė vertė bus $\frac{1}{4} d_1 \left(\frac{2\pi a}{T}\right)^2$. Bet šita vidutinė vertė susideda iš vidutinės vertės kinetinės homogeninio elastingo mediumo tankumo d energijos, lygios $\frac{1}{4} d \left(\frac{2\pi a}{T}\right)^2$, ir vidutinio priaugimo kinetinės energijos del įterptų sunkių dalelių, o tas priaugimas yra lygus $\frac{1}{4} nfa^2 \frac{T_1^2}{T - T_1^2}$. Taigi $\frac{1}{4} d_1 \left(\frac{2\pi a}{T}\right)^2 = \frac{1}{4} d \left(\frac{2\pi a}{T}\right)^2 + \frac{1}{4} nfa^2 \frac{T_1^2}{T - T_1^2}$.

Iš čia išeina: $\frac{d_1}{d} = 1 + \frac{nfT_1^2}{(2\pi)^2 d} \cdot \frac{T^2}{T^2 - T_1^2} = 1 + nk \frac{T^2}{T^2 - T_1^2}$.

Tais atvejais, kada bangų, kurios skleidžiasi elastingame mediume, periodas yra lygus įterptų dalelių laisvo švytavimo periodui, efektyvus mediumo tankumas $d_1$ gali pasidaryti be galo didelis. Kitais atvejais, kada T skiriasi nuo $T_1$, $d_1$ turi baigtą didumą, kuris pareina nuo skleidžiamų bangų periodo.

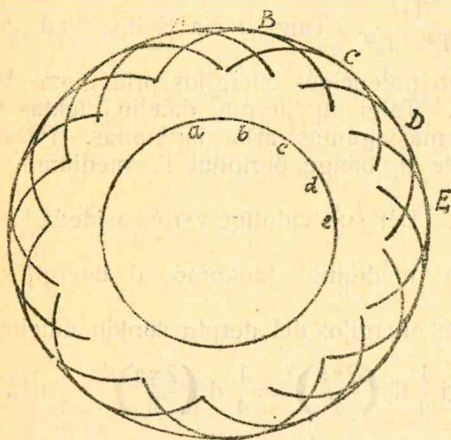
## 7 §. Huyghens'o principas. Bangų skleidimasis spinduliais arba tiesiomis linijomis. Bangų atspindis ir persilaužimas (bangų refleksija ir refrakcija). Fazės atmaina bangoms atsimušant arba persilaužiant. Bangų atsilenkimas einant per prizmą. Bangų dispersija. Bangų formos pasikeitimas joms atsimušant nuo kreivų paviršių arba joms einant per kūnus, kreivais paviršiais aprėžtus.

Iš viso to, kas anksčiau apie bangas pasakyta, išeina, kad izotropiniam mediume bangos skleidžiasi į visas puses vienodu greitumu, taip kad kiekvienu momentu bangų frontas sudaro sferos paviršių. Radijus, ištiestas iš sąjūdžio arba bangavimo centro į bangos paviršiaus elementą bet kurioje vietoje, vadinasi bangos spindulys. Taigi tokiu atveju bangos skleidžiasi tiesiomis linijomis. Išspręsti klausimui, kas darosi su bangomis, kada jos eina pro vartus arba bet kurios užtvaros tarpą, su kuria jos skleidžiantis susitinka, arba kas darosi su jomis, kada jos susiduria su lygiu kietu paviršium, kuris skiria to paties mediumo dvi dalis arba du mediumus vienas nuo kito, ir pagaliau kada joms tenka pereiti per tokius tarpus, kurie yra maži sulyginus su bangos ilgiu.

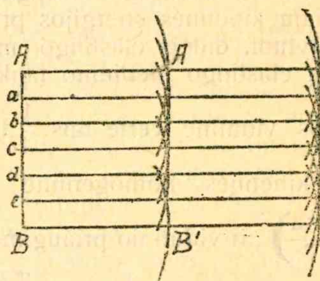
be to, kas anksčiau pasakyta apie bangų skleidimąsi, reikia dar žinoti bangų skleidimosi proceso smulkmenos.

Prie bangų mokslo išvystimo ypatingai yra prisidėjęs vienas iš didžiausių pasaulio fizikų olandas Christianas Huyghens'as (1629 — 1695), kuris didžiąją savo gyvenimo dalį praleido Amsterdame, kur jis veikė tuo pačiu laiku, kaip ir garsus olandų filosofas Benediktas Spinoza, su kuriuo jis palaikė artimiausius santykius. Žemiau mes duosime trumpais bruožais Huyghens'o bangų teoriją.

Įsivaizduokime sau, kad taške O išjudinta dalelė (žiūr. 30 pieš). Tegu ta dalelė esti izotropiniame mediume. Taigi iš taško O, kaip iš sąjūdžio centro, sąjūdis skleisis į visas puses vienodu greitumu ir per tam tikrą laiką pasieks erdvės dalį, apréžtą sferos paviršium abcde..., kiek vėliau bus išjudintos visos mediumo dalelės, kurios yra ant sferos paviršiaus ABCDE... ir t. t. Vadinasi, sąjūdis, arba atliekant dalelei O paprastą harmoningą švytavimą, bangos plėsis čionai koncentrinėmis sferomis. Vi-



30 pieš.

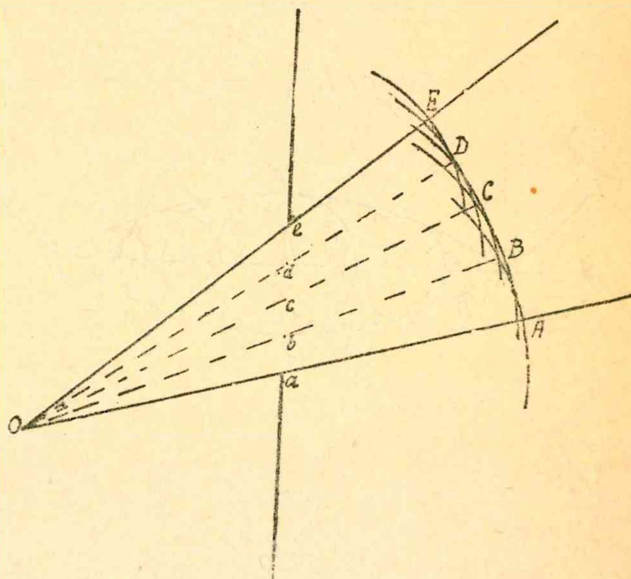


31 pieš.

sos dalelės, kurios yra ant tos pačios sferos paviršiaus, bus toje pat judėjimo fazėje. Kada sąjūdis išsiplės iki sferos abcde... paviršiaus, bus išjudintos visos dalelės, kurios yra erdvės dalyje, tos sferos apimtoje. Taigi kad suprastume bangų skleidimosi procesą, Huyghens'as priima, kad kiekviena išjudinta dalelė, lygiai kaip ir sferos dalelė centre O, yra sąjūdžio arba bangavimo centras ta prasme, kad iš kiekvienos iš tų dalelių, kaip iš centrų, skleidžiasi vadinamosios elementarės bangos elementarių koncentrinių sferų (plotmėje ratų) pavidalu ir ta prasme, kad sferiniai frontai eilės tokių dalelių tos pačios judėjimo fazės per tam tikrą laiką gali būti pakeisti vienu dideliu sferiniu frontu, pravedant šitą didelę sferą taip, kad ji paliestų visas elementarių bangų sferas, kurios išeina iš minėtos eilės dalelių. Tai ir yra garsus Huyghens'o bangų skleidimosi principas. Paaiškinsime jį 30 piešiniu. Per tam tikrą laiką sąjūdis iš centro O pasieks sferos abcde... paviršių. Kiek vėliau tas sąjūdis pasieks sferos ABCDE... paviršių. Einant Huyghens'o principu, iš dalelių a, b, c, d, e... kaip iš sąjūdžio centrų skleidžiasi elementarės bangos. Kad surastume, kur bus tų elementarių bangų frontai, per tam tikrą laiką, iš taškų a, b, c, d, e, kaip iš centrų, tuo pačiu radijum, sakysime, $aA = bB = cC$... aprašoma eilė sferų. Radijus visada imamas tokio ilgio, per kurį išsiplečia judėjimas per tam tikrą laiką. Jeigu dabar pravestume vieną didelę sferą taip, kad ji paliestų visas tas elementares sferas, tai mes gausime sferą ABCDE, kurią svarstomuoju laiko momentu pasieks išeinąs iš centro O sąjūdis. Sferos ABCD paviršius bus klojantis paviršius visiems elementariams sferų paviršiams. Kaip rodo piešinys, sferos ABCDE vidury elementarės bangos susikryžiuoja, ir, pritaikinant jau anksčiau duotą bangų superpozicijos dėsnį, nesunku įrodyti, kad tų susikryžiuojančių bangų veikimas panaikina judėjimą.

Jeigu sąjūdžio centras yra labai toli nuo bangų fronto, tai tas frontas turi labai mažą kreivumą ir praktiškai atrodo plokščias. Mes tada kalbame apie plokščias bangas, kurios skleidžiasi lygiagrečiomis tiesiomis linijomis (lygiagrečiais spinduliais, žiūr. 31 pieš.). Tokiu atveju bangų frontas visada yra plokštė, pravesta statmeniškai lygiagrečių spindulių atžvilgiu. Pritaikinant ir čia Huyghens'o principą mes į kiekvieną tašką arba dalelę, kurios yra plokštėj AB, žiūrime kaip į sąjūdžio centrą, ir aprašant iš taškų A, a, b, c, e, B, kaip iš centrų, tuo pačiu radijum AA' = aa' = bb' = . . . sferas ir pravedant visoms toms sferoms bendrą klojamąjį paviršių gausime plokštę A' B', iki kurios per tam tikrą laiką išsiplės bangavimas išeidamas iš plokštės AB. Tuo pačiu laiku pasieks plokštę A' B' judėjimas, kuris išeina iš labai toli esančio sąjūdžio centro.

Tegu iš taško O (32 pieš.) skleidžiasi sferinės bangos ir pasiekia užtvarą, kurioje yra tarpas arba plyšys. Huyghens'o principu, į kiekvieną to tarpo tašką edcba mes galime žiūrėti kaip į bangavimo centrą. Taigi kad surastume, koks bus bangų frontas per tam tikrą laiką, skaitant nuo to laiko momento, kada banga pasieks užtvaros tarpą, mes iš taško O, kaip iš centro, radijum, ilgesniu kaip Oe, sakysime, radijum OE=OA aprašome sferos dalį EDCBA. Iš taškų gi e, d, c, b, a kaip iš centrų iš eilės radijais eE, dD, cC, bB, Aa aprašome elementares sferas. Iš piešinio aišku, kad šitoms elementarėms sferoms bendras klojamasai paviršius bus sferos ED CBA paviršius. Taigi sąjūdis iš centro O pasieks sferą EDCBA tuo pačiu laiku, kada ją pasieks elementarės bangos, išeinančios iš tarpo arba plyšio taškų e, d, c, b, a. Taigi išeina, kad bangos, kurios skleidžiasi iš centro O, prasiskverbia, arba pralenda, į erdvės dalį už tarpo arba plyšio, taip kad toje erdvės dalyje už užtvaros bangavimas apima tik sritį, aprėžtą spinduliais arba linijomis, einančiomis iš centro per tarpo krantus (linijomis OE ir OA). Turint tatai galvoje, mes ir kalbame apie bangų skleidimąsi tiesiomis linijomis. Taigi už užtvaros, perėjus per tarpą arba plyšį, bangavimas pagauna tik dalį erdvės. Bangos neužlenkia arba nepasuka, taip sakant, už plyšio krantų. Bet čia tuojau pabrėšime, kad toksai bangų perėjimas pro tarpą, arba plyšį, ir jų skleidimasis tik aprėžtoje erdvės dalyje turi vietos tik tada, kada plyšys yra žymiai didesnis kaip bangos ilgis.

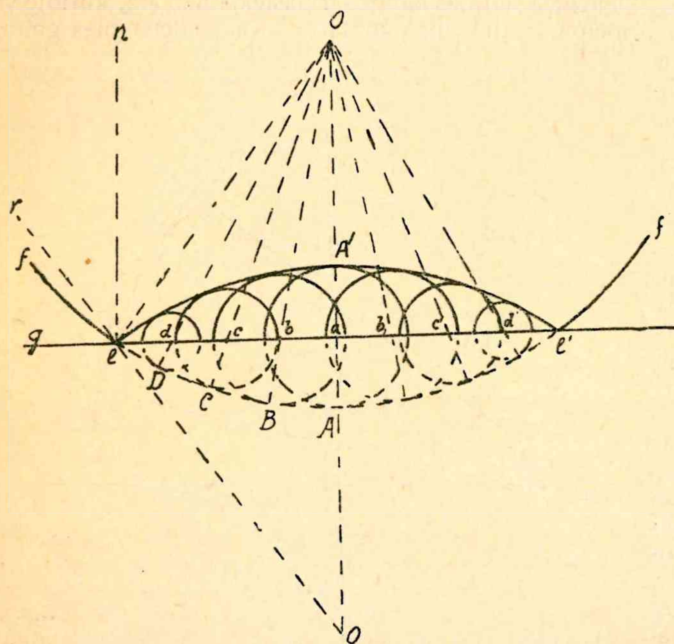


32 pieš.

Susidūrus su užtvara be tarpo sienos arba ekrano pavidalu (jeigu to ekrano paviršius lygus, tai tokis ekranas vadinasi veidrodis) bangos atsimuša. Pritaikinsime Huyghens'o principą šitam reiškiniui. Tegu vėl iš taško O, kaip iš centro, izotropiniam mediume skleidžiasi sferinės bangos ir tegu tam tikru laiko momentu tos bangos pasiekia sieną arba ekraną, arba kietą lygų paviršių ee', kuris skiria vieną erdvės dalį nuo kitos (33 pieš.). Kįla klausimas, kaip toliau skleisis bangos ir kokį pavidalą turės bangų frontas per tam tikrą laiką, skaitant nuo to laiko momento, kada bangavimas pasieks kietą paviršių ee'. Dalelės e, d, c, b, a, b', c', d', e', kurios ribojasi su kietu paviršium ee', bus išjudintos pasiekus bangoms šitą paviršių. Toms dalelėms suteiktas judėjimas bus tokios pat rūšies, kaip judėjimas, kuris išeina iš centro O ir sudaro bangas. Vadinasi, Huyghens'o principu visos tos dalelės taps judėjimo centrais, arba bangavimo centrais, kuris nesant kliūties skleistųsi į visas puses iš tų centrų

vienodai. Tegu nesant kliūties per tam tikrą laiką bangavimas iš centro O pasieks sferos f e e' f' paviršių. Tegu a bus vidurys chordos ee', kurią iškerpa sferos ratas iš sienos arba kieto paviršiaus ee'. Tad aišku, kad dalelė a bus pasiekta bangos užvis anksčiau, paskui bangos bus pasiektos dalelės b, b', dar vėliau dalelės c, c' ir t. t. ir pagaliau užvis vėliau bus pasiektos dalelės e, e'. Taigi per tą laiką, per kurį banga, išeinanti iš centro O, pasiektų sferos dalį eDCBAe', jeigu nebūtų kliūties, išeinančios iš dalelių a, b, b', c, c', d, d', elementarės bangos išsiplečia sferomis su radijais aA, bB, cC, dD.

Padėkime, kad užtvara, arba kliūtis, absoliučiai kieta, vadinasi, visiškai nepereinama bangavimui. Tad bangos frontas bus klojamasai paviršius e A' e' toms dalims elementarinių sferinių bangų, kurios atkreiptos atgal nuo užtvaros. Taigi atrodys taip, kad, tarytum, taške O¹ užpakaly užtvaros, tam pačiam nuo jos atokume, kaip centras O iš priešakio užtvaros, susidarė naujas bangavimo centras, iš kurio skleidžiasi bangos. Klojamoji eA'e' — frontas bangų, einančių iš centro O¹, ir klojamoji eAe' frontas bangų, išeinančių iš centro O, kuris būtų susidaręs, jeigu nebūtų buvę nepereinamos užtvaros, orientuotos simetriškai užtvaros ee' atžvilgiu. Toksai bangų fronto pasikeitimas, susidūrus bangoms su kieta užtvara, vadinasi bangų refleksija, arba bangų atspindis. Taigi atmuštos bangos centras yra ant statmens, ištiesto iš taško O į kietą užtvarą, arba sieną, ir tokiam nuo tos sienos atokume užpakaly, kaip taškas O iš priešakio. Taigi tiesioginių bangų centras ir atmuštų bangų centras užima visiškai simetrišką padėtį užtvaros arba sienos atžvilgiu.




33 pieš.

Užtvaros arba sienos taške e bangos, išeinančios iš centro O, skleidžiasi kryptimi Oe, o bangos, išeinančios iš centro O¹, skleidžiasi kryptimi O¹ e r. Kryptys, kuriomis skleidžiasi bangos, mes vadiname bangų spinduliais. Ištiesus iš taško e liniją en statmeniškai užtvarai, arba sienai, aišku, kad tiesioginės bangos spindulys Oe, atmuštos bangos spindulys er ir statmuo en yra toje pačioje plokštėje. Statmuo en vadinasi puolimo statmeniu, kampas Oen vadinasi bangos spindulio puolimo kampu ir kampas ner — atspindžio kampu. Iš lygybės trikampių e O' a ir e O a eina lygybė kampų O' e a ir O e a. Kadangi kampas O' e a lygus kampui g e r, tai, vadinasi, $\angle g e r = \angle O e a$. Tai reiškia, kad kampai O e n ir r e n yra lygūs. Taigi atsimušant bangoms veikia šie dėsniai:

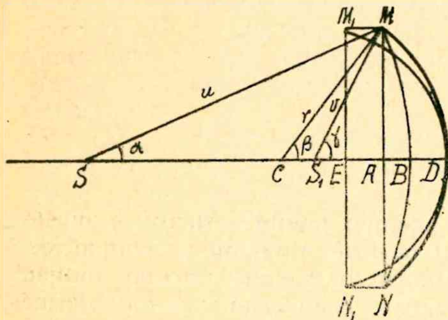
1) pirmykštis spindulys ir atmuštas spindulys esti toje pačioje plokštėje, kaip ir statmuo, ištiestas iš to taško sienos arba užtvaros, į kurį puola spindulys;

2) puolimo kampas visada lygus atspindžio kampui.

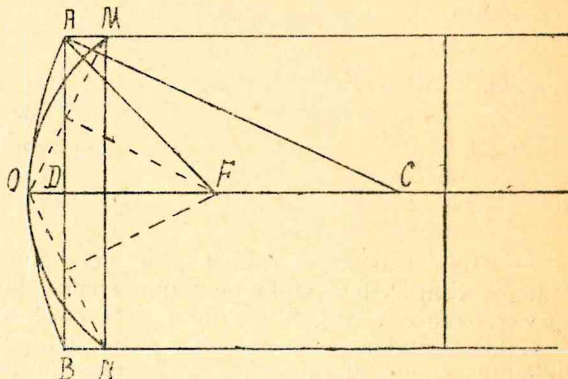
Kas čia išrodyta sienos taškui e, tas gali būti išrodyta ir taškams dd', cc' ir t. t. Reikia tik visuomet atsiminti, kad faktinai už užtvaros, arba sienos, jokio judėjimo nėra, ir tik iš atsimušusios bangos fronto pasikeitimo mums rodosi, kad ta banga iš-

eina iš tam tikro centro užtvaros užpakaly. Taigi tokiais atvejais mes turime dalyką su vadinamu tariamuoju bangavimo centru arba židiniu.

Paimsime dabar tokį atsitikimą. Tegu iš taško S, kaip iš judėjimo centro, skleidžiasi sferomis bangos ir susiduria su užtvara arba kieta siena įgaubto sferinio paviršiaus MDN pavidalu su centru taške C taip, kad CD = r — įgaubto paviršiaus radijui (žiūr. 34 pieš.). Per kurį laiką išeinančios iš taško S bangos frontas pasieks taškuose M ir N įgaubtos sienos krantus ir turės sferinio paviršiaus dalies MBN radijaus BS pavidalą. Taigi taškuose M ir N prasidės atsimušimas tuomet, kai bangos viršūnė B bus dar nepasiekusi įgaubtos sienos. Kada ta bangos viršūnė padarius kelią BD pasieks sieną, tai taškai M ir N bangos fronto MBN pasislinks atgal išilgai spindulių SM ir SN tuo pačiu atokumu BD. Bet tuo laiko momentu žengianti pir-



34 pieš.



35 pieš

myn banga, atmušta banga ir įgaubta siena turės bendrą tašką D. Taigi atmuštos bangos frontas eis per taškus $M_1$ D $N_1$ ir sudarys dalį sferos paviršiaus, aprašyto iš tam tikro centro $S_1$. Iš piešinio aišku, kad BD = AD — AB. Jeigu įgaubtos sienos žiotis, arba apertūra, yra nedidelė, tai kampai, kuriuos sudaro spinduliai žengiančios pirmyn bangos ($\alpha$), atmuštos bangos ($\gamma$) ir įgaubtos sferinės sienos ($\beta$) irgi nedideli (34 piešiny šitie kampai paimti gan dideli, kad piešinys būtų aiškesnis). Bet tokiomis sąlygomis mes galime laikyti, kad kelias, padarytas atmuštų bangos dalių M ir N išilgai spindulių MS ir NS per trumpą laiką labai mažai skirsis nuo to kelio, kurį padarytų atmuštos bangos dalys, jeigu jos slinktų lygiagrečiai vidurinei linijai SD. Tuo atveju $M_1M = EA = N_1N = BD$. Tad AD — AB = ED — AD. Iš kur išeina AB + ED = 2AD. Bet linijų atkarpos AB, ED ir AD sudaro diametro dalis nuo statmens bazės pravesto iš atatinkamų taškų A, E iki rato apskritimo. Tas statmuo čia visais tais atvejais yra tas pats, būtent: $EM_1 = AM = y$. Pritaikinant žinomą geometrijos teoremą, mes atkarpai AB turėsime: AB : y = y : 2d — AB. Čia d reiškia aprašyto iš taško S rato spindulį, vadinasi, reiškia atokumą bangavimo centro nuo įgaubtos sienos. Iš duotosios proporcijos išeina:

$$AB = \frac{y^2}{2d - AB}.$$

Iš trikampio ASM išeina d — AB = d cos. $\alpha$, arba AB = d (1 — cos$\alpha$). Taigi pakeičiant AB šita reikšme, formuloje del AB mes gausime $AB = \frac{y^2}{d\,(1 + \cos\alpha)}$. Remiantis ta pačia teorema atkarpai DE, kuri priklauso atmuštos bangos sferai, aprašytai iš centro $S_1$ radijum $f = S_1 M_1 = S_1 M$, mes gausime tokią lygtį:

$$ED = \frac{y^2}{f\,(1 + \cos\gamma)}.$$

Ir pagaliau atkarpai AD, kuri priklauso sienos sferai, aprašytai iš centro C radijum r, mes turėsime: $AD = \frac{y^2}{r(1 + \cos\beta)}$.

Kadangi, kaip jau mes priėmėme, kampai $\alpha$, $\beta$ ir $\gamma$ yra labai maži ir, vadinasi, tų kampų cosinūs labai mažai skiriasi nuo vieneto, tai tokiomis sąlygomis

$$AB = \frac{y^2}{2d};$$

$$ED = \frac{y^2}{2f};$$

$$AD = \frac{y^2}{2r}.$$

Vadinasi, $AB + ED = 2AD$ gauna tokį pavidalą:

$$\frac{y^2}{2d} + \frac{y^2}{2f} = \frac{2y^2}{2r},$$

$$\text{arba } \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{2}{r}.$$

Kitaip sakant, atsimušus sferinei bangai nuo sferinės įgaubtos sienos, atmuštos bangos centras bus atokume f nuo sienos vidurio ir tarp šito atokumo f, žengiančios į priekį bangos centro S atokumo d nuo sienos vidurio ir tos sienos kreivumo radijaus r veikia santykiai, kuriuos ir reiškia paduotoji lygtis. Taigi atsimušus nuo sferinės įgaubtos sienos sferinė banga pasilieka sferine banga, tik tos atmuštos bangos radijus bus aplamai kitas. Bet šituo atveju bus realus judėjimo centras atmuštai bangai.

Tegu ant įgaubtos sferinės sienos AOB (žiūr. 35 pieš.) puola plokščia banga, vadinasi, tokia banga, kurios judėjimo centras yra labai toli nuo sienos. Kitaip sakant, mes čia turime lygiagrečius spindulius, kurie puola ant sferinės įgaubtos sienos. Tegu bangos frontas tam tikru laiko momentu pasieks sferinės įgaubtos sienos krantus taškuose A ir B. To fronto vidurys tuomet bus dar atokume DO nuo sienos. Vadinasi, kol tas fronto vidurys D atliks kelią DO, atmuštos bangos fronto dalys A ir B atliks kelius atgal nuo sienos MA = NB = DO. Taigi tuo laiko momentu siena ir atmuštos bangos frontas turės bendrą tašką O ir du kraštutinius taškus M ir N, kiti fronto taškai atatinkamai turės įvairias padėtis tarp M ir O ir N ir O. Vadinasi, atmuštos bangos frontas jau bus nebe plokščias, bet įgaubtas MON. Taigi kreiva siena arba užtvara keičia bangos fronto formą, taip kalbamame atvejyje plokščias frontas darosi kreivas, įgaubtas, ir nesunku matyti, kad tas kreivas frontas sudaro sferos dalį, kurios centras yra sienos AOB radijaus viduryje. Tatai tiesiog eina iš lygties $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{2}{r}$. Kada bangos frontas plokščias, tad tos bangos judėjimo centras yra labai toli nuo sienos. Vadinasi, $d = \infty$ ir, mes turime $\frac{1}{f} = \frac{2}{r}$ arba $f = \frac{r}{2}$.

Kitaip sakant, atsimušusi nuo įgaubtos sferinės sienos plokščia banga turi realų judėjimo centrą atokume nuo sienos vidurio, kuris yra lygus pusei sienos sferos radijaus.

Tegu skersos plokščios bangos puola ant kietos nejudamos sienos. Šituo atveju atsilenkimas dalelių ant ribinio paviršiaus bus lygus nuliui. Šita sąlyga gali būti vykdyta tik tada, kada mes turime dvi bangų eiles: vieną žengiančią į priekį, kitą žengiančią atgal nuo sienos. Ribinio paviršiaus taškai, arba dalelės, bus tik tada parimę, kada abidvi bangų sistemos bus priešingose judėjimo fazėse, kitaip sakant, kada jų fazių skirtumas bus lygus $\pi$ esant lygioms amplitudoms. Tokiomis sąlygomis viena eilė bangų suteiks ribinio paviršiaus dalelėms atsilenkimą į vieną pusę, kita bangų eilė suteiks tokio pat didumo atsilenkimą, tik į priešingą pusę. Taigi tokioje ribinio pavir-

šiaus vietoje, kur veikia dvi tokios bangos, bus mazgas. Iš čia išeina, kad žengianti į priekį banga ir atsimušusi nuo kietos sienos banga skirsis judėjimo fazėje per $\pi$.

Nesunku matyti, kad efektas bus toks pat, kada eilė bangų susiduoda į paviršių, kuris skiria du mediumus nevienodo tankumo, taip kad bangoms reikia pereiti iš mažesnio tankumo mediumo į didesnio tankumo mediumą. Priimsime, kad antrojo mediumo tankumas yra žymiai didesnis kaip pirmojo. Tada pereinant į tą antrąjį mediumą bangų amplitudos darosi labai mažos, ir, vadinasi, galutinas dalelių atsilenkimas ant ribinio paviršiaus bus irgi labai mažas. Taigi ir šituo atveju reikia priimti, kad mes turime dalyką su žengiančiomis į priekį bangomis ir atmuštomis bangomis, kurios skiriasi fazėje gangreit per $\pi$. Taigi ir išeina, kad puolant bangoms ant paviršiaus, kuris skiria žymiai retesnį mediumą nuo tankesnio, atmuštos bangos irgi skirsis fazėje nuo žengiančių į priekį bangų per $\pi$.

Jau mes anksčiau matėme, kad skersų bangų mazgas elastingame mediume yra tokia vieta, kur mediumo deformacija pasiekia maksimumą. Aišku, kad deformacija gali įvykti tik tada, kada antrasai mediumas yra žymiai tankesnis kaip pirmasai, kitaip sakant, kada išjudinti antrąjį mediumą yra daug sunkiau kaip pirmąjį. Aišku taipgi, kad efektyvių tankumų skirtumas turi čia tokios pat reikšmės, kaip ir tikrų tankumų skirtumas (žiūr. 6 §).

Kitaip dalykas stovi, kada bangos susiduoda į ribinį paviršių pereidamos iš tankesnio mediumo į retesnį mediumą. Tokiomis sąlygomis nėra pakankamo pasipriešinimo judėjimui, kad galėtų įvykti žymi deformacija tankesnio mediumo elemento ir, vadinasi, nėra sąlygų bangų mazgui susidaryti. Taigi tokiomis sąlygomis pereinant iš tankesnio į retesnį mediumą gali susidaryti tiktai antimazgas — intensyvaus judėjimo vieta. Vadinasi, į priekį žengianti banga ir atsimušusi banga šituo atveju bus tos pačios judėjimo fazės, kitaip sakant, sudarys paviršutinės ribos dalelių atsilenkimą ta pačia prasme ir to paties didumo, taip kad abiejų bangų sudarytas atsilenkimas bus suma dviejų atsilenkimų ta pačia prasme. Aišku, kad tas pat reikia pasakyti ir apie skersas bangas kietame elastingame mediume, kurios pasiekia laisvą to mediumo ribinį paviršių, nes ir čia mes turėsime bangų perėjimą iš tam tikro tankumo mediumo į žymiai mažesnio tankumo mediumą. Vadinasi, ir atsimušę nuo laisvos ribos paviršiaus kieto elastingo kūno skersos bangos bus tos pačios fazės kaip ir tiesioginės bangos, žengiančios į priekį, tuomet kai atsimušę nuo kieto nejudamo paviršiaus bangos skirsis fazėje nuo žengiančių į priekį bangų per $\pi$.

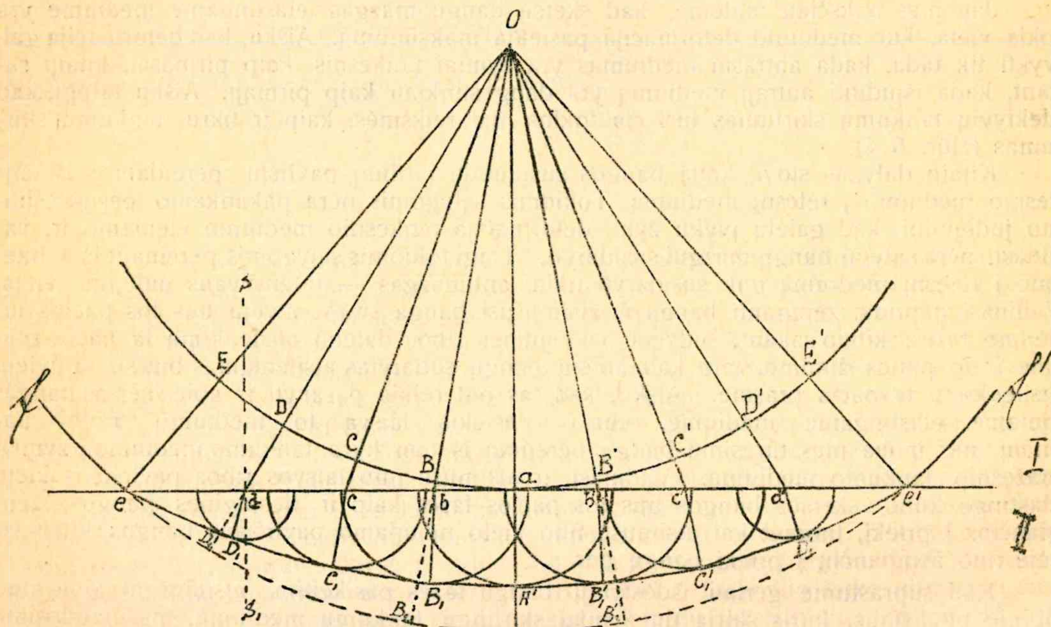
Kad suprastume geriau išdėstytąjį bangų fazės pasikeitimą atsimušant joms nuo ribinio paviršiaus, kuris skiria du žymiai skirtingų tankumų mediumu, pasinaudosime tokia analogija iš dinamikos. Įsivaizduokime sau du rutulius tos pačios medžiagos, bet nevienodo didumo ir, vadinasi, nevienodos masės, pakabintus ant siūlų, taip kad rutuliams parimus jie liečia vienas kitą. Atlenkime mažesnį rutulį ir paleiskime jį. Jis susiduos į didesnį rutulį ir susidūrimui pasibaigus abudu rutuliai atsilenks į priešingas puses. Čia mes turime analogiją perėjimo bangų iš retesnio į tankesnį mediumą ir kaip išdavą atsilenkimą į priešingas puses, vadinasi, judėjimo fazės pasikeitimą. Jeigu gi mes atlenksime didesnį rutulį ir jį paleisime, tai įvykus susidūrimui abudu rutuliai atsilenks į tą pačią pusę. Vadinasi, čia mes turėsime judėjimą ta pačia prasme, kitaip sakant, nebus judėjimo fazės pasikeitimo, kaip to nėra pereinant bangoms iš tankesnio į retesnį mediumą.

Kada kietame elastingame kūne susidaro stovinčios bangos kaip tiesioginių žengiančių į priekį bangų ir atmuštų bangų superpozicijos išdava, tai visa tų bangų energija turi kinetinę formą tuo laiko momentu, kada judėjimo arba atsilenkimo kreivoji priima tiesios linijos formą (žiūr. 18 pieš.). Antra vertus, ta bangų energija reiškiasi vien tiktai kaip potencinė energija, kada stovinčių bangų antimazgai pasiekia maksimum atsilenkimo padėtis. Taigi esant statinėms bangoms, mediumo elementas, kuris užima antimazgo vietą, niekad neturės potencinės energijos: toksai elementas turės kinetinės energijos maksimumą, žengdamas per pusiausviros padėtį, ir neturės jokios energijos pasiekęs didžiausio atsilenkimo padėtį. Kitaip yra su tokiu mediumo elementu, kuris užima mazgo vietą: toksai elementas turės maksimumą potencinės ener-

gijos tuo laiko momentu, kada antimazgai pasieks didžiausio atsilenkimo padėtis, ir neturės jokios energijos tuo metu, kada antimazgai žengs per pusiausviros padėtį.

Fazių pasikeitimas, atsimušant bangoms, ir energijos padalinimas mediume, statinių arba stovinčių bangų pagautame, padės mums vėliau išspręsti eilę uždavinių garso srityje, o ypatingai šviesos mokslo srityje. Taigi mes tada prie šitų dalykų grįšime.

Bangos, pasiekę ribinį paviršių, kuris skiria du mediumus vienas nuo kito, dalinai atsimuša nuo šito paviršiaus, bet didžiąja dalimi prasiskverbia į kitą mediumą, kur skleidžiasi kitu greitumu, mažesniu, jeigu antrasai mediumas tankesnis, ir didesniu, jeigu antrasai mediumas retesnis. Tokiais atvejais mainosi bangų frontas, ir nustatyti tą naują frontą galima remiantis Huyghens'o principu.




86 pieš.

Tegu iš centro O skleidžiasi sferinės bangos, pasiekdamos paviršių e d c b a b' c' d' e', kuris skiria du mediumus, I ir II (žiūr. 36 pieš.). Tegu mediumas II bus tankesnis kaip mediumas I. Jeigu nebūtų to kito mediumo, tai tam tikru laiko momentu bangos, išeinančios iš judėjimo centro O, frontas būtų paviršius sferos, aprašytos radijum OA. Mes fiksuosime čia tik tos sferos dalį, arba tiksliau kalbant, didžiojo sferos rato dalį, kuris yra sferos pjūvis popieriaus plokšte. Šita dalis piešiny pažymėta raidėmis f e A e' f'. Bet esant mediumui II, bangavimas, perėjęs per ribą tarp abiejų mediumų, skleisis tame antrame mediume mažesniu greitumu, sakysime, pusantro sykio mažesniu greitumu, taip kad $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{2}$, jeigu mes bangų greitumą mediume I pažymėsime raide $V_1$, o mediume II raide $V_2$. Einant Huygens'o principu, kiekviena ribinio paviršiaus dalelė a, b, b', c, c'... taps iš eilės bangavimo centru, kada ją pasieks bangavimas iš centro O. Užvis anksčiau bangavimas iš centro O pasieks dalelę a ant ribinio paviršiaus. Jeigu judėjimas eitų toliau tam pačiam mediume I, tai bangavimas iš ¡centro a pasiektų frontą f, e, A, e', f', tuo pačiu laiku, kaip ir sudėtinė banga, kuri šeina iš centro O. Bet pereinant į tankesnį mediumą II bangos skleisis pusantro sykio

mažesniu greitumu. Taigi, kad surastume, koksai bus kalbamuoju laiko momentu elementarės bangos frontas, kuriai dalelė a yra judėjimo centras, iš taško a aprašomas rutulys (piešiny ratas) radijum aA' $= \frac{2}{3}$ aA. Dalelės b ir b' bus pasiektos bangų iš centro O kiek vėliau. Norint surasti elementarinių bangų frontus, kurioms dalelės b ir b' yra judėjimų centrai, linijos Ob ir Ob' ištiesiamos iki persikirtimo su lanku f e A e' f' taškuose $B_2$ ir $B'_2$. (Aišku, kad $OB_2$ ir $OB'_2$ bus sferos iš centro O radijai.) Iš taškų b ir b' radijais, lygiais $\frac{2}{3}$ $bB_2 = \frac{2}{3} b'B'_2$ nupiešime sferas (popieriaus plokštėje ratus). Tuo būdu mes gausime kalbamuoju laiko momentu elementarinių bangų frontus, kurioms taškai b ir b' yra judėjimų centrai. Prisilaikydami to paties principo nupiešime elementares bangas iš taškų c ir c', d ir d' ir t. t. Visiems tiems elementarių bangų paviršiams galima pravesti vienas bendras klojamasai paviršius, kaip rodo 36 piešinys. Bangavimas iš centro O pasieks šitą bendrą paviršių mediume II e $D_1$ $C_1$ $B_1$ $A_1'$ $B_1'$ $C_1'$ $D_1'$ e' tuo pačiu laiku kaip elementarės bangos, išeinančios iš taškų a, bb', cc', dd' ir t. t. Vadinasi, e $D_1$ $C_1$ $B_1$ $A_1'$ $B_1'$ $C_1'$ $D_1'$ e' bus kalbamuoju momentu bangos iš centro O frontas mediume II. Iš piešinio aišku, kad to fronto kreivumas bus kitoks, kaip mediume I, būtent, mažesnis, kitaip sakant, pereinant į kietesnį mediumą bangos darosi plokštesnės. Geometrijos konstrukcijos keliu nesunku įrodyti, kad tas bangos frontas bus dalis rato popieriaus plokštėje (arba rutulio paviršiaus erdvėje), aprašyto iš centro, kuris yra nuo ribos paviršiaus I, II atokume pusantro sykio didesniame kaip bangavimo centras O. Ištiesime, sakysime, taške d liniją statmeniškai ribos linijai I, II. Linija $OdD_2$ yra bangos skleidimosi kryptis mediume I, vadinasi, bangos spindulys. Linija gi $dD_1$ yra bangos skleidimosi kryptis arba bangos spindulys mediume II. Iš piešinio aišku, kad kampas OdS yra didesnis, kaip kampas $D_1dS_1$. Vadinasi, pereinant iš retesnio mediumo į tankesnį mediumą bangos spindulys artinasi prie statmens ribos linijai pravesto spindulio puolimo taške. Todel šituo atveju kalbama apie bangų arba jų spindulių persilaužimą. Savaime aišku, kad einant atžagariai, iš tankesnio mediumo į retesnį, persilaužimas vyksta ta prasme, kad bangos spindulys retesniame mediume tolinasi nuo statmens. Iš piešinio aišku taipogi, kad puolančios bangos spindulys, statmuo ir persilaužusios bangos spindulys yra toje pačioje plokštėje (kalbamu atveju popieriaus plokštėje).

Iš 36 piešinio aišku, kad $\frac{D_2d}{D_1d} = \frac{V_1}{V_2}$, nes per tą patį laiką, per kurį banga mediume I atliks kelią $D_2d$, banga mediume II atliks kelią $D_1d$. Padėkime, kad atokumas e d yra labai mažas. Tad linija e d bus bendra hipotenuza stačiakampiams trikampiams d $D_1$ e ir d $D_2$ e, kuriems lankus **e** $D_1$ ir e $D_2$ galima tokiu atveju paimti katetais. Kampas $D_2$ e d bus lygus kampui S d O, arba spindulio puolimo kampui, kurį pažymėsime raide $\alpha$, nes tai bus du kampai su atatinkamais statmeniškais šonais. Del tos pačios priežasties kampas $D_1$ e d bus lygus kampui $D_1$ d $S_1$, kurį pavadinsime persilaužimo kampu ir pažymėsime raide $\beta$.

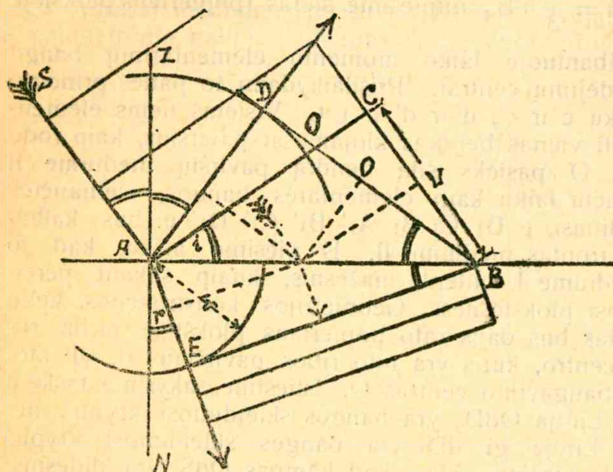
Iš trikampio $D_2$ e d išeina $D_2d = ed \sin \alpha$, o iš trikampio $D_1$ e d išeina $D_1 d = ed \sin \beta$. Taigi mes turime:

$$\frac{D_2d}{D_1d} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{ed \sin \alpha}{ed \sin \beta} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}.$$

Tai, kas čia išvesta taškui d ir bangų spinduliams Od ir $D_1d$, liečia ir visus kitus spindulius, kurie krinta kitais kampais ir persilaužia kitais kampais. Taigi persilaužiant bangoms arba jų spinduliams, veikia tokie dėsniai: 1) puoląs ir persilaužęs spindulys visuomet esti toje pačioje plokštėje, kaip ir statmuo ribos paviršiuje arba ribos linijai tame taške, kur sueina abudu spinduliai; 2) santykis kritimo ir persilaužimo kampų sinų yra pastovus dydis ir lygus bangų greitumų santykiui viename ir ki-

tame mediume. Šitas pastovus santykis vadinasi fizikoje persilaužimo koeficientu. Patsai gi dėsnis nustatytas XVII šimtmetyje Snellio ir todel žinomas fizikoje kaip Snellio dėsnis.

Paaiškinsime dar atspindžio ir persilaužimo dėsnius plokščioms bangoms, vadinasi, tokioms, kurių judėjimo centras yra be galo toli ir kurios skleidžiasi lygiagrečiais spinduliais. Tegu linija AB sudaro ribą tarp dviejų mediumų (žiūr. 37 pieš.) ir tegu tam tikru laiko momentu plokščios bangos frontas užima padėtį, atvaizduotą linija AC. Dalinai banga atsimuš nuo šito ribos paviršiaus AB, dalinai prasiskverbs į antrąjį mediumą. Kad surastume bangos frontą, atidėsime ant linijos AS statmeniškai bangos frontui AC, vadinasi, ant bangos spindulio atkarpą, lygią CB, nes kol bangos fronto taškas C pasieks ribinį paviršių AB, atsimušęs nuo to paviršiaus taškas A padarys tokį pat kelią atgal. Kitaip sakant, į tašką A mes žiūrime kaip į elementarinių bangų centrą, kurių frontas bus aprašyto radijum CB = AD = AZ = AS rutulio paviršius tuo laiko momentu, kada taškas C pasieks ribos paviršių AB. Taigi kalbamuoju laiko momentu atmuštos bangos frontas bus atvaizduotas DB, nes taškai A ir C kalbamuoju laiko momentu užims padėtis D ir B, ir, vadinasi, kiti fronto AC taškai užims atatinkamai padėtis tarp taškų D ir B. Stačiakampiai trikampiai ODA ir OCB bus lygūs, nes jų katetai AD ir BC lygūs, ir kampai DOA ir COB lygūs. Taigi lygios ir tų trikampių hipotenuzos AO ir OB. Tai reiškia, kad trikampis AOB yra lygiašonis trikampis, ir jo kampai OAB ir OBA yra lygūs. Taigi išeina, kad atmuštos bangos frontas BD sudarys tokį pat kampą i = OAB = OBA su ribos paviršium, kaip ir žengiančios į priekį bangos frontas AC.

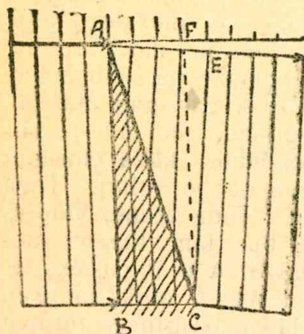


37 pieš.

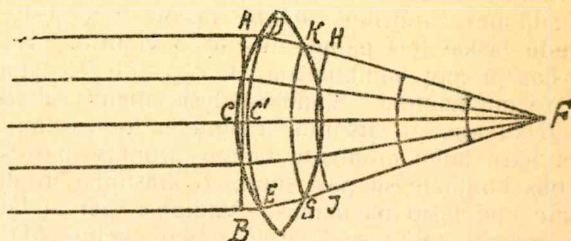
37 piešiny linija SA, pravesta statmeniškai linijai AC, yra žengiančios į priekį bangos spindulys, o linija AD — atmuštos bangos spindulys. Aišku, kad tie abudu spinduliai rasis toje pat plokštėje (čia popieriaus plokštėje), kaip ir statmuo ZA, ištiestas taške A į ribinį paviršių AB. Puolimo kampas SAZ lygus kampui i, nes abiejų tų kampų šonai sudaryti atatinkamai statmeniškomis linijomis. Taip pat atspindžio kampas ZAD lygus kampui DBA = i, nes ir tie du kampai sudaryti atatinkamai statmeniškais šonais. Vadinasi, kampas SAZ = $\angle$ ZAD (kritimo kampas lygus atspindžio kampui).

Kaip jau pažymėta, banga dalinai prasiskverbs į antrąjį mediumą žemiau ribinio paviršiaus AB. Tegu pirmajame mediume bangos skleidžiasi greitumu $V_0$, o antrajame greitumu $V_1$, ir tegu $V_0 > V_1$. Bet tuomet, kada fronto AC dalelė A jau pasieks ribinį paviršių AB, to paties fronto dalelei C reiks dar padaryti kelias CB, kad pasiektų taške B ribą AB. Taigi norint surasti prasiskverbusios į antrąjį mediumą bangos frontą tuo laiko momentu, kada dalelė C pasieks padėtį B (kitaip sakant, kada bangavimas pasieks tašką B), iš taško A, kaip iš judėjimo centro, reikia aprašyti ratas (erdvėje rutulys) radijum AE, kurio didumas išeina iš proporcijos $\frac{AE}{CB} = \frac{V_1}{V_0}$, trumpai kalbant, radijum, proporcingu bangų greitumui antrajame mediume. Kitaip sakant, kada judėjimas, išeinąs iš taško C pirmajame mediume pasieks tašką B, tada judėjimas, išeinąs iš taško A, pasieks tašką E ant rato, aprašyto radijum AE. Sujungę

taškus E ir B linija, mes gausime kalbamuoju laiko momentu prasiskverbusios į antrąjį mediumą bangos frontą. Linija AE statmeniškai bangos frontui EB bus tos bangos spindulys. Piešinys rodo, kad tas spindulys antrajame mediume bus arčiau nuo statmens ZAN kaip žengiančios į priekį I-ajame mediume bangos spindulys SA. Taigi mes čia turėsime tai, kas vadinasi spindulių persilaužimas. Aišku, kad krintąs spindulys SA, persilaužęs spindulys AE ir statmuo ZAN yra toje pat plokštėje, lygiai kaip ir linijos AC, AB ir EB yra toje pat plokštėje. Iš trikampio ACB išeina CB = AB sin i. Taip pat iš trikampio AEB išeina AE = AB sin ABE. Padalinę pirmąją lygtį į antrąją gausime: $\frac{CB}{AE} = \frac{V_0}{V_1} = \frac{\sin i}{\sin ABE}$. Bet kampas i yra lygus kampui SAZ, kaip jau pirma įrodyta. Vadinasi, kampas i bus kritimo kampas. Taip pat kampas ABE bus lygus kampui NAE = r, nes tie du kampai sudaryti atatinkamai statmeniškais šonais. Kampas r vadinasi persilaužimo kampas. Taigi mes turime: $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{V_0}{V_1} = n$. Žodžiais, kritimo ir persilaužimo kampų sinų santykis yra pastovus dydis duotiems dviem mediumams, ir yra lygus bangų greitumų santykiui viename ir kitame mediume (priminsime, kad tas santykis vadinasi persilaužimo koeficientas).



38 pieš.



39 pieš.

Tegu mediume, kuriame skleidžiasi bangos greitumu $V_0$, yra kitas mediumas trikampės prizmos pavidalo ir tegu tame kitame mediume bangos skleidžiasi greitumu $V_1$, mažesniu kaip $V_0$. Tam tikru laiko memento plokščių bangų frontas pasieks prizmos šoną AB (žiūr. 38 pieš.). Judėjimas viršuj prizmos ir ties pat prizmos kampu A skleisis greitumu $V_0$ ir per tam tikrą laiką pasieks tašką E, padaręs kelią AE. Judėjimas prizmoje bus mažesnio greitumo $V_1$. Tegu judėjimas iš taško B per prizmą atliks kelią BC per tą patį laiką, per kurį judėjimas iš taško A atliko kelią AE. Sujungę taškus C ir E tiesia linija mes gausime bangos frontą CE, perėjus bangai per prizmą. Tasai frontas bus atlenktas pirmykščio fronto AB atžvilgiu tam tikru kampu. Savaime aišku, kad bangos CE spindulys AE bus tokiu pat kampu atlenktas pirmykštės bangos AB spindulio AF atžvilgiu, nes spinduliai yra linijos, statmeniškos bangų frontams. Šitas kampas vadinasi atlenkimo, arba atsilenkimo, kampas. Pažymėsime jį raide D, o prizmos viršutinį kampą raide A. Iš taško C ištiesime liniją CF lygiagrečiai linijai AB. Tad kampas FCE = $\angle$ FAE. Priimsime, kad mes turime prizmą labai mažo kampo A ir kad spindulio atsilenkimas, pereinant per prizmą, irgi yra labai mažas (kitaip sakant, mes čia turime darbo su plona prizma). Tokiomis sąlygomis

$$\angle FCE = D = \frac{FE}{CF} \text{ ir } \angle A = ACF = \frac{AF}{CF}.$$

Padalinę pirmąją lygtį į antrąją gausime:

$$\frac{D}{A} = \frac{FE}{AF} = \frac{V_0 - V_1}{V_1} = \frac{V_0}{V_1} - 1,$$

$$\text{nes } FE = AE - AF = AE - BC,$$

o AE proporcingas $V_0$ bangų greitumui viename mediume, BC proporcingas $V_1$ bangų greitumui prizmoje. Iš paskutinės lygties išeina $D = A\left(\frac{V_0}{V_1} - 1\right) = A\,(n - 1)$. Vadinamoji prizmos formula, kuri nustato santykius tarp spindulio atsilenkimo kampo einant per prizmą, prizmos laužiamojo kampo A ir prizmos medžiagos, kuri charakterizuojasi tam tikru persilaužimo koeficientu $n = \frac{V_0}{V_1}$. Kaip rodo 38 piešinys, einant per prizmą spindulys atsilenkia visuomet į prizmos bazę ir, kaip išeina iš paskutinės lygties, tasai spindulio atsilenkimas bus juo didesnis, juo didesnis prizmos laužiamasai kampas A ir juo didesnis prizmos persilaužimo koeficientas. Reikia tik atsiminti, kad išvesti čia paprasti santykiai veikia tik labai plonoms prizmoms, vadinasi, tokioms, kurių laužiamieji kampai yra labai maži.

Tegu plokščia banga, kuri skleidžiasi duotame mediume, pasieks kitą, tankesnį, mediumą lęšio pavidalu, vadinasi, kūno, aprėžto sferiniais paviršiais pavidalu (žiūr. 39 pieš.). Jeigu mes per taškus, sakysime, A ir K ištiesime liečiamąsias plokštes į lęšio paviršius, tai gausime prizmą. Aišku, kad tos prizmos kampas bus juo didesnis, juo arčiau mes paimsime abudu taškus nuo lęšio viršūnės, ir juo mažesnis, juo arčiau abudu taškai bus paimti nuo lęšio vidurio. Taigi tokios formos kūnas gali būti pakeistas prizmų kombinacija, kurios atlenks spindulius juo smarkiau, juo didesni bus tų prizmų kampai. Vadinasi, lęšis atlenks smarkiau tokius spindulius, kurie eina per jį arčiau nuo jo viršūnių, ir silpniau tokius spindulius, kurie eina per jo vidurį. Tegu tam tikru laiko momentu bangos frontas pasieks lęšio paviršių. Tada fronto vidurys C bus kontakte su paviršium, o kraštiniai fronto taškai A ir B bus tam tikram atokume nuo lęšio paviršiaus. Vadinasi, per tą laiką, per kurį taškai A ir B pasieks lęšio paviršių taškuose D ir E, padarę kelius AD ir BE, fronto taškas C atliks mažesnį kelią CC' (kitaip sakant, judėjimas iš taško C per kalbamąjį laiką pasistums pirmyn atokumu CC', mažesniu kaip AD arba BE). Taigi kalbamuoju laiko momentu bangos frontas bus įgaubtas ir bus atvaizduotas linija D C' E. Dabar judėjimas iš taškų D, C' ir E skleisis lęšio mediume, bet tada, kada judėjimas iš taškų D ir E pasieks lęšio paviršių taškuose K ir G, judėjimas iš taško C' dar bus tam tikram atokume nuo to paviršiaus. Taigi skleidžiantis judėjimui toliau, judėjimas iš taško C' dar smarkiau atsiliks nuo judėjimų, kurie išeina iš taškų K ir G. Todel bangos frontas pasidarys dar labiau įgaubtas, ir mums atrodys, kad tasai frontas priklauso bangavimui, išeinančiam iš taško F, kaip iš centro. Taigi einant plokščioms bangoms per tokį lęšį, jos darosi sferinės ir jų spinduliai sueina vienam taške F, kuris vadinasi lęšio židinys, arba fokus. Išeina taip, kad lęšis keičia bangų fronto formą, Antra vertus, jeigu bangavimas išeina iš lęšio židinio pavidale spindulių, kurie kečiasi, tai perėjus bangoms per lęšį jų frontas darosi plokščias ir jų spinduliai darosi lygiagretūs.

## 8 §. Doplerio principas.

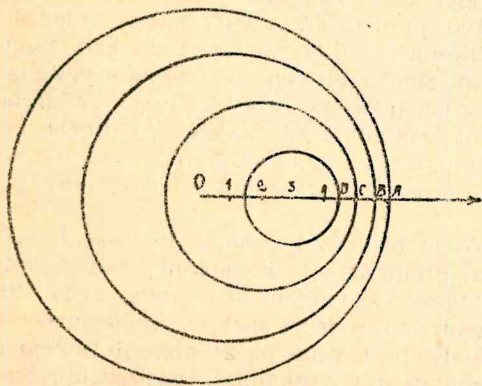
Apsvarstysime dabar tokį atsitikimą, kada sekėjo ir bangų centro padėtys mainosi, vadinasi, kada sekėjas ir bangų centras arba artinasi vienas prie kito, arba tolinasi vienas nuo kito. Pažymėsime sekėjo judėjimo greitumą raide u, bangų centro judėjimo greitumą raide c ir bangų skleidimosi greitumą duotame mediume raide V.

Paprasčiausias atsitikimas bus tada, kada $c = 0$, vadinasi, kada sekėjas slenka arba ta pačia prasme kaip skleidžiasi bangos, arba prieš bangas, pasiliekant bangų

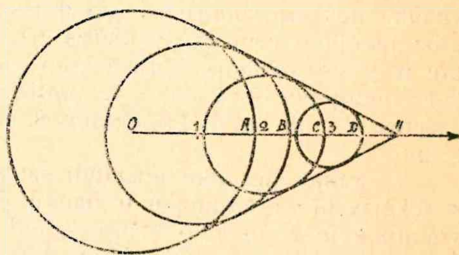
centrui visą laiką toje pačioje padėtyje. Kaipo pavyzdį galime paimti valtį, kuri eina arba prieš bangas, arba su bangomis. Kada valties padėtis inkaru fiksuota, kitaip sakant, kada $u = 0$, tada per tam tikrą laiką, sakysime, per 1 sekundą valtį pasiekia tam tikras bangų skaičius, būtent, $n = \frac{V}{\lambda}$, nes bangų skaičius, kuris susidaro per vieną sekundą, yra lygus svyravimų skaičiui, ir visos tos bangos užima atokumą, lygų bangų greitumui (kitaip sakant, $n\lambda = V$, čia n reiškia svyravimų skaičių, arba vadinamąjį dažnumą, $\lambda$ — bangos ilgį ir V — bangų greitumą).

Bet jeigu valtis eina prieš bangas greitumu u, tai pritaikinant relatyvumo principą mes galime skaityti, kad valtis pasilieka toje pačioje vietoje, o bangos artinasi prie valties sudėtinu greitumu $V + u$. Kadangi šituo atveju bangų ilgis nesimaino, tai aišku, kad ant linijos, kurią perbėgs bangos per vieną sekundą, rasis daugiau bangų kaip pirmajam atsitikime. Pažymėsime tų bangų skaičių raide $n_1$. Tada $n_1 \lambda = V + u$ ir $n_1 = \frac{V + u}{\lambda} = n . \frac{V + u}{V}$, jeigu mes $\lambda$ pakeisime reiškiniu $\frac{V}{n}$, kas išeina iš $n\lambda = V$. Kitaip sakant, dabar valtį pasieks per sekundą didesnis bangų skaičius. Vadinasi, šituo atveju dažnumas padidės santykiu $\frac{V + u}{V}$.

Lengva suprasti, kad einant valčiai su bangomis greitumu u, atstojamasai greitumas bus $V - u$ ir bangų skaičius, kuris šituo atveju per sekundą pasieks valtį, bus $n_2 = n \frac{V - u}{V}$. Taigi tas skaičius šituo atveju bus mažesnis. Vadinasi, bangų dažnumas sumažės santykiu $\frac{V - u}{V}$ sulyginant su dažnumu n, kada valtis parimusi ir bangos skleidžiasi greitumu V.



40 pieš.



41 pieš.

Kitas atsitikimas bus tada, kada sekėjas visą laiką pasilieka toje pačioje vietoje, vadinasi, kada $u = 0$, bet bangų centras turi greitumą c. Pačios gi bangos iš šito judamojo centro skleidžiasi greitumu V. Padėkime visų pirma, kad $c < V$. Tokį atsitikimą atvaizduoja 40 piešinys. Tegu bangavimo centras esti iš pradžios taške 0 ir tegu linija 01 reiškia bangų centro pasistūmimą į priekį per tokį laiko tarpą, per kurį iš to centro išeina dvi bangos. Pažymėsime laikotarpį tarp dvieju bangų, išeinančių iš centro 0, raide T. Tada per laiką T, 2T, 3T, ir 4T judėjimo centras iš eilės pasieks taškus 1, 2, 3 ir 4. Per laiką 4T bangavimas, išėjęs iš taško 0, pasieks aprašytos ra-

dijum 4TV, sferos A paviršių. Bangavimai gi, kurie iš eilės išeina iš centro 0, pasiekus tam centrui padėtis 1, 2, 3 tuo laiko momentu, kada tas centras 0 atsidurs taške 4, pasieks iš eilės sferų paviršius, aprašytus radijum 3TV, 2TV ir TV (sferos B, C ir D). Piešinys rodo, kad tuo atveju bangų sferos bus viena kitos vidury, tik jos bus susigrūdę į bangų centro judėjimo pusę ir bus nutolę viena nuo kitos centro judėjimo užpakaly. Taigi užuot užėmus per sekundą liniją V, bangos dabar užims liniją V — c, skaitant nuo bangavimo centro padėties į priekį, ir liniją V + c užpakaly bangavimo centro padėties. Vadinasi, bangos bus suspaustos pirmame atvejyje ir ištemptos antrame atvejyje, kitaip sakant, iš vienos pusės bangų ilgis sumažės, iš kitos pusės padidės. Pažymėsime suspaustų bangų ilgį raide $\lambda_1$. Tada mes turėsime $\frac{\lambda_1}{\lambda} = \frac{n}{n_1} = \frac{V - c}{V}$. Iš kur išeina $n_1 = n. \frac{V}{V - c}$. Vadinasi, į priekį nuo bangavimo centro šituo atveju bangų dažnumas padidės santykiu $\frac{V}{V - c}$.

Pažymėsime ištemptų bangų ilgį bangų centro užpakaly raide $\lambda_2$. Tada mes turėsime: $\frac{\lambda_2}{\lambda} = \frac{n}{n_2} = \frac{V + c}{V}$. Iš kur išeina $n_2 = n. \frac{V}{V + c}$. Vadinasi, bangų centro užpakaly bangų dažnumas sumažės santykiu $\frac{V}{V + c}$.

Ypatingai įdomų atsitikimą mes turėsime tada, kada $c > V$, vadinasi, kada bangų centras turės greitumą didesnį kaip bangų skleidimosi greitumas. Šitą atsitikimą atvaizduoja 41 piešinys. Čia linija 01 yra kelias, atliktas bangavimo centro 0 per laikotarpį T, per kurį iš to centro išeina dvi bangos. O linija 3D reiškia atokumą, kurį pereina bangų frontas per tą patį laikotarpį T. Piešinys rodo, kad vėliau susidarę bangos perkerta anksčiau susidariusias bangas, ir kad visos tos bangos turi bendrą klojamąjį kūgį, kurio viršūnė yra taške 4 ir kuris atvaizduotas bendromis liečiamomis linijomis, ištiestomis iš taško 4 į bangų sferų paviršius. Taigi mes čia turime kūgio pavidalo bangą. Tokia banga visuomet turi savo pradžią ant kūno, kurio judėjimas sudaro bangas ir kuris pats slenka erdvėje greitumu c. Lengva suprasti, kad kūgio viršūnė bus juo smailesnė, juo didesniu greitumu slenka erdvėje sudarąs bangas kūnas, arba judėjimo centras. Garsusis fizikas E. Machas tyrinėjo tokias bangas, sudarytas ore įvairiais šoviniais, kurie slinko greitumais, didesniais kaip bangų greitumas ore (340 metrų per sekundą). 42 piešinys duoda fotografiją tokios ištemptos bangos, sudarytos Mannlicher'io projektiliu, 8 mm. kalibro, kuris turėjo greitumą 530 metrų per sekundą.

Pagaliau nesunku nustatyti santykiai ir tokiam atsitikimui kada tuo pačiu laiku ir sekėjas turi greitumą u ir bangų centras turi greitumą c, tik laikant, kad tie du greitumai mažesni kaip bangų skleidimosi greitumas V (Tokiam atsitikime, kada šitie du greitumai didesni kaip V, santykiai išeina gan painūs ir jų mes čia neliesime).

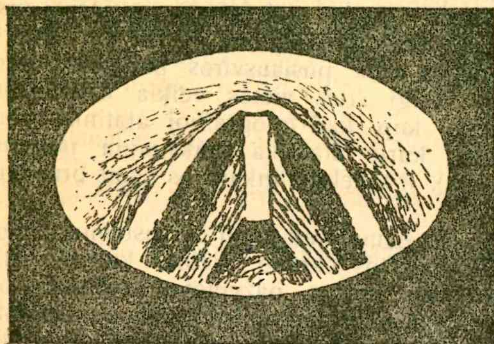
Mes ir šituo atveju galime pritaikinti relatyvumo principą ir pakeisti sekėjo ir bangų centrų greitumus vienu atstojamuoju greitumu u + c, skaitant, pavyzdžiui, kad bangų centras fiksuotas, bet sekėjas slenka greitumu u + c prieš bangas arba su bangomis. Tada mes turėsime atsitikimą, šito paragrafo pradžioje apsvarstytą, ir, vadinasi, turėsime bangų dažnumo padidėjimą santykiu $\frac{V + (u + c)}{V}$, tuo atveju, kada sekėjas slenka prieš bangas, ir bangų dažnumo sumažėjimą santykiu $\frac{V - (u + c)}{V}$ tuo atveju, kada sekėjas tolinasi nuo bangavimo centro.

Apsvarstyti čia santykiai buvo pirmą sykį nustatyti fiziko Doplerio ir todel padėtas jų pagrindan principas žinomas fizikoje kaipo Doplerio principas.

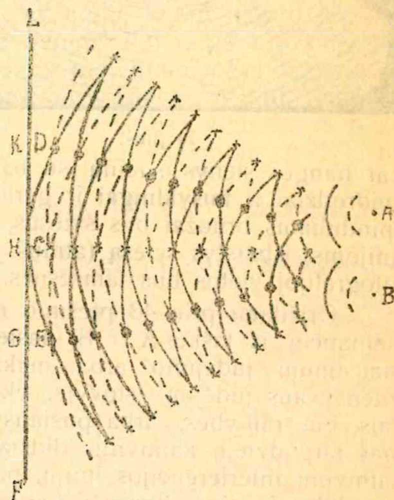
## 9 §. Bangų interferencija. Huyghens'o zonos.

Tegu taškuose A ir B mes turime du bangavimo centrus, iš kurių išeina bangos tos pačios fazės ir tos pačios amplitudos (žiūr. 43 pieš.). Iš tų taškų skleisis erdvėje sferinės bangos arba plokštėje skleisis bangos koncentriniais ratais. Per tam tikrą laiką bet kuriam plokštės taške judėjimas arba atsilenkimas nuo pusiausviros padėties bus abiejų bangų veikimo išdava, kurios kalbamuoju laiko momentu eina per šitą tašką. Tegu piešiny tolydinių ratų dalys reiškia bangų viršūnes, o punktyru nupieštų ratų dalys — bangų slėnius. Iš piešinio aišku, kad taškuose, pažymėtuose kryželiais, visuomet susiduria arba dviejų bangų viršūnės arba slėniai. Taigi šituose taškuose viena banga stiprina kitą ir atsilenkimas yra dusyk didesnis kaip bangų amplitūda. Kadangi energija bet kuriam taške yra proporcinga amplitudos kvadratui, tai aišku, kad energija taškuose, pažymėtuose kryželiais, bus 4 sykius didesnė kaip energija vienos bangos sudaryta.

Taigi linijos, jungiančios gretimus kryželius, visuomet bus maksimum atsilenkimo linijos, maksimum judėjimo ir maksimum energijos, nes praslinkus laikui, kuris yra lygus bangos periodo pusei, visa atmaina bet kuriam taške, pažymėtame kryželiu, bus tik ta, kad atstojamasai judėjimas bus dabar dviejų bangų slėnių veikimo išdava, jeigu prieš tai tame taške veikė dvi bangų viršūnės.



42 pieš.

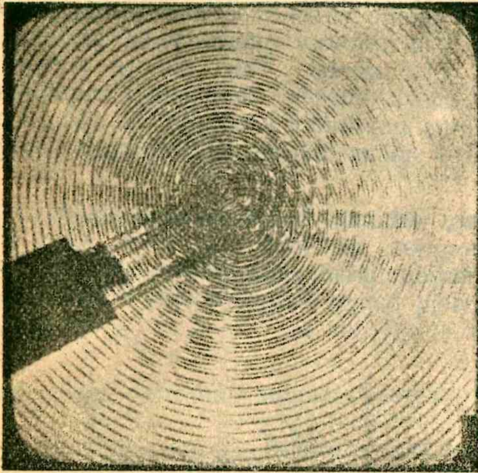



43 pieš.

O taškuose, pažymėtuose ratukais, kaip matyti iš piešinio, visuomet susitinka vienos bangos viršūnė ir kitos slėnys. Taigi tuose taškuose atstojamasai atsilenkimas bus lygus nuliui. Vadinasi, linijos, jungiančios gretimus taškus, pažymėtus ratukais, bus visuomet pusiausviros linijos, ant kurių atsilenkimas bus lygus nuliui ir energija bus lygi nuliui, nes čia visa atmaina, kuri įvyks per pusę bangos periodo, bus tik ta, kad dabar bet kuriam taške, pažymėtame ratuku, susidurs pirmos bangos viršūnė su antros bangos slėniu, jeigu prieš tai tame taške buvo pirmos bangos slėnys ir antros bangos viršūnė.

Kur dvi veikiančios tuo pačiu laiku bangos panaikina judėjimą, mes kalbame apie bangų interferenciją. Vadinasi, linijos, jungiančios taškus, pažymėtus ratukais, bus bangų interferencijos linijos. Reikia tačiau atsiminti, kad interferencija, kuri panaikina judėjimą, niekad negali panaikinti energijos. Energijos nuostolis išilgai interferencijos linijų reiškiasi kaip energijos pelnas išilgai maksimum atsilenkimo arba maksimum judėjimo linijų.

Bangų interferenciją galima demonstruoti didelei auditorijai, paėmus platesnį apskritą puodelį su gyvuoju sidabru. Viršuj puodelio gulsčioje padėtyje nustatomas ant štatyvo kamertonas, prie kurio vienos šakos prilipdytos dvi stiklo adatos arti viena nuo kitos. Sudavus kamertoną, kad jis imtų svyruoti, kamertonas priartinamas prie gyvojo sidabro puodelyje tiek, kad stiklo adatų galai paliestų gyvąjį sidabrą. Abidvi stiklo adatos, sujungtos su kamertono šaka, atlieka paprastus harmoningus tos pačios amplitudos ir tos pačios fazės švytavimus. Vadinasi, tokius pat švytavimus jie sudaro dvejuose gyvojo sidabro paviršiaus taškuose. Taigi iš tų taškų, kaip iš dviejų judėjimo centrų, skleidžiasi ant gyvojo sidabro paviršiaus koncentriniais ratais dvi bangų sistemos, taip kad ant gyvojo sidabro paviršiaus susidaro maksimum judėjimo bruožai ir pusiausviros, arba interferencijos, bruožai. Atmušę taip sujudinto gyvojo sidabro paviršių projekcijos aparatu ekrane gausime vaizdą, kurį rodo 44 piešinys. (Šitas piešinys yra reprodukcija iš momentalės fotografijos, D-ro J. H. Vincento nuimtos nuo sujudinto gyvojo sidabro paviršiaus.) Čia aiškiai matyti judėjimo centrai, atatinkantieji sujungtų su kamertono šaka stiklo adatų galams. Iš vidurio tarp tų dviejų taškų tęsiasi į visas puses šviesūs spinduliai — tai bus interferencijos arba pusiausviros padėties linijos, kur bangos slėnys sueina su bangos viršūne. Taigi šitos vietos veikia kaip tobuli veidrodžiai ir taisyklingai ir gerai atmuša šviesą, taip kad fotografijoj atatinką tiems spinduliams bruožai bus šviesūs, kiti gi bruožai, kurie atatinka maksimum judėjimo linijoms, išbarstys šviesą (atmuš ją netaisyklingai), ir todel atatinkančios tiems bruožams fotografijoj vietos bus tamsesnės.



44 pieš.

Grįždami prie 43 piešinio mes lengvai pastebėsime, kad jeigu dvi sistemos bangų, išeinančių iš taškų A ir B, pasieks ekraną FL, tai tos ekrano vietos, kurias palies maksimum judėjimo arba maksimum atsilenkimo linijos, pažymėtos kryželiais, bus intensyvaus judėjimo stovyje, ekrano gi vietos, paliestos linijomis, pažymėtomis ratukais, bus ramybės, arba pusiausviros, stovyje. Iš piešinio aišku, kad kampinis atokumas tarp dviejų kaimynių didžiausio atsilenkimo linijų, lygiai kaip ir tarp dviejų kaimynių interferencijos linijų, pareina nuo bangos ilgio. Tas kampinis atokumas bus juo didesnis, juo ilgesnės bangos, ir juo mažesnis — juo trumpesnės bangos. Taigi ir ant ekrano vietos maksimum judėjimo arba maksimum atsilenkimo bus arčiau viena nuo kitos veikiant trumpesnėms bangoms ir toliau viena nuo kitos veikiant ilgesnėms bangoms. Iš tikrųjų įsivaizduokime sau, kad iš taškų A ir B išeina bangos per pusę trumpesnės, kaip atvaizduota 43 piešiny. Kad pakeistume piešiny atatinkamai naujoms dusyk trumpesnėms bangoms, mums reikia tik pakeisti punktyrais nupieštus ratus (arba ratų dalis) tolydžiomis linijomis ir tarp tokių dviejų tolydžių linijų ištiesti ratų lankus punktyrais. Tad aišku, kad susikirtimo linijų skaičius dusyk padidės, visos linijos, pažymėtos 43 piešiny ratukais, taps linijomis, pažymėtomis kryželiais, o tarp tų linijų eis linijos per patį vidurį, pažymėtos ratukais. Taigi skaičius didžiausio judėjimo linijų ir interferencijos linijų dusyk padidės ir atatinkamai dusyk sumažės kampinis atokumas tarp dviejų kaimynių linijų.

Iš piešinio aišku, kad ant ekrano vidurio visuomet bus maksimum judėjimo arba maksimum atsilenkimo vieta, nes ta vieta bus visuomet paliesta maksimum atsilenkimo linija, pažymėta kryželiais. Išspręsime dabar klausimą, kokiuose atokumuose nuo ekrano vidurio į vieną ir į kitą pusę bus maksimum judėjimo ir pusiausviros vietos arba taškai.

Šitam klausimui išspręsti pasinaudosime 45 piešiniu. Čia taškai A ir B reiškia dviejų bangų tos pačios amplitudos ir tos pačios fazės centrus. Linija KH reiškia ekraną. Tegu atokumas tarp taškų A ir B bus d. Per vidurį tarp tų dviejų taškų O ištiesime liniją OH, statmeniškai ekranui ir linijai AB. Tegu atokumas nuo vidurio O iki ekrano taško H bus D. Sujungę taškus A ir B su tašku H linijomis, mes gausime lygiašonį trikampį AHB. Taigi aišku, kad bangos, išeinančios iš taškų A ir B, pasiekiant tašką H ekrane, atlieka tokio pat ilgio kelius. Taigi jeigu taškuose A ir B tos bangos yra toje pačioje judėjimo fazėje, tai ir tašką H jos pasiekia toje pačioje judėjimo fazėje. Vadinasi, čia mes turime dviejų bangų superpoziciją ir judėjimo sustiprinimą. Taigi vieta H ekrane bus sustiprinto judėjimo vieta.

45 pieš.

Pažymėsime dabar dvi bangas, kurios išeina iš taškų A ir B ir skleidžiasi spinduliais AK ir BK, pasiekdamos ekrano tašką K. Iš taško K spinduliu AK aprašysime lanką AR, kuris perkirs spindulį BK taške R. Jeigu kampas AKB labai mažas, tai statmuo AR, paleistas iš taško A į spindulį BK, labai mažai skirsis nuo lanko AR. Taigi aišku, kad pradedant nuo linijos AR abidvi bangos atlieka tą patį kelią iki taško K. Bet skaitant nuo taškų A ir B banga, kuri išeina iš taško B, pasivėluos pasiekdama tašką K bangos, išeinančios iš taško A, atžvilgiu, kitaip sakant, abidvi tos bangos pasiekę tašką K skirsis fazėje. Pažymėsime bangos ilgį raide $\lambda$ ir tegu $BR = n\lambda$, kur n reiškia bet kurį sveiką skaičių, pradedant nuo nulio. Sujungsime tašką O ir K linija OK. Atsimindami labai mažus kampus mes galime priimti, kad linija AR bus statmeniška linijai OK. Taigi kampai BAR ir KOH bus lygūs, nes bus sudaryti atatinkamai statmeniškų linijų. Vadinasi, stačiakampiai trikampiai ARB ir KHO bus panašūs. Iš jų panašumo išeina $\frac{KH}{OH} = \frac{BR}{AR} = \frac{BR}{AB}$, nes $AR = AB \cos BAR$. Kampas gi BAR, kaip mes priėmėme, yra labai mažas ir todel jo cosinus labai mažai skirsis nuo vieneto. Pažymėsime atokumą KH raide x. Tad mes turime: $\frac{x}{D} = \frac{n\lambda}{d}$. Iš čia $x = \frac{D}{d} \cdot n\lambda$ (1).

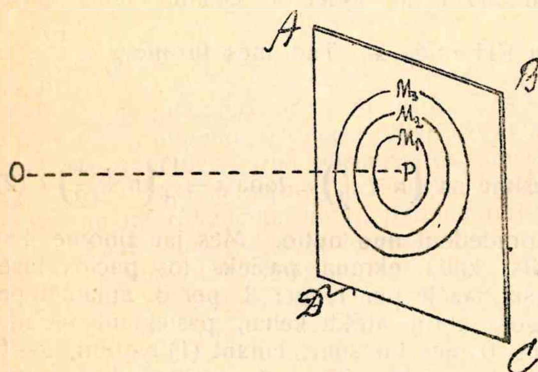
Jeigu gi mes atokumą B R sulyginsime su $\left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda$, tada $x = \frac{D}{d}\left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda$ (2).

Čia n irgi reiškia bet kurį sveiką skaičių, pradedant nuo nulio. Mes jau žinome, kad judėjimas sustiprintas bus visais tais atvejais, kada ekraną pasieks tos pačios fazės bangos arba tokios bangos, kurios skirsis fazėje per 1, per 2, per 3, aplamai per sveiką skaičių periodų, kitaip sakant bangos, kurių atlikti keliai, pasiekiant ekraną, skirsis per $\lambda$, $2\lambda$, $3\lambda \ldots n\lambda$. Taigi del $n = 0$ mes turėsime, einant (1) lygtimi, $x = 0$. Vadinasi, ekrano vidury arba, tiksliau sakant, ties pačiu viduriu tarp abiejų bangavimo centrų A ir B mes turėsime bangavimo sustiprinimą. Del $n = 1$ mes turėsime: $x = \frac{D}{d} \cdot \lambda$. Taigi nuo taško H ant ekrano atokume $\frac{D}{d} \cdot \lambda$ į vieną ir į kitą pusę mes turėsime irgi judėjimo sustiprinimą. Paėmus $n = 2$, $x = \frac{D}{d} \cdot 2\lambda$, vadinasi, atokume nuo taško H, kuris lygus $\frac{D}{d} \cdot 2\lambda$, iš abiejų pusių irgi bus judėjimo sustiprinimas ir t. t., nes visoms toms ekrano vietoms atatinka skirtumas $0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda \ldots$ kelių, kuriuos perbėga

bangos, išeinančios iš taškų A ir B, pasiekdamos ekraną. Taigi atokumas tarp dviejų gretimų sustiprinto judėjimo vietų bus visuomet $\frac{D}{d}(n+1)\lambda - \frac{D}{d}n\lambda = \frac{D}{d}\lambda$.

Antra vertus, mes žinome, kad bangavimas bus nuslopintas visais tais atvejais, kada ekrane susidurs tos pačios amplitudos, bet priešingų judėjimo fazių bangos, vadinasi, kada susidurs bangos, kurios skirsis pasiekus ekraną puse periodo, $^3/_2$ periodo, $^5/_2$ periodo ir t. t., arba, kitaip sakant, kada atlikti bangų keliai, pasiekiant ekraną, skirsis per $\frac{\lambda}{2}, \frac{3}{2}\lambda, \frac{5}{2}\lambda \ldots \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda$, kitaip, kada skirtumas kelių sudarys bet kurį nelygų skaičių pusbangių. Taigi paėmus (2) lygtyje $n = 0$, mes turėsime: $x = \frac{D}{d}\cdot\frac{\lambda}{2}$. Vadinasi, atokume $\frac{D}{d}\cdot\frac{\lambda}{2}$ nuo ekrano taško H į abi puses nuo to taško bus pirmos nuslopinto judėjimo vietos. Paėmus $n = 1$ gausime $x = \frac{D}{d}\cdot\frac{3}{2}\lambda$. Taigi antros nuslopinto judėjimo vietos ekrane bus iš abiejų pusių taško H atokume $\frac{D}{d}\cdot\frac{3}{2}\lambda$ ir t. t. Aplamai atokumas tarp dviejų artimiausių gretimų nuslopinto judėjimo vietų ekrane bus $\frac{D}{d}\left(n+1+\frac{1}{2}\right)\lambda - \frac{D}{d}\left(n+\frac{1}{2}\right)\lambda = \frac{D}{d}\lambda$, vadinasi, toks pat, kaip ir tarp dviejų gretimų sustiprinto judėjimo vietų. Iš čia visų pirma aišku, kad kaip interferencijos vietos, taip ir sustiprinto judėjimo vietos ekrane bus juo toliau viena nuo kitos, juo λ didesnis, ir juo arčiau, juo λ mažesnis.

Iš trikampio BRA išeina $BR = n\lambda = d \sin BAR$, arba, paėmus $n = 1$, $\lambda = d \sin BAR$. Taigi juo ilgesnė banga, juo didesnis turi būti atsilenkimo kampas, kad susidarytų ekrane sustiprinto judėjimo vieta, ir atvirkščiai. Vadinasi, juo ilgesnės bangos, juo platesni bus sustiprinto judėjimo bruožai, ir atvirkščiai, juo trumpesnės bangos, juo siauresni bus sustiprinto judėjimo bruožai. Aišku, kad tas pat reikia pasakyti ir apie interferencijos bruožus. Vadinasi, žinant atokumą tarp dviejų judėjimo centrų (d), atokumą vidurio linijos, jungiančios tuos centrus nuo ekrano (D) ir bangos ilgį λ, mes galime apskaityti, kokiuose atokumuose nuo ekrano vidurio bus sustiprinto judėjimo ir interferencijos vietos, arba bruožai, lygiai kaip ir tų bruožų platumą. Antra vertus, išmatavus atokumą nuo ekrano centro iki bet kurio bruožo (sustiprinto judėjimo ar interferencijos) ir paėmę to bruožo eilinį skaičių, žinodami atokumą tarp judėjimo centrų ir jungiančios tuos centrus linijos vidurio statmenišką atokumą nuo ekrano, mes galime apskaityti bangos ilgį λ.

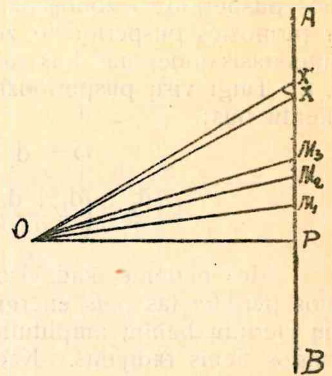


46 pieš.

Juo toliau bus nuo ekrano vidurio sustiprinto judėjimo vietos, juo silpnesnis bus patsai judėjimas, nes, kaip mes jau žinome, bangavimo amplituda yra atvirkščiai proporcinga atokumui nuo bangavimo centro.

Tegu linija PO skleidžiasi plokščios bangos (žiūr. 46 pieš.) kryptimi iš P į O. Taigi šitų bangų frontai bus statmeniški linijos OP atžvilgiu ir iš eilės pereis per plokštę ABCD, kuri pravesta statmeniškai linijai OP. Taigi bet kuriuo momentu da-

lelių atsilenkimai plokštėje ABCD bus lygūs didumo atžvilgiu ir vyks ta pačia prasme. Kitaip sakant, bet kuriuo momentu visos plokštės ABCD dalelės bus toje pat svyravimo fazėje. Taigi, jeigu mes turime darbo su paprasto harmoningo tipo bangomis, tai kiekviena plokštės ABCD dalelė atliks vieną paprastą harmoningą svyravimą per tokį laiką, per kurį bangos frontas nužengs pirmyn nuo plokštės ABCD vienos bangos ilgio atokumu. Bet kiekvienos dalelės svyravimas sudaro elementarę bangą, kuri skleidžiasi nuo dalelės, kaip iš judėjimo centro, į visas puses koncentrinėmis sferomis ir, vadinasi, iš eilės pasiekia visus mediumo taškus. Vadinasi, per tam tikrą laiką visos elementarės bangos, išeinančios iš įvairių plokštės ABCD dalelių, pasieks tašką O ir išjudins šitą tašką, taip kad to taško atstojamasai judėjimas bus visų tų elementarių bangų veikimo išdava. Kadangi visos bangos skleidžiasi tuo pačiu greitumu, tai aišku, kad elementarės bangos, išeinančios iš plokštės ABCD, pasieks tašką O įvairiose svyravimo fazėse, nes taško O atokumai nuo šitų dalelių nevienodi. Pažymėsime liniją OP raide b. Tai bus artimiausios plokštės ABCD dalelės P atokumas nuo taško O. Pažymėję bangos ilgį raide λ, aprašysime iš taško O, kaip iš centro, sferas iš eilės radijais $b+\frac{\lambda}{2}$, $b+\lambda$, $b+\frac{3}{2}\lambda$, $b+2\lambda$, $b+\frac{5}{2}\lambda\ldots$ Šitos sferos perkirs plokštę ABCD iš eilės ratais $M_1$, $M_2$, $M_3$ . . . Tegu elementarės bangos, išeinančios iš taško P ir iš taškų rate $M_1$ tuo pačiu laiku pasiekia tašką O. Kadangi taškai rate $M_1$ yra toliau nuo taško O per $\frac{\lambda}{2}$ kaip taškas P, tai elementarės bangos rate $M_1$ pasiekiant tašką O skirsis fazėje nuo elemantarių bangų, išeinančių iš taško P per pusę periodo, nes pasiekiant tašką O toms bangoms reiks atlikti kelias, ilgesnis per pusę bangos. Visos gi elementarės bangos, kurios išeina iš kitų taškų rato $M_1$ plokštėje, skirsis fazėje nuo bangų, išeinančių iš taško P mažiau kaip per pusę periodo. Todel tarpas, užimtas rato $M_1$, vadinasi p i r m o j o  p u s p e r i o d ž i o  z o n a.



47 pieš.

Bangos gi, išeinančios iš taškų rate $M_2$, pasiekdamos tašką O, turės irgi padaryti kelią per pusę bangos ilgesnį, kaip bangos, išeinančios iš taško rate $M_1$, ir per visą bangą ilgesnį kelią kaip bangos, išeinančios iš taško P. Taigi bangos, išeinančios iš taškų rate $M_2$ skirsis fazėje puse periodo ($\pi$) nuo bangų, išeinančių iš taškų rate $M_1$ ir visu periodu ($2\pi$) nuo bangų, išeinančių iš taško P. Todel tarpas tarp ratų $M_1$ ir $M_2$ vadinasi a n t r o j i  p u s p e r i o d ž i o  z o n a.

Aišku, kad tarpas tarp ratų $M_2$ ir $M_3$ bus t r e č i o j i  p u s p e r i o d ž i o  z o n a, tarp ratų $M_3$ ir $M_4$ k e t v i r t o j i  p u s p e r i o d ž i o  z o n a ir t. t.

Apskaitysime dabar, kokius plotus užima tos pusperiodžio zonos. Tegu linija AB bus plokštės ABCD pjūvis plokšte, pravesta per taškus O ir P. Tada tos linijos AB atkarpos $PM_1$, $PM_2$, $PM_3$ . . . bus ratų $M_1$, $M_2$, $M_3$ . . . spinduliai, ir linijos $OM_1$, $OM_2$, $OM_3$ . . . bus taškų $M_1$, $M_2$, $M_3$ atokumai nuo taško O ir iš eilės bus lygūs $b+\frac{\lambda}{2}$, $b+\lambda$, $b+{}^3/_2\lambda$ . . . (žiūr. 47 pieš.).

Pirmosios pusperiodžio zonos plotas bus $\pi(PM_1)^2$. Bet $(PM_1)^2 = (OM_1)^2 - (OP)^2 = \left(b+\frac{\lambda}{2}\right)^2 - b^2 = b\lambda + \frac{\lambda^2}{4}$. Jeigu bangos ilgis λ labai mažas palyginant su b, tada $\frac{\lambda^2}{4}$ kaipo dar mažesnis dydis galima atmesti. Tada $(PM_1)^2 = b\lambda$, ir pirmojo pusperiodžio zonos plotas bus $\pi b\lambda$.

Plotas, užimtas antrojo rato $M_2$, bus lygus $\pi (PM_2)^2$. Bet $(PM_2)^2 = (b+\lambda)^2 - b^2 = 2b\lambda + \lambda^2$. Atmetę vėl dydį $\lambda^2$, kaip labai mažą, mes turėsime: $(PM_2)^2 = 2b\lambda$ ir rato užimtam plotui $M_2$, $2\pi b\lambda$. Antrosios pusperiodžio zonos plotas, kuris užima tarpą tarp ratų $M_2$ ir $M_1$, bus lygus ratų $M_2$ ir $M_1$ plotų skirtumui, vadinasi, bus lygus $2\pi b\lambda - \pi b\lambda = \pi b\lambda$.

Samprotaujant tuo pačiu būdu nesunku įsitikinti, kad ir trečiosios pusperiodžio zonos plotas bus $\pi b\lambda$. Aplamai, kad įvairių pusperiodžio zonų plotai bus tie patys, ta tačiau sąlyga, kad bangos ilgis $\lambda$ mažas dydis sulyginant su atokumu taško O nuo plotmės ABCD.

Taško O atsilenkimas D bus iš atsilenkimų, kuriuos sudaro visos bangos, išeinančios iš įvairių taškų plokštės ABCD, tuo pačiu laiku pasiekdamos tašką O. Pažymėsime taško O atsilenkimą, sudarytą bangų, išeinančių iš pirmosios pusperiodžio zonos, raide $d_1$. Tų bangų fazių skirtumai, pasiekiant joms tašką O, svyruos tarp 0 ir $\pi$. Taigi vidutiniškai visų tų bangų fazės skirsis nuo fazės bangų, išeinančių iš taško P, per $\frac{\pi}{2}$.

Bangų fazės, išeinančios iš antrosios pusperiodžio zonos, svyruos tarp $\pi$ ir $2\pi$. Taigi atstojamojo judėjimo arba atstojamosios bangos fazė bus šituo atveju vidutiniškai $3\frac{\pi}{2}$ ir skirsis nuo fazės atstojamojo judėjimo, sudaryto bangų pirmosios pusperiodžio zonos, per $\pi$. Vadinasi, antrosios periodo zonos bangos suteikia taškui O atsilenkimą į priešingą pusę, negu pirmosios pusperiodžio zonos bangos. Taigi šitą atsilenkimą reikia paimt su ženklu —. Pažymėsime jį — $d_2$. Nesunku suvokti, kad trečiosios pusperiodžio zonos bangų suteiktas taškui O judėjimas bus tos pačios fazės kaip ir pirmosies pusperiodžio zonos suteiktas judėjimas, ketvirtosios pusperiodžio zonos suteiktasis judėjimas bus tos pačios fazės kaip antrosios, penktosios kaip pirmosios ir t. t. Taigi visų pusperiodžio zonų suteiktas taškui O atsilenkimas tam tikru laiko momentu bus:

$$D = d_1 - d_2 + d_3 - d_4 + d_5 - d_6 + d_7 + \ldots =$$

$$= \frac{d_1}{2} + \left(\frac{d_1 + d_3}{2} - d_2\right) + \left(\frac{d_3 + d_5}{2} - d_4\right) + \left(\frac{d_5 + d_7}{2} - d_6\right) + \ldots (1)$$

Mes matėme, kad visos pusperiodžio zonos turi tokį pat plotą. Vadinasi, per juos pereina tas pats energijos kiekis. Iš čia išeina, kad to paties radijaus elementarių sferinių bangų amplitudos bus lygios, o nevienodų radijų bus atvirkščiai proporcingos tiems radijams. Kadangi zonų atokumas nuo taško O auga pradedant nuo pirmos zonos ir pereinant iš eilės į antrą, trečią ir t. t., tai atsilenkimai $d_1$, $d_2$, $d_3$ ir t. t., suteikiami taškui O atskirų zonų, nuosaikiai mažės, taip kad $d_2$ bus truputį mažesnis kaip $d_1$ ir truputį didesnis kaip $d_3$, $d_4$ bus truputį mažesnis kaip $d_3$ ir truputį didesnis kaip $d_5$. Tokiomis sąlygomis mes galime laikyti, kad $d_2 = \frac{d_1 + d_3}{2}$,

$$d_4 = \frac{d_3 + d_5}{2},$$

$$d_6 = \frac{d_5 + d_7}{2},$$

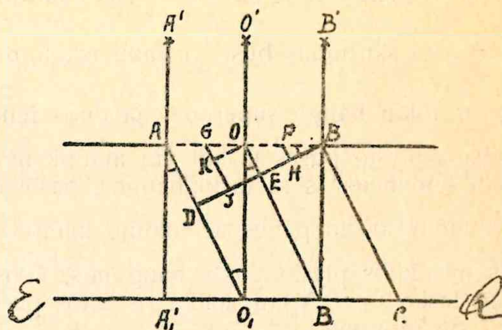
aplamai, mes galime laikyti, kad taško O atsilenkimas, suteiktas elementarių bangų bet kurios pusperiodžio zonos, yra lygus pusei sumos atsilenkimų, suteiktų elementarių prieš einančios ir sekančios zonų bangų. Imant tai galvon, (1) lygtis darosi lygtimi: $D = \frac{d_1}{2}$. Kitaip sakant: atstojamasai taško O atsilenkimas sudarytas elementarių bangų iš visų taškų plokštės ABCD (žiūr. 46 pieš.), kurios tuo pačiu laiku pasiekia tašką O,

yra lygus pusei atsilenkimo, kurį suteikia tam pačiam taškui elementarės pirmosios pusperiodžio zonos bangos. Iš to, kas anksčiau pasakyta, aišku, kad fazė šito atstojamojo judėjimo bus ta pati kaip ir atsilenkimo $d_1$ fazė, vadinasi, skirsis nuo bangų fazės, išeinančios iš taško P per $\frac{\pi}{2}$.

## 10 §. Bangų užlenkimas, arba difrakcija.

Išeidamas iš savo principo Huyghens'as, kaip jau mes matėme, įrodė, kad bangos skleidžiasi spinduliais arba tiesiomis linijomis (žiūr. 32 pieš.). Vadinasi, jeigu bangos, išeinančios iš centro O, pereina per tarpą sienoje arba ekrane, tai tos sienos arba ekrano užpakaly bangavimas vyksta aprėžtame plote, būtent, aprėžtame linijomis OE ir OA, pravestomis iš bangavimų centro O į tarpo krantus ea. Jeigu bangų ilgiai maži, palyginant su tarpo didumu, tai iš tikrųjų užpakaly ekrano už linijų eE ir aA judėjimo nėra. Bet jeigu bangų ilgiai nebepermaži palyginant su tarpo didumu, tai bangavimas perėjus tarpą išsiskleidžia ir už linijų eE ir aA. Vadinasi, ir vietose tarp tų linijų ir ekrano mes turėsime judėjimą, turėsime bangų spindulius, kurie bus atlenkti spindulių, išeinančių iš centro O atžvilgiu. Tokiais atvejais mes kalbame apie bangų arba spindulių užlenkimą (užlenkimą už kampų arba krantų), arba difrakciją. Šitas reiškinys yra labai charakteringas bangavimui, ir jis yra pilnai suprantamas, išeinant iš to paties Huyghens'o principo.

Įsivaizduokime sau tarpą AB, kurį pasiekia plokščios bangos frontas, vadinasi, per kurį eina lygiagrečiai spinduliai $AA_1$, $OO_1$, $BB_1$ (žiūr. 48 pieš.). Tegu tarpas AB bus mažas, vadinasi, savo didumu jau neperdaug skiriasi nuo bangų ilgio. Einant Huyghens'o principu, pasiekus bangos frontui tarpą AB, kiekvienas to tarpo taškas, arba kiekviena to tarpo dalelė, darosi elementarinių bangų centru, kurios skleidžiasi į visas puses koncentrinėmis sferomis. Bet kuriuo laiko momentu visų tų elementarių bangų frontai galima pakeisti atstojamuoju frontu, kuris bus klojamoji visiems elementarių bangų paviršiams plokštė. Tegu per tam tikrą laiką bangos, išeinančios iš tarpo AB dalelių, pasieks ekraną EQ. Bangos, kurios skleidžiasi statmeniškai tarpo ir ekrano plokštėms, pasieks ekraną toje pat judėjimo fazėje, nes kada bangų frontas pasiekia tarpą AB, visos to tarpo dalelės esti toje pat judėjimo fazėje, ir skleidžiantis judėjimui statmeniškai linijoms AB ir EQ, elementarės bangos iš įvairių dalelių tarpo AB, pasiekiant ekraną EQ, turi atlikti tokio pat ilgio kelius. Vadinasi, jeigu lęšiu suvestume visas tas bangas į vieną tašką ekrane, tai tame taške bus judėjimo sustiprinimas, nes pereinant per lęšį bangų fazės nepasikeis. Taigi tuo atveju ekrano vidury ties tarpu AB bus sustiprinto judėjimo vieta.



48 pieš.

Bet Huyghens'o principu iš tarpo dalelių A, O, B bangos skleidžiasi į visas puses, vadinasi, įvairiomis kryptimis. Taigi ir lygiagretėmis linijomis $AO_1$, $OB_1$, BC. Pažymėsime kampą, kurį sudaro šita kryptis su statmeniška kryptimi, raide $\alpha$. Ištiesę iš taško B liniją BD statmeniškai linijai $AO_1$, linija BD bus užlenkančių bangų frontas. Aišku, kad kampas DBA, kurį sudaro frontas DB su frontu AB, bus irgi $\alpha$. Taigi šitas kampas vadinasi užlenkimo kampu. Iš piešinio aišku, kad užlenktoms bangoms, išeinančioms iš taško B, pasiekiant ekraną, teks atlikti kelias BC, kuris yra ilgesnis per AD, kaip kelias $DO_1$, kurį atliks bangos, išeinančios iš taško A, pasiekiant ekraną, skaitant tų bangų judėjimą nuo taško D fronto DB. Tegu $AD = \lambda$ (bangos ilgiui). Tad bangų

iš A ir B atliktas kelias, pasiekiant ekraną, skirsis per $\lambda$, vadinasi, tų bangų fazių skirtumas bus lygus vienam periodui ($2\pi$). Jeigu gi mes paimsime bangas iš taškų O ir B, tai kelias, atliktas bangų iš B, pasiekiant ekraną bus ilgesnis kaip kelias, atliktas bangų, išeinančių iš taško O per $\frac{\lambda}{2}$ skaitant nuo fronto DB. Vadinasi, tos dvi bangos, pasiekę ekraną, skirsis fazėje per pusę periodo ($\pi$), nes iš trikampio ADB išeina $\frac{AD}{OE}=\frac{AB}{OB}=\frac{2}{1}$, kitaip sakant, skirtumas kelio OE yra lygus pusei AD, arba $\frac{\lambda}{2}$. Taigi toje ekrano vietoje, kur tos bangos bus suvestos, sakysime lęšiu, mes turėsime interferenciją, arba judėjimo panaikinimą.

Bet nesunku matyti, kad kiekvienam dešinės tarpo AB pusės OB taškui galima surasti atatinkamas kairiosios tarpo arbo plyšio pusės AO taškas, taip kad iš tų dviejų taškų išeinančios bangos skirsis fazėje per $\pi$, kaip ir bangos, išeinančios iš taškų B ir O. Tokie taškai bus, pavyzdžiui, F ir G, arba O ir A. Ištiesę linijas FH ir GJ statmeniškai frontui DB ir liniją OK lygiagrečiai tam frontui, mes turėsime:

$$GJ - FH = GJ - GK = OE = \frac{\lambda}{2},$$

nes trikampiai FHB ir GKO yra lygūs ir, vadinasi, FH = GK. Taigi visos dešiniosios plyšio pusės OB bangos interferuos su visomis kairiosios plyšio AO pusės bangomis, jeigu tų bangų spindulių kampai sudaryti su linija, pravesta statmeniškai į plyšio liniją AB, bus tie patys. Vadinasi, tam tikram atokume nuo ekrano vidurio $O_1$ mes turėsime judėjimo išnykimą, kitaip sakant, pusiausviros padėtį. Aišku, kad ir iš kitos pusės taško $O_1$ tam pačiam atokume susidarys tokia pat padėtis.

Bet jeigu bangų kelio iš B ir A skirtumas bus lygus $\frac{\lambda}{2}\left(AD=\frac{\lambda}{2}\right)$, tai bangų kelio iš B ir O skirtumas bus $\frac{\lambda}{4}$, vadinasi, tų bangų fazių skirtumas pasiekus joms ekraną bus $\frac{\pi}{2}$ ir tokių bangų superpozicija duos judėjimo sustiprinimą. Kadangi kiekvienam dešiniosios plyšio pusės taškui yra atatinkamas kairiosios plyšio pusės taškas ta prasme, kad išeinančios iš tų taškų bangos, pasiekdamos ekraną, daro kelius, kurie skiriasi per $\frac{\lambda}{4}$, tad visos to paties užlenkimo kampo vienos pusės bangos, suvestos į ekraną su visomis kitos plyšio pusės bangomis, duos judėjimo sustiprinimą tam tikram atokume nuo taško $O_1$. Aišku, kad ir iš kitos pusės $O_1$ tam pačiam atokume turėsime tokį pat sustiprinimą.

Iš trikampio ADB išeina $AD = \lambda = AB \sin \alpha$. Tegu plyšio platumas AB bus d ir statmeniškasai atokumas tarp plyšio ir ekrano bus D. Pažymėsime dar atokumą, kuriame judėjimas ekrane išnyksta, raide x, skaitant nuo taško $O_1$. Tada iš trikampių $B_1\ O_1\ O$ ir A D B panašumo išeina $\frac{x}{D}=\frac{\lambda}{DB}$. Bet $DB = d \cos \alpha$. Taigi $= x\frac{D}{d}\cdot\frac{\lambda}{\cos \alpha}$. Jeigu kampas $\alpha$ labai mažas, tai $x = \frac{D}{d}\lambda$. Vadinasi, juo ilgesnės bus bangos juo toliau nuo ekrano vidurio bus pirmasai judėjimo išnykimas, juo trumpesnės bangos — juo arčiau nuo ekrano vidurio iš abiejų pusių turėsime judėjimo išnykimą. Tas pat reikia pasakyti ir apie judėjimo sustiprinimo vietas, nes tada tik vieton $\lambda = 2\frac{\lambda}{2}$ reiks paimti $\frac{\lambda}{2}$ (nes tuo atveju AD $\frac{\lambda}{2}$).

Iš $AD = \lambda = AB \sin \alpha = d \sin \alpha$ išeina $\sin \alpha = \frac{\lambda}{d}$. Vadinasi, kampas $\alpha$, kuris reikalingas tam, kad susidarytų judėjimo panaikinimas, bus juo didesnis, juo ilgesnės bangos, ir juo mažesnės, juo trumpesnės bangos.

Taigi einant bangoms per plyšį į ekraną mes gausime eilę sustiprinto ir nuslopinto judėjimo vietų, arba bruožų, taip kad tarp dviejų judėjimo bruožų visuomet bus sustiprinto judėjimo bruožas. Jeigu ekrano viduryje ties plyšiu turėsime sustiprinto judėjimo vietą, tai iš abiejų pusių tos vietos bus nuslopinto judėjimo vietos, paskui eis vėl sustiprinto judėjimo vietos, vėl nuslopinto judėjimo vietos ir t. t. Bet kadangi judėjimo amplituda pareina nuo atokumo ir yra atvirkščiai proporcinga atokumui, tai juo toliau nuo ekrano vidurio ir, vadinasi, juo toliau nuo plyšio, juo silpnesnis bus judėjimas sustiprinto judėjimo vietose ir pagaliau pasidarys toks silpnas, kad jis nebegalima bus konstatuoti. Iš to, kas anksčiau pasakyta, aišku, kad sustiprinto judėjimo vietos bus ekrane ten, kur bangų atlikti keliai pasiekiant ekraną skirsis per $\frac{\lambda}{2}, \frac{3}{2}\lambda, \frac{5}{2}\lambda \ldots \left(n+\frac{1}{2}\right)\lambda$, aplamai skirsis nelygiu pusbangių skaičiumi. Tad $x=\frac{D}{d}\left(n+\frac{1}{2}\right)\lambda$, jeigu kampas $\alpha$ bus mažas. Čia n reiškia bet kurį sveiką skaičių. Iš čia išeina, kad atokumas tarp dviejų gretimų sustiprinto judėjimo vietų bus $\frac{D}{d}\lambda$.

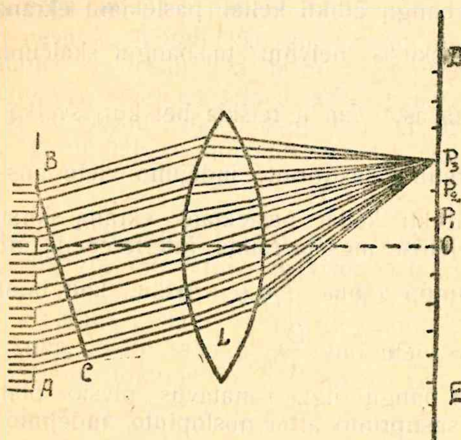
Kada kraštutinių bangų iš A ir B atlikti keliai pasiekiant ekraną skirsis per $\lambda$, $2\lambda$, $3\lambda \ldots n\lambda$, tada atatinkamose ekrano vietose mes turėsime interferenciją arba judėjimo panaikinimą. Tada x del mažo kampo $\alpha$ bus $\frac{D}{d}n\lambda$. Aišku, kad ir atokumas tarp dviejų artimiausių judėjimo išnykimo vietų bus $\frac{D}{d}\lambda$.

Šitie santykiai duoda mums nustatyti bangų ilgį, išmatavus plyšio platumą d, plyšio atokumą nuo ekrano D, bet kurio sustiprinto arba nuslopinto judėjimo bruožo atokumą nuo ekrano vidurio (atokumą x ), paėmus del n eilinį bruožų skaičių.

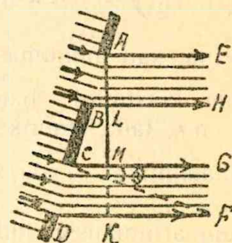
Prie tų pačių išvadų mes galime prieiti remdamies išdėstytu Huyghens'o pusbangių arba pusperiodžių zonų principu. Padėkime, pavyzdžiui, kad frontą AB sudaro šešios pusbangės, vadinasi, kiekviena plyšio pusė susideda iš trijų pusbangių. Taigi atstojamojo judėjimo atsilenkimas, pasiekus bangoms ekrano vidurį (vadinasi, mes čia kalbame apie tokias bangas, kurių spinduliai eina statmeniškai ekranui ir plyšiui), sudarytos vienos plyšio pusės pusbangių, bus, kaip mes jau žinome, $\frac{d_1}{2}$. Bet toksai pat bus atsilenkimas, sudarytas kitos plyšio pusės pusbangių. Taigi atstojamasai atsilenkimas bus $d_1$. Vadinasi, mes ekrano vidury ties plyšiu turėsime sustiprinto judėjimo vietą, bet žengiant ekrane, sakysime, į dešinę pusę nuo ekrano vidurio $O_1$ mes pasieksime ekrane tokią vietą, kurios nebepasieks trečioji dešiniosios plyšio pusės pusbangė (pirmoji pusbangės zona užima plyšio vidurį), nes plyšio B krantas kalbamosios ekrano vietos atžvilgiu užstos judėjimą iš šitos pusbangės. Bet tuo pačiu laiku šita ekrano vieta bus pasiekta ketvirtos kairiosios plyšio pusės pusbangės judėjimu, kuri pusbangė yra už plyšio kranto A. Vadinasi, šitoji ekrano vietoje mes visų pirma turėsime atstojamąjį judėjimą nuo pirmųjų dviejų dešiniosios plyšio pusės pusbangių. Mes žinome, kad atstojamasai atsilenkimas šituo atveju bus $d_1 - d_2$.

Toje pačioje ekrano vietoje mes turėsime atstojamąjį pirmųjų keturių kairiosios plyšio pusės pusbangių judėjimą, kuris, kaip mes jau žinome, bus lygus $d_1 - d_2 + d_3 - d_4 = \frac{d_1}{2} + \left(\frac{d_1+d_3}{2} - d_2\right) + \frac{d_3}{2} - d_4 = \frac{d_1+d_3}{2} - d_4$. Vadinasi, visas atstojamasai judėjimas bus lygus $d_1 - d_2 + \frac{d_1+d_3}{2} - d_4 = d_1 - d_4$. Atsilenkimas $d_1 - d_4 < d_1$. Vadinasi, šitoje ekrano vietoje mes turėsime nuslopintą judėjimą arba minimum judėjimo. Žengiant toliau į dešinę pusę nuo ekrano vidurio mes pasieksime tokią ekrano vietą, kurios nebepasieks judėjimas nuo trečiosios ir antrosios pusbangių iš dešinės plyšio pusės. Vadinasi, iš tos plyšio pusės pasieks ekraną judėjimas tik iš pirmosios pusbangės. Bet tuo pačiu laiku tą ekrano vietą pasieks judėjimas iš pirmųjų penkių kairio-

šios plyšio pusės pusbangių. Apskaitant atstojamąjį judėjimą kaip viršuj nurodyta mes gausime atsilenkimą, didesnį kaip $d_1 - d_4$; vadinasi, pasieksime vėl sustiprintą judėjimo vietą, nors ir silpnesnio kaip ekrano vidury. Kas čia pasakyta apie dešiniąją ekrano pusę turi galios ir kairiajai ekrano pusei. Taigi iš Huyghens'o pusbangių zonų arba pusbangių elementų principo mes prieiname prie būtinos išvados, kad einant bangoms per plyšį, jeigu tas plyšis neperdidelis palyginant su bangų ilgiu, pasiekus bangoms ekraną, ekrano vidury turėsime sustiprintą judėjimą, iš abiejų pusių nuslopintą judėjimą, paskui vėl sustiprintą ir t. t. Vadinasi, turėsime reiškinį, kuris žinomas fizikoje kaipo difrakcija.




49 pieš.




50 pieš.

Įsivaizduokime dabar sau, kad bangos pasiekia sieną su visa eile tarpų (palisadą ar gardą, žiūr. 49 ir 50 piešinius). Pažymėsime tarpo platumą raide a ir skiriančios du gretimus tarpus pertvaros platumą raide b, ir pavadinsime a+b palisado ar gardo elementu. Gretimųjų tarpų taškai, kurie yra atokume a+b vienas nuo kito, vadinasi atatinkamieji taškai, arba koresponduojantieji taškai. Tegu tokį gardą pasiekia plokščia banga. Tad kiekvieno tarpo kiekvienas taškas Huyghens'o principu darosi bangavimo centru, iš kurio į visas puses koncentrinėmis sferomis skleidžiasi elementarės bangos, kitaip sakant, skleidžiasi spinduliai, sudarydami įvairius kampus su statmeniu į gardo liniją AB. Kad išaiškintume sau, koksai bus visų tų bangų efektas, pasiekus ekraną ED (žiur. 49 pieš.), fiksuosime pluoštą lygiagrečių spindulių, išeinančių iš gardo tarpų ir sudarančių kampą $\alpha$ su stameniu linijai AB. Visus tuos spindulius lęšiu L galima suvesti į ekraną, sakysime, taške $P_3$. Taigi šitame taške mes turėsime atstojamąjį judėjimą visų elementarių bangų, išeinančių iš gardo to paties užlenkimo kampo tarpų. Ar šitoje ekrano vietoje bus sustiprintas judėjimas, ar nuslopintas judėjimas, pareis nuo to, kaip skirsis fazėje įvairios bangos, pasiekusios ekraną, turint galvoj, kad lęšis L jokio fazės skirtumo judėjime nesudarys. Iš taško B ištiesime liniją BC statmeniškai spindulių kryрčiai. Linija BC atvaizduos mums frontą bangų, kurios skleidžiasi lygiagrečiais kampo $\alpha$ spinduliais. Skaitant nuo šito fronto iki ekrano jokio skirtumo judėjimo fazėje neįvyks. Bet prieš pasiekiant frontą BC įvairūs spinduliai turės atlikti įvairius kelius. Kadangi gardo plokštėje visų tarpų dalelės yra toje pat judėjimo fazėje, tai aišku, kad skirtumai judėjimo fazėje tarp įvairių spindulių susidarys einant tiems spinduliams nuo gardo plokštės BA ligi fronto BC.

Pažiūrėsime į du gretimus gardo tarpus AB ir CD (žiūr. 50 pieš.). Iš tų tarpų išeina spinduliai, kurie sudaro įvairius kampus su linija CF, statmeniška gardo plokščiai. Užsiimsime visų pirma tokiais spinduliais, kurie sudaro su linija CF kampą $\alpha$. Spindulys AE prasideda taške A, spindulys CG prasideda taške C. Kadangi atokumas tarp tų taškų yra lygus a+b, tai A ir C bus atatinkamieji gardo taškai. Pravedus iš

taško A liniją AMK, statmeniškai spinduliams, aišku, kad plokštė, einanti per šitą liniją, bus bangų frontas ir, vadinasi, visos tos plokštės dalelės bus toje pat judėjimo fazėje. Taigi skaitant nuo šitos plokštės jokio skirtumo judėjimo fazėje pasiekiant ekraną nebesusidarys. Visas skirtumas judėjimo fazėje susidarys prieš pasiekiant frontą AMK. Taip spindulys AE prasideda taške A fronte AMK, o spindulys CG prieš pasiekiant šitą frontą turi atlikti kelią CM. Jeigu linija CM bus lygi sveikam skaičiui bangų, tai skirtumas fazėje tarp tų dviejų spindulių pasiekus ekraną bus $2\pi$, $4\pi$, $6\pi$... $n2\pi$, ir tuo atveju tie du spinduliai, suvesti į ekraną lęšiu, duos judėjimo sustiprinimą Jeigu gi linija CM bus lygi pusei bangos arba nelygiam skaičiui pusbangių, tai spinduliai AE ir CG pasiekę ekraną skirsis fazėje per $\pi$ ir duos judėjimo išnykimą,

Paimsime dar du kitus spindulius, išeinančius iš atatinkančių gardo taškų, pavyzdžiui, spindulius BH ir DF (atokumas tarp taškų B ir D irgi yra lygus $a+b$). Prieš pasiekiant fronta AMK spindulys BH padarys kelią BL, spindulys DF kelią DK. Kelių skirtumas, kaip matyti iš 50 piešinio, bus lygus $DK - BL = CM$. Vadinasi, apie atstojamąjį judėjimą ekrane, kaip tų dviejų spindulių veikimo išdavą, tenka pasakyti tas pat, kas pasakyta apie atstojamąjį spindulių AE ir CG judėjimą. Bet kiekvienam tarpo AB taškui yra atatinkamas tarpo CD taškas. Taigi visi spinduliai kampo $\alpha$, kurie išeina iš tarpų AB ir CD, suvesti lęšiu į ekraną, duos judėjimo sustiprinimą, kada $CM = n\lambda$, ir judėjimo panaikinimą, kada $CM = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda$, jeigu n bus bet kuris sveikas skaičius.

Kadangi visi gardo tarpai yra vienodos formos ir didumo, tai visi tie tarpai sudaro poras, visais atžvilgiais panašias į porą tarpų AB ir CD. Vadinasi, visi kampo $\alpha$ spinduliai, kurie išeina iš visų tarpų gardo, suvesti lęšiu į ekraną taške $P_3$ (žiūr. 49 pieš.), duos arba judėjimo sustiprinimą arba išnykimą.

Iš 50 piešinio išeina $CM = (a+b) \sin \alpha$. Taigi atsimindami visa tai, kas anksčiau pasakyta, mes turėsime ekrano taške $P_3$ (49 pieš.) judėjimo sustiprėjimą kada $(a+b) \sin \alpha = n\lambda$, ir judėjimo išnykimą, kada $(a+b) \sin \alpha = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda$.

Kada kampas $\alpha = 0$, tada skirtumas fazėje bus irgi lygus 0. Vadinasi, visi spinduliai, kurie eina statmeniškai gardo plokščiai, suvesti lęšiu į ekrano tašką 0, duos judėjimo sustiprėjimą. Eidami ekrane iš taško 0 augštyn mes visų pirma pasieksime tokį tašką, kuriam veiks $n = 0$, vadinasi, pasieksime tokį tašką, kuriame bus suvesti spinduliai tokio kampo $\alpha$, kuris patenkina lygtį $(a + b) \sin \alpha = \frac{1}{2}\lambda$. Vadinasi, šitam taške mes turėsime judėjimo išnykimą. Žengdami ekrane toliau, augštyn, pasieksime tašką $P_1$, kuriam veikia $n = 1$, arba $(a+b) \sin \alpha = \lambda$. Taigi šitame taške bus judėjimo sustiprėjimas. Toliau pasieksime tašką, kuriam veikia lygtis $(a+b) \sin \alpha = {}^3/_2\, \lambda$. Taigi tame taške judėjimas išnyks. Paskui pasieksime tašką $P_2$, kuriam veikia lygtis $(a+b) \sin \alpha = 2\lambda$. Šitame taške judėjimas sustiprės ir t. t. Kas čia pasakyta apie viršutinę ekrano pusę, reikia atkartoti ir apie apatinę ekrano pusę. Vadinasi, išeinantieji iš gardo tarpų įvairių kampų $\alpha$ spinduliai suvesti į ekraną lęšiu duos ekrano vidury sustiprinto judėjimo vietą (kampo $\alpha = 0$ spinduliai), iš abiejų pusių bus išnykusio judėjimo vietos, toliau iš abiejų pusių bus vėl sustiprinto judėjimo vietos ir t. t. Vienu žodžiu, ekrano plokštėje mes turėsime eilę sustiprinto judėjimo vietų, perskirtų interferencijos vietomis. Kaip sustiprinto judėjimo vietos, taip ir interferencijos vietos žymimos iš eilės skaičiais 1, 2, 3 . . . n, ir vadinasi I rūšies, II rūšies, III rūšies ir t. t. interferencijos vietomis.

Mes susidursime su interferencijos ir difrakcijos fenomenais kitame fizikos skyriuje, būtent, „Garso moksle“. Bet ypatingai didelės reikšmės šitie fenomenai turi optikos srityje. Tada mes gausime progos dar labiau įsigilinti į šitų fenomenų esmę.

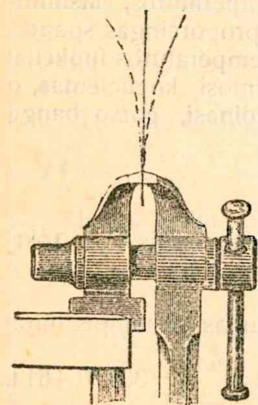
## V SKYRIUS.

# Garsas.

**1 §. Garso įspūdžių išorinės priežastys. Garso bangos. Garso charakteristika: garsingumas, tonas ir garso kokybė. Ūžimas ir trukšmas. Garso greitumas. Garso atspindis (aidas) ir garso refrakcija.**

Įdėsime į spaustuvus ir kietai suspausime vieną plieno plokštelės galą (žiūr. 1 pieš.). Atlenkus kitą tos plokštelės galą į šalį ir paleidus, ji ims švytuoti paprasto harmoningo švytavimo dėsniais. Jeigu išsikišęs iš spaustuvų elastingos plokštelės galas pakankamai ilgas, mes pastebėsime tuos švytavimus savo akimis. Bet darant išsikišusį iš spaustuvų plokštelės galą vis trumpesniu ir trumpesniu, plokštelės švytavimai darysis vis greitesni ir greitesni, ir pagaliau mes išgirsime toną, plokštelė ims skambėti. Juo trumpesnis bus švytuojantis plokštelės galas, juo augštesnis bus mūsų girdimas tonas.

Taip pat atlenkus įtemptą stygą iš jos pusiausviros padėties ir paleidus arba pabraukus ją stryku, ji ims svyruoti ir kartu skambėti. Taigi čia garso fizinė priežastis yra paprastas harmoningas fizinių kūnų švytavimas. Bet ir visais atvejais garso priežastis bus ta ar kita fizinių kūnų vibracija arba, aplamai, jų periodiški judėjimai. Mūsų girdėjimo organą ausį, tarpininkaujant orui arba kitam kuriam fiziniam mediumui, veikia šitie periodiški judėjimai, per vidurinės ausies labirinto nervus jie suteikiami smegenų centrams ir sudaro ten nežinomu mums būdu garso įspūdį. Kad tarp mechaniško veiksnio ir ausies turi tarpininkauti oras, kad galėtų susidaryti garso įspūdis, aišku iš to fakto, kad mes negirdėsime elektros skambučio, jeigu jis skambės padėtas po oro siurblio recipientu, evakuavus iš to recipiento orą. Antrą vertus, kad ne tik oras, bet skysti ir kieti kūnai gali tarpininkauti perduodant ausiai mechaniško veiksnio veikimą, išeina iš to visiems žinomo fakto, kad mes galime aiškiai girdėti pasinėrę vandeny, arba girdėti laikrodėlio mušimus, padėto ant vieno stalo galo, pridėję ausį prie kito stalo galo. Taigi tas fenomenas, kurį mes vadiname garsu, susideda iš fizinių ir psichinių elementų, būtent: iš mechaniškų periodinių to ar kito fizinio kūno judėjimų, iš suteikimo tų judėjimų per orą, vandenį, medį, aplamai per bet kurį fizinį kūną ausies elastingai plėkšnelei („tympanum"), kurios judėjimai pagaliau per vidujinę ir vidurinę ausį suteikiami nervams ir smegenų centrams. Fizikos uždavinys ištirti tik mechaniškas garso priežastis, kitaip sakant, konstatuoti, kuriomis sąlygomis susidaro tie mechaniški judėjimai, kurie sudaro garso įspūdį, kuriuo būdu tie judėjimai perduodami toliau ir koks ryšys tarp garso įspūdžių įvairenybės ir tų mechaniškų judėjimų variacijų.


1 pieš.

Iš to fakto, kad garsas ne akimirksniu pasiekia ausį, bet turi tam tikrą greitumą, paskui iš žinomo mums garso atspindžio, refrakcijos ir interferencijos reiškinių, mes darome pakankamai pamatuotą išvadą, kad garsas skleidžiasi bangomis, nes bangavimas kaip tik charakterizuojasi visais nurodytais čia požymiais.

Priminsime čia, kaip susidaro bangos ore (žiūr. IV skyriaus 4 §). Elastinga plokštelė, atsilenkdama iš savo normalės padėties, sakysime, į dešinę pusę (1 pieš.), staiga suspaudžia artimiausią oro sluogsnį ir užvaro, taip sakant, šitą oro sluogsnį ant kito oro sluogsnio. Tasai oro sluogsnis irgi susispaudžia ir suspaudžia dar tolimesnį sluogsnį ir t. t. Taigi sudarytas atsilenkusios plokštelės oro suspaudimas, arba kompresija, skleidžiasi ore tam tikru greitumu. Pasiekus maksimum atsilenkimą į dešinę pusę plokštelė grįžta atgal į savo pusiausviros padėtį. Artimiausias oro sluogsnis seka ja ir plečiasi: tarytum plokštelė dabar tempia šitą artimiausią sluogsnį. Tasai artimiausis sluogsnis tempia antrą, antras trečią ir t. t. ir, vadinasi, dabar grįžtant plokštelei į normalę padėtį toksai oro išsiplėtimas arba dilatacija skleidžiasi ore. Šitie oro suspaudimai ir tempimai, kurie periodiškai seka vienas kitą, ir sudaro bangą ore, taip kad kiekviena banga susideda iš kompresijos ir dilatacijos sluogsnių. Oro staigūs adiabatiniai suspaudimai ir išsiplėtimai vyksta ta pačia linija, kuria skleidžiasi banga. Taigi mes čia turime išilgines bangas. Tokios pat išilginės bangos susidarytų ir bet kuriame skystyje, jeigu elastinga plokštelė švytuotų tame skystyje.

Iš prityrimo mes žinome, kad garsas pasiekia mūsų ausį kiek vėliau kaip išorinis veiksnis, kuris yra to garso priežastis, mūsų akį. Iššovus iš šautuvo arba patrankos mes iš pradžios pastebime ugnies žybtelėjimą ir tik paskui girdime šūvį. Taip pat mes iš pradžios matome žaibą ir tik vėliau mūsų ausį pasiekia griaustinis. Taigi garsas reikalingas tam tikro laiko, kad pasiektų mūsų ausį iš mažesnės arba didesnės tolumos. Kadangi garsas skleidžiasi bangomis — dujose ir skysčiuose išilginėmis bangomis — tai jis skleidžiasi tokiu pat greitumu, kaip ir tos bangos. Vadinasi, garso greitumui apskaityti veikia Newton'o — Laplace formula, su kuria mes jau pasipažinome bangų mokslo skyriuje § 6, būtent: $V=\sqrt{k\frac{P}{d}}$, kur k reiškia santykį tarp dujų arba skysčių dviejų lyginamųjų šilimų nuolatinio spaudimo ir nuolatinio tūrio, P reiškia spaudimą ir d tankumą. Einant šita formula išilginės bangos skleidžiasi ore greitumu 331,7 metrų per sekundą esant $0^0$ temperatūrai, jeigu oras sausas.

Kad surastume, kaip pareina garso bangų greitumas nuo temperatūros, atsiminsime, kad, einant Boyle-Mariott'o dėsniu, dujų tankumas yra tiesiai proporcingas spaudimui ir kad spaudimas, einant Gay-Lussac'o dėsniu, yra binominė temperatūros funkcija. Taigi spaudimas $P = cd\,(1+\alpha t)$. Čia $\alpha = 0{,}00367$ — dujų skėtimosi koeficientas, o c yra proporcingumo konstanta tarp spaudimo ir tankumo. Vadinasi, garso bangų greitumas $V=\sqrt{k\frac{P}{d}}=\sqrt{k\frac{cd\,(1+\alpha t)}{d}}=\sqrt{kc\,(1+\alpha t)}$.

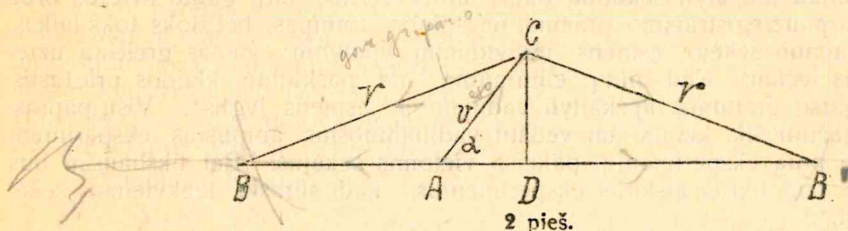
Paskutinė lygtis veikia temperatūrai t. Temperatūrai gi 0 veikia lygtis $V_0=\sqrt{kc}$.

Iš šitų abiejų lygčių išeina $V=V_0\sqrt{1+\alpha t}$.

Tai ir bus lygtis, kuri rodo, kaip mainosi garso bangų greitumas su temperatūra. Kada ta temperatūra nedidelė, tada mūsų lygtis atrodo taip: $V=V_0\left(1+\frac{\alpha t}{2}\right)=33170+61\,t$, išreiškiant greitumą centimetrais ir turint galvoje, kad šita lygtis veikia tik sausam orui. Drėgname ore garso bangų greitumas, aplamai, bus didesnis, nes, kaip jau mes žinome, drėgnas oras yra lengvesnis kaip sausas oras. Pažymėsime sauso oro tankumą $d_0$ ir atatinkamą bangų greitumą raide $V_0$, drėgno oro tankumą raide d ir atatinkamų bangų greitumą raide V. Tada mes turėsime $V=\sqrt{k\frac{P}{d}}$ ir $V_0=\sqrt{k\frac{P}{d_0}}$. Vadinasi, $\frac{V}{V_0}=\sqrt{\frac{d_0}{d}}$.

Pastangos tiesioginiu eksperimentu garso greitumui surasti daromos buvo nuo seniausių laikų. Visi panašūs eksperimentai remiasi tuo žinomu faktu, kad šviesos signalas daug greičiau pasiekia mūsų akį, kaip garsas iš tos pačios vietos mūsų ausį.

Mes šiandien žinome, kad šviesa skleidžiasi ore 1.000.000 sykių greičiau, kaip garsas. Todel paprasčiausias būdas surasti garso greitumą, tai vadinamuojų stop - laikrodžiu užregistruoti ugnies žybtelėjimą, iššovus patrankai, ir paskui šūvį. Žinant patrankos atokumą, padalinus tą atokumą iš laiko tarp dviejų įspūdžių: šviesos ir garso, gausime garso greitumą, nes šviesa pasiekia mūsų akis gangreit akimirksniu. Bet čia tenka skaitytis visų pirma su tuo faktu, kad ore visada yra šioks toks vėjas, kuris, taip sakant, pagavęs oro bangą neša su savimi. Vadinasi, jeigu vėjas pučia nuo garso šaltinio į sekėjo pusę, tai garso greitumas bus didesnis. Jeigu gi vėjas pučia nuo garso šaltinio į pusę, priešingą sekėjo vietai, tai garso greitumas bus mažesnis. Aplamai, pučiant vėjui mes turėsime darbo ne tik su bangų greitumu žemės atžvilgiu, bet ir su paties oro greitumu žemės atžvilgiu. Tegu B B[1] bus atokumas tarp dviejų vietų (žiūr. 2 pieš.).



2 pieš.

Ištiesime per vidurį linijos B $B^1$ statmenį DC ir sujungsime taškus C, B ir $B^1$ linijomis BC ir $CB^1$. Tegu tos linijos reiškia garso greitumą parimusiam ore V. Tegu linija AC atvaizduoja vėjo greitumą v ir tegu vėjo kryptis sudaro kampą $\alpha$ su linija B $B^1$. Tad aišku, kad $AB^1 = B^1D + AD = BD + AD = V_1$, bus garso greitumas su vėju (vektorinių dydžių sudėties dėsniu) ir $BA = BD - AD = V_2$, bus garso greitumas prieš vėją. Iš trikampio (2 pieš.) B D C išeina $BD = \sqrt{BC^2 - CD^2} = \sqrt{V^2 - v^2 \sin^2\alpha}$ ir iš trikampio ADC $AD = v \cos\alpha$. Taigi $V_1 = \sqrt{V^2 - v^2 \sin^2\alpha} + v\cos\alpha = (V^2 - v^2 \sin^2\alpha)^{1/2} + v\cos\alpha = V\left(1 - \frac{v^2 \sin^2\alpha}{2V^2} + \frac{v\cos\alpha}{V}\right)$, jeigu išvystę binomą $(V^2 - v^2 \sin^2\alpha)^{1/2}$ atmesime laipsnius $\frac{v}{V}$, didesnius kaip du.

Tuo pat būdu greitumui prieš vėją mes gausime $V_2 = (V^2 - v^2 \sin^2\alpha)^{1/2} - v\cos\alpha = V\left(1 - \frac{v\cos\alpha}{V} - \frac{v^2\sin^2\alpha}{2V^2}\right)$. Tegu $t_1$ bus laikas, reikalingas garsui padaryti kelią L tarp dviejų taškų su vėju, ir $t_2$ bus laikas, reikalingas atlikti tą patį kelią prieš vėją. Tada $t_1 = \frac{L}{V_1}$ ir $t_2 = \frac{L}{V_2}$ ir tų laikų aritmetinis vidurys $t = \frac{t_1 + t_2}{2} = \frac{L}{2}\left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2}\right)$ arba

$$t = \frac{L}{2V}\left\{\left(1 + \frac{v\cos.\alpha}{V} - \frac{v^2\sin^2\alpha}{2V^2}\right)^{-1} + \left(1 - \frac{v\cos\alpha}{V} - \frac{v^2\sin^2\alpha}{2V^2}\right)\right\} =$$

$$= \frac{L}{V}\left\{1 + \frac{v^2}{2V^2}(1 + \cos^2\alpha)\right\},$$ iš kur eina $$V = \frac{L}{t}\left\{1 + \frac{v^2}{2V^2}(1 + \cos^2\alpha)\right\}.$$

Kadangi santykis $\frac{v}{V}$ niekad nebūna didesnis kaip $^1/_{100}$ dalis darant eksperimentus, tai $\frac{v^2}{V^2}$ yra labai mažas dydis ir todel narys $\frac{v^2}{2V^2}(1 + \cos^2\alpha)$ gali būti atmestas. Taigi garso greitumas $V = \frac{L}{t}$.

Vadinasi, suradę laiką, kuris reikalingas garsui padaryti kelią tarp dviejų vietų su vėju ir prieš vėją, paėmę tų dviejų laikų aritmetinį vidurį ir padalinę iš to aritmetinio

vidurio atokumą tarp dviejų vietų, mes gausime garso greitumą tyliame ore. Taigi, norint eliminuoti vėjo įtaką, reikia daryti vadinamieji abipusiai eksperimentai — reikia registruoti laiką bėgant garsui su vėju ir prieš vėją.

Eilė tokių eksperimentų naujausiais laikais buvo padaryta Derham'o Anglijoje 1708 metais. Atokume 12,5 anglų mylių Esekse ant dviejų kalnų buvo pastatytos dvi patrankos su dviem sekėjais. Buvo šaunama iš eilės iš vienos ir iš kitos patrankos ir laikrodžiais buvo registruojamas laikas tarp patrankos žybtelėjimo ir jos garso. Derham'as tuo būdu konstatavo, kad garsas nukeliauja 12,5 anglų mylių per 55,5 sekundas su vėju ir per 63 sekundas prieš vėją. Vadinasi, vidutiniškai per 59,2 sekundas. Iš čia jis apskaitė garso greitumą kaip 1162 pėdos arba 348,1 metrų per sekundą. Bet šituose eksperimentuose neeliminuotos dar dvi klaidų priežastys. Visų pirma paprastu laikrodžiu sunku nustatyti sekundų dalis, antra vertus, tarp gauto šviesos arba garso įspūdžio ir tarp užregistravimo praeina, tiesa, labai trumpas, bet šioks toks laikas, ir tas laikas pareina nuo sekėjo asmens individualių ypatybių: vienas greičiau užregistruos laiką, kitas lėčiau. Kad būtų eliminuota šita paskutinė klaidos priežastis, reikia, apskaitant garso greitumą, apskaityti vadinamoji „asmens lygtis". Visų paprasčiausias būdas sumažinti šitą klaidą, tai vedant vadinamuosius abipusius eksperimentus; padarius vieną porą eksperimentų, pakeisti vietomis sekėjus. Bet tiksliausiai bus pasielgta padarius tam tikrus atskirus eksperimentus, kad surastų kiekvienam sekėjui jo „asmens lygtį".

Visa tai buvo kiek galint apskaityta Prancūzų Akademijos Komisijos, kuri 1738 metais darė eksperimentus tarp Montmartre ir Montlhéry 17—18 anglų mylių atokume. Montmartre yra Paryžiaus observatorija, o Montlhéry pilis Chateau de Lay. Tų eksperimentų išdava buvo 337 metrai garso greitumui temperatūroj $6^0$ C.

Vėliau 1822 metais buvo padaryta irgi eilė eksperimentų netoli nuo Paryžiaus su rezultatu 341 metras temperatūroj $16^0$ C.

Įdomūs taipgi eksperimentai padaryti Tyrolyje Stampfer'o ir Myrbach'o 1823 metais, tarp dviejų punktų, būtent, ant kalno viršūnės ir ant to paties kalno 1364 metrais žemiau. Darant eksperimentus abipusiai buvo konstatuota, kad garso greitumas toks pat einant į kalną ir nuo kalno. Vadinasi, garso greitumas nepareina nuo spaudimo, kaip tai išeina iš lygties $V = V_0 \sqrt{1 + \alpha t}$.

Tokie pat eksperimentai buvo pakartoti 1844 metais Šveicarijoje ant kalno Faulhorn dviejų sekėjų: Bravais ir Martin, tarp dviejų kalno vietų, kurių augščiai skiriasi 2079 metrais. Buvo konstatuota, kad šaunant į kalną ir nuo kalno garso greitumas $0^0$ temperatūroj yra lygus 332,4 metro.

Priminsime čia dar eksperimentus garso greitumui nustatyti, kurie buvo padaryti įvairių arktiškų ir antarktiškų ekspedicijų metu, prie temperatūrų žymiai žemesnių kaip $0^0$. Tų eksperimentų vaisiai gali būti išreikšti formula $V = 333 + 0{,}6\ t$ (metrais) temperatūroms nuo $-10^0$ iki $-45^0$ C. Taigi šita formula pilnai tinka pirma duotajai teorinei formulai.

1862—1866 metais garso greitumo klausimu užsiėmė garsus prancūzų fizikas Regnault'as. Jo eksperimentai dar ir šiandien laikomi klasiškais šitoje srityje. Regnault'as darė eksperimentus atvirame ore ir įvairaus diametro ir įvairaus ilgio vamzdžiuose, savo laboratorijoje. Eksperimentai atvirame ore buvo daromi Polygone de Satory, netoli nuo Versalio, šaunant iš patrankų. Eliminuoti vėjo įtakai eksperimentai buvo daromi abipusiai. Patrankos buvo pastatytos dviejose vietose 1280 metrų atokume ir kitose dviejose vietose 2445 metrų atokume. Eliminuoti asmens lygčiai, arba asmens klaidų priežasčiai, šūvio laikas ir garso atėjimo laikas buvo registruojami elektriškai ant to paties chronografo cilindro. (Apie chronografus su sukamais cilindrais žiūrėk 2 §.) Skersai patrankos žioties buvo ištempta viela, kuri sudarė chronografo galvaninio tinklo dalį. Iššovus, viela bus nutraukta ir, vadinasi, bus nutraukta elektros srovė chronografo galvaniniame tinkle, ir tos srovės nutraukimas bus užregistruotas chronografo sukamame cilindre toje vietoje, kur yra sekėjas, ir galima sakyti tuo pačiu laiko momentu, kada įvyko šūvis, nes elektros srovė bėga per vielas greitumu, kuris

700.000—800.000 sykių didesnis kaip garso greitumas. Toje pačioje vietoje buvo padėtas garso receptorius, kad pagautų patrankos šūvio padarytą garsą. Tas receptorius buvo ne kas kita, kaip ruporas, vadinasi, platesnis vamzdis, kūgio pavidalo, kurio platesnė žiotis priėmė garso bangas. Siauresnė žiotis buvo sujungta su platesniu cilindro pavidalo vamzdžiu, kurio kitas galas buvo uždarytas elastinga membrana iš kaučuko. Šita membrana, laužtomis svirtimis sujungta su kito galvaninio tinklo relais (arba elektromagnetiniu aparatu), ant to paties chronografo cilindro registravo garso atėjimo laiką irgi pertraukdama antrojo tinklo srovę, nes pasiekus garso bangai membraną, pastaroji iškils, ir tas iškilimas tam tikru mechanizmu pertrauks srovę. Regnault'as manė, kad sunaudojus automatišką elektrišką registraciją bus eliminuota asmens klaidų priežastis. Bet jis pats varydamas savo eksperimentus įsitikino, kad ir automatiški mechanizmai, lygiai kaip ir gyvi padarai, turi savo „asmens lygtį", kitaip sakant, yra klaidų priežastys, kurios pareina nuo mechanizmo ypatingumų. Mat, membrana, sudavus į jos paviršių bangai, ne akimirksniu pertraukia elektros srovę, bet per tam tikrą trumpą laiką, kurio didumas pareina nuo membranos fiziškų ypatybių ir nuo transmisijos mechanizmo konstrukcijos. Taigi Regnault'o buvo padarytos pastangos, kad nustatytų, asmens lygtį" jo pavartotu automatiškai registruojančiu aparatu. Bet visgi visiškai eliminuoti šita klaidų priežastis ir Regnault'ui nepasisekė.

Regnault'o eksperimentų vaisiai:

$V^0 = 331,37$ metrai per sekundą 1280 metrų atokume nuo patrankos iki receptoriaus ir $V_0 = 330,71$ metrų per sekundą 2445 metrų atokume. Paskutinį skaičių patsai Regnault'as laiko tikresniu.

Kaip jau paminėta, tuo pačiu laiku Regnault'as varė eksperimentus su garso greitumu savo laboratorijoje įvairaus diametro vamzdžiuose nuo 0,108 mtr. iki 1,1 metrų ir ilgio ligi 4900 metrų. Šituose vamzdžiuose buvo sekama tiesioginė ir atkartotinai atmušta banga. Receptorius su elastinga membrana buvo padėtas ne tik ant galo vamzdžio, bet ir įvairiose vamzdžio vietose, ir registracija buvo daroma ne srovę nutraukiant, bet srovę uždarant. Kadangi atmušta banga bus silpnesnė kaip tiesioginė banga, kitaip sakant, atkartotinai atsimušus bangai jos amplituda vis mažės, tai varant šituos eksperimentus Regnault'as galėjo konstatuoti, kaip garso greitumas pareina nuo bangos stiprumo arba amplitudos. Be to, jis galėjo konstatuoti, kaip garso greitumas pareina nuo vamzdžio diametro. Pagaliau Regnault'as pavartojo įvairius garso šaltinius, kaip parakas, vandenilio ir deguonies mišinio sprogimas ir muzikalis instrumentas, ir konstatavo, kad garsas iš įvairių šaltinių skleidžiasi tuo pačiu greitumu. Bet ir šitoj eilėj eksperimentų jam nepasisekė pilnai eliminuoti registruojančių aparatų „asmens" klaidą, nors ta klaida ir buvo sumažinta čia labai žymiai.

Šitų laboratorijos eksperimentų išdava tokia:

1) Garso greitumas mažėja, mažėjant bangų amplitudai iki tam tikro ribos dydžio. Taip susprogdinęs 1 gramą parako ir sekdamas tiesioginę ir atkartotinai atmuštas bangas plačiame vamzdyje Regnault'as konstatavo, kad garso greitumas puola nuo 334,16 ligi 330,52 metro per sekundą;

2) Garso greitumas auga, augant vamzdžio diametrui. Pavyzdžiui, garso greitumas vamzdyje. 0,108 metrų diametro vamzdyje buvo 324,25 metrai, o vamzdyje 1,1 metrų diametro — 330,3 metrų. Paskui Helmholtz'as ir Kirchhof'as davė formulą: $V = V_0 \left(1 - \frac{c}{D\sqrt{N}}\right)$, kuriai pilnai atatinka Regnault'o eksperimentų išdavos. Šitoje formuloje N reiškia dažnumą, D vamzdžio diametrą ir c tam tikrą konstantą, kuri pareina nuo sekėjo asmens ypatybių;

3) garso greitumas visiškai nepareina nuo garso šaltinio;

4) garso greitumas nepareina nuo spaudimo. Regnault'as savo laboratorijoje sekė garso greitumą prie spaudimų nuo 247 m/m. ligi 1267 m/m. gyvojo sidabro stulpo;

5) „asmens lygties" įtaka reiškiasi juo labiau, juo silpnesnis garsas, ir juo mažiau — juo stipresnis garsas. Šita išvada iš Regnault'o eksperimentų 1871 metais buvo dar patikrinta Stones'o eksperimentais, kuris konstatavo, kad ta išdava vienodai liečia registruojančius automatus ir gyvus sekėjus.

Stones'as manė, kad jeigu du sekėjai dviejose vietose turėtų tą pačią „asmens lygtį", tai klaida del tos priežasties, vedant abipusiai eksperimentus, būtų eliminuota savaime. Taip pat galima būtų eliminuoti klaida del tos priežasties ir esant skirtumui tarp dviejų sekėjų „asmens lygčių" su ta tačiau sąlyga, kad tos lygtys kiekvienam sekėjui būtų pastovūs dydžiai. Tada reikėtų tiktai, padarius vieną eksperimentą, atlikti kitą, pakeitus vietomis sekėjus. Bet Stones'as savo eksperimentais Cap-Towne kaip tik konstatavo, kad sekėjo „asmens lygtis" nėra pastovus dydis ir tarp kita ko pareina, kaip ir automatiškai registruojančių aparatų, nuo garso stiprumo: tas dydis yra žymiai mažesnis esant stipresniems garsams, ir atvirkščiai. Taigi ir Stones'ui nepasisekė visiškai eliminuoti klaidų priežasties. Jam tik pasisekė šita klaida sumažinti, kaip ir Regnault'ui.

Nurodytų Regnault'o eksperimentų bendras rezultatas toks: garso greitumas prie $0^0$ temperatūros sausame ore yra lygus 330,6 metrų per sekundą. Šitas skaičius ir šiandien laikomas tikriausiu, nes vėlesniais laikais kitų eksperimentatorių gauti skaičiai maža kuo skiriasi nuo Regnault'o skaičiaus. Paminėsime tik čia dar, kad prancūzai Violle ir Vautier savo eksperimentais konstatavo, kad garso greitumas yra tas pat įvairių įvairiausioms notoms, kitaip sakant, nepareina nuo bangų dažnumo arba nuo ju ilgio, kaip tai ir turi būti einant lygtimi $V = \sqrt{k \frac{P}{d}}$, kuri veikia įvairių ilgių bangoms (žiūr. IV. skyriaus 6 §, Bangų mokslas).

Regnault'as savo laboratorijoje nustatė garso greitumą ne tik ore, bet ir kitose dujose.

Pažymėsime oro tankumą esant t temperatūrai raide $d_0$ ir vandenilio tankumą esant tai pačiai temperatūrai raide $d_H$. Tad garso greitumas ore bus $V_0 = \sqrt{k \frac{P}{d_0}}$ ir vandenilyje $V_H = \sqrt{k \frac{P}{d_H}}$.

Padalinę pirmąją lygtį į antrąją gausime: $\frac{V_0}{V_H} = \sqrt{\frac{d_H}{d_0}}$. Vadinasi, garso greitumai įvairiose dujose bus atvirkščiai proporcingi kvadratinėms šaknims iš tų dujų tankumų. Iš šios lentelės matyti, kad šitas dėsnis pilnai tinka Regnault'o eksperimentams:

| Dujų rūšys | Regnault'o nustatyt. $\frac{V_1}{V_0}$ | Santykis $\sqrt{\frac{d_0}{d_1}}$ |
|---|---|---|
| $H_2$ | 3,801 | 3,682 |
| $CO_2$ | 0,8006 | 0,8087 |
| $NO_2$ | 0,8003 | 0,8100 |
| $NH_3$ | 1,2271 | 1,3025 |

Čia $\frac{V_1}{V_0}$ reiškia santykį garso greitumų pažymėtose dujose ir ore iš eilės. Taip vandenilyje garsas skleidžiasi greitumu 3,8 sykių didesniu kaip ore toj pačioj temperatūroj.

1883 metais rugpjūčio 26 ir 27 dieną įvyko baisi erupcija Krakatoa vulkano, Zondo archipelage. Rugpjūčio 27 dieną įvyko milžiniškas sprogimas, kuris žymią kalno dalį išmetė augštyn. Sudaryta to sprogimo banga buvo tiek galinga, jog ji buvo jaučiama 3000 kilometrų atokume nuo sprogimo vietos ir apėmė plotą arti 1/30 dalies

viso žemės ploto. Taigi šita banga, skleisdamosi žemės paviršiuje, palietė visus barometrus nurodyto ploto ribose ir buvo užregistruota automatiškai registruojančiais aparatais. Šitų registracijų studijos parodė, kad šita banga turėjo greitumą 321 metrą per sekundą ir kad per 18 valandų ji pasiekė žemės paviršiuje vietą, diametraliai priešingą Krakatoa, nuo čia atsimušė ir vėl pasiekė tą pačią vietą, taip kad dar per 127 valandas šitoje vietoje sprogimo banga buvo jaučiama. Taigi mes čia turime eksperimentą su garso bangų greitumu milžiniškame maste, ir, turint galvoje visą eilę neišvengiamų klaidoms priežasčių apskaitant rezultatus, reikia pripažinti, kad tas eksperimentas pakankamai patvirtina laboratorijos eksperimentus.

1826 metais Genevos fizikai Colladon'as ir Sturm'as darė eksperimentus Genevos ežere surasti garso greitumui vandeny. Dviejuose garlaiviuose ant ežero buvo abudu sekėjai. Nuo vieno garlaivio su lynu buvo nuleistas į vandenį varpas vieno metro gilumoje, nuo kito garlaivio toje pačioje gilumoje buvo įleistas ruporas, skardos vamzdis 3 metrų ilgio. Platesnis vamzdžio galas vandeny turėjo diametrą 2-jų decimetrų ir buvo uždarytas membrana. Siauresnis galas buvo ant vandens garlaivyje prie sekėjo ausies. Garlaivyje su varpu tuo pačiu laiku tam tikru svirčių mechanizmu buvo sprogdinamas parakas ir suduodamas varpas. Sekėjas kitame garlaivyje stop-laikrodžiu registravo ugnies žybtelėjimo laiką ir garso įspūdžio laiką. Atokumas tarp garlaivių buvo mainomas ir pasiekė 14.000 metrų. Šitais eksperimentais Colladon'as ir Sturm'as rado 1435 metrus per sekundą, kaip garso greitumą vandeny esant vidutinei temperatūrai 8°C. IV skyriaus 6 § jau mes matėme, kad iš formulos $V = \sqrt{k \frac{E}{d}}$ esant temperatūrai 4°C išilginių bangų greitumas vandeny yra lygus 1425 metrams. (Priminsime, kad šitoje formuloje E reiškia vandens tūrio elastingumo modulį izoterminiam vandens suspaudimui, o k reiškia santykį tarp adiabatinio ir izoterminio modulių, kuris santykis yra lygus santykiui vandens lyginamųjų šilimų nuolatinio spaudimo ir nuolatinio tūrio). Taigi teorija ir eksperimentas ir čia mažai apsilenkia vienas su kitu.

Threlfall ir Adair porte Jackson, Australijoje, matavo sprogimo bangų greitumą vandeny, kuriam jie gavo skaičių 1500 metrų per sekundą. Taigi sprogimo bangų greitumas vandeny yra kiek didesnis kaip paprasto garso greitumas, bet yra tos pačios rūšies dydis.

Kietuose elastinguose kūnuose garsas gali skleistis išilginėmis, skersinėmis ir vadinamomis paviršiaus bangomis. Kada kietas kūnas tempiamas arba spaudžiamas ne iš visų pusių vienodai, bet vienpusiškai, sakysime išilgai, tai keičiasi ir to kūno tūris ir forma. Taigi, apskaityti išilginių arba kompresijos bangų greitumui kietame elastingame kūne, reikia pavartoti modulis išilginiam įtempimui, kuris yra lygus $k + \frac{4}{3}\eta$, kur $\eta$ reiškia žinomą jau mums kietumo modulį, o k — tūrio elastingumo modulį (žiūr. IV skyrius 6 §).

Taigi kietame elastingame izotropiniame kūne išilginių bangų greitumas $V = \sqrt{\frac{k + {}^4/_3\,\eta}{d}}$.

Jeigu mes turime darbo su kietais ilgų ir laibų stiebų arba stygų pavidalo kūnais, tai tempiant tokius stiebus jų skerskrodžio ploto sumažėjimas yra labai mažas ir neturi reikšmės palyginant su ilgio padidėjimu, nes jų diametras yra mažas palyginus su jų ilgiu. Taigi tokiais atvejais išilginių bangų greitumas stiebuose arba stygose apskaitomas iš formulos $V = \sqrt{\frac{Y}{d}}$. Čia Y reiškia Young'o modulį (žiūr. II skyriaus 7 pusl.).

Skersos gi bangos kietame elastingame kūne skleidžiasi greitumu $V = \sqrt{\eta/d}$, kur $\eta$, kaip jau pasakyta, reiškia kietumo modulį.

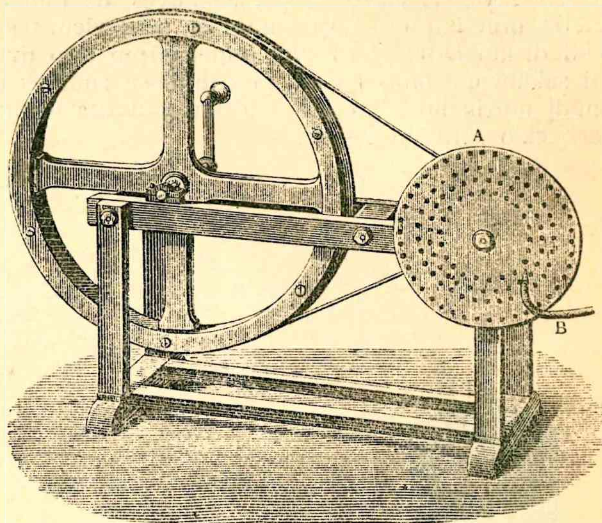
Pagaliau paviršutiniuose kietų kūnų sluogsniuose gali susidaryti bangos, panašios į bangas vandens paviršiuje arba kito kokio skysčio paviršiuje. Kaip jau pasakyta IV skyriaus 4 §, tokios bangos susideda iš skersų ir iš išilginių bangų, nes dalelės čia atlieka periodinius judėjimus ratais arba elipsėmis. Kalbant apie kietų kūnų vibracijas, kaip apie garso šaltinius, mes turėsime progos pažinti, kad garso greitumas kietuose kūnuose įvairiomis aplinkybėmis atatinka duotoms čia formuloms.

Atkreipsime čia dar tik dėmesį į žemės drebėjimo bangas, kurios skleidžiasi gilesniuose žemės sluogsniuose chordomis nuo žemės sąjūdžio vietos į visas puses ir aiškiai gali būti konstatuotos kampiniam atokume ligi $30^0$ nuo žemės drebėjimo vietos. Seismografai iki nurodyto atokumo aiškiai registruoja bangas žemės vidury. Seismografų registracijų studijos rodo, kad žemės drebėjimas sudaro tris bangų rūšis: 1) išilgines bangas, kurios skleidžiasi chordomis nuo žemės drebėjimo vietos į visas puses greitumu 10 kilometrų per sekundą, kuris greitumas atatinka formulai $V = \sqrt{\frac{k + 4/3\ \eta}{d}}$; 2) antra bangų rūšis, kuri seka pirmąją, skleidžiasi chordomis greitumu 6 kilometrai per sekundą iš formulos $V = \sqrt{\eta/d}$. Tai bus skersos bangos ir 3) trečios rūšies bangos seka pirmas dvi rūšis, susideda iš palyginant ilgų bangų ir skleidžiasi 3 kilometrų greitumu per sekundą. Šitos bangos skleidžiasi ne chordomis žemės vidury, bet paviršutiniuose žemės sluogsniuose, apibėgdamos visą žemę.

Paprasti harmoningi fizinių dalelių arba net ir kūnų harmoningi svyravimai yra harmoningų sinus bangų šaltinis. Aplamai gi fizinių kūnų periodiniai judėjimai sudaro sudėtinės formos bangas jų aplinkoje. Kadangi išorinė fizinė garso priežastis visuomet yra paprastas harmoningas fizinių kūnų švytavimas (muzikaliai garsai), arba netaisyklingas tų kūnų judėjimas (ūžimas, trukšmas) ir kadangi garso greitumas dujiškuose, skystuose ir kietuose kūnuose išreiškiamas ta pačia formula, kaip ir įvairios rūšies bangų greitumas tuose kūnuose, tai fizika laiko neabejotinu faktu, kad garsas skleidžiasi bangomis ir, išeinant iš to fakto, aiškina garso charakteringus požymius arba ypatingumus, kuriuos normalio žmogaus ausis sugeba atskirti. Čia mes turime galvoje visų pirma tris charakteringus požymius: 1) garso arba notos stiprumą arba intensyvumą; 2) notos aukštumą, arba toną ir 3) notos kokybę, arba tembrą.

Ta pati nota, sakysime basas, gali būti stipresnė arba silpnesnė, ir mūsų ausis aiškiai pagauna šitą skirtumą. Savaime aišku, kad garso arba notos stiprumas pareina nuo bangos energijos, o ta vidutinė energija, einant IV skyriaus 6 §, apskaityta tūrio vienetui yra lygi $\frac{1}{2} d \left(\frac{2\pi a}{T}\right)^2$ o visam bangos užimtam tūriui $\frac{1}{2} dV \left(\frac{2\pi a}{T}\right)^2$. Čia a reiškia bangos svyravimo amplitudą, d—kūno, kuriame skleidžiasi bangos, tankumą, v bangos užimtą tūri ir T bangos periodą. Taigi turint tą pačią notą didesnio ir mažesnio stiprumo, vadinasi, paliekant be atmainos d ir T, notos stiprumas bus proporcingas svyravimų amplitudos kvadratui, nes energija proporcinga amplitudos kvadratui. Toliau mūsų ausis aiškiai jaučia skirtumą tarp atskirų to paties stiprumo notų, sakysime, tarp baso ir diskanto. Basą mes vadiname žemesniu tonu, o diskantą augštesniu tonu. Kad išaiškintume, nuo kurio bangų dydžio pareina šitas notos augštumas arba tonas, pasinaudosime aparatu, kurį atvaizduoja 3 piešinys. Mes čia turime kartono arba metalo skritulį su keturiomis eilėmis skylių, išgręžtų skrituly keturiais koncentriniais ratais. Tegu skaičius skylių einant nuo vidurinio rato į išorinį bus iš eilės 20, 25, 30 ir 40. Kaip rodo piešinys, šitas skritulys užmautas ant ašies, kuri galima sukti didesniu arba mažesniu greitumu, sujungus ašies skriemulį su didesniu ratu begaliniu šniūru. Pastačius sulenkto stiklo arba metalinio vamzdžio B žiotį, sakysime, ties viduriniu ratu, pučiant dumtuvais per šitą vamzdį orą ir sukant skritulį, kaskart, kada vamzdžio B žiotis atsidurs ties skyle, per skylę bus išvarytas nedidelis oro kiekis, kuris ore sudarys kompresijos ir dilatacijos bangas. Per tam tikrą laiką, per kurį skritulys A pasisuks lanku, kuris yra lygus atokumui tarp dviejų kaimynių skylių, vėl per skylę išeis trumpas impulsas, kuris sudarys ore išilginę bangą ir t. t. Taigi pučiant orą per vamzdį B ir sukant tam tikru greitumu skritulį A, mes suteiksime orui eilę impulsų

taisyklingai sekančių vienas paskui kitą. Pasiekus skrituliui tam tikrą greitumą mes išgirsime žemą notą. Didinant šitą greitumą nota darysis augštesnė. Tegu, pavyzdžiui, skritulys daro 10 sūkių per sekundą. Tada pūsdami orą per vidurinio rato skyles mes suteiksime orui už skritulio A 200 impulsų per sekundą, kitaip sakant, sudarysime išilginę bangą, kuri daro 200 svyravimų per sekundą, arba kurios dažnumas yra lygus 200 (vadinasi, periodas $T = {}^1/_{200}$).




3 pieš.

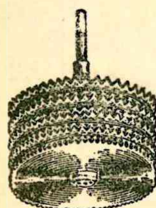
Jeigu mes dabar padėsime vamzdžio B žiotį ties antrojo rato skylėmis, tai sukant skritulį tuo pačiu greitumu mes per sekundą suteiksime orui 250 svyravimų. Nota bus augštesnė. Padėję vamzdžio B galą ties trečiuoju ratu, suteiksime orui 300 svyravimų per sekundą ir, vadinasi, sudarysime bangą dažnumo 300. Pagaliau padėję vamzdžio B galą ties ketvirtu išoriniu ratu, suteiksime orui 400 svyravimų per sekundą ir sudarysime bangą dažnumo 400. Nota tada bus visų augščiausia.

Padidinę skritulio greitumą, sakysime, dusyk, kitaip sakant, darant skrituliui 20 sūkių per sekundą, ir pastatę vamzdžio B galą ties pirmuoju viduriniu ratu, gausime dabar bangą dažnumo 400, vadinasi, tokio pat dažnumo kaip nuo ketvirto išorinio rato, darant skrituliui 10 sūkių per sekundą. Padėdami vamzdžio B galą ties antruoju, trečiuoju ir ketvirtuoju ratu gausime iš eilės bangas dažnumo 500, 600, 800. Visos tos bangos sudarys dabar augštesnes notas, kaip darant, skrituliui 10 sūkių per sekundą, bet bangų dažnumų santykiai bus tie patys, kaip ir pirmuoju atveju. Taigi aprašytu čia aparatu, kuris vadinasi Seebeck'o sirena, mes konstatuojame, kad notos augštumas arba tonas pareina nuo bangų dažnumo, arba nuo svyravimų skaičiaus per sekundą: juo didesnis bus tas skaičius, juo augštesnis bus tonas, juo mažesnis bus tas skaičius, juo žemesnis bus tonas. Mūsų ausis yra ypatingai jautri šito garso charakteringo požymio atžvilgiu. Trukšmu, ūžimu mes vadiname garsą, kuris susideda iš įvairių įvairiausių tonų. Mūsų ausis dažnai gali išskirti atskirus tonus, iš kurių susidaro trukšmas.

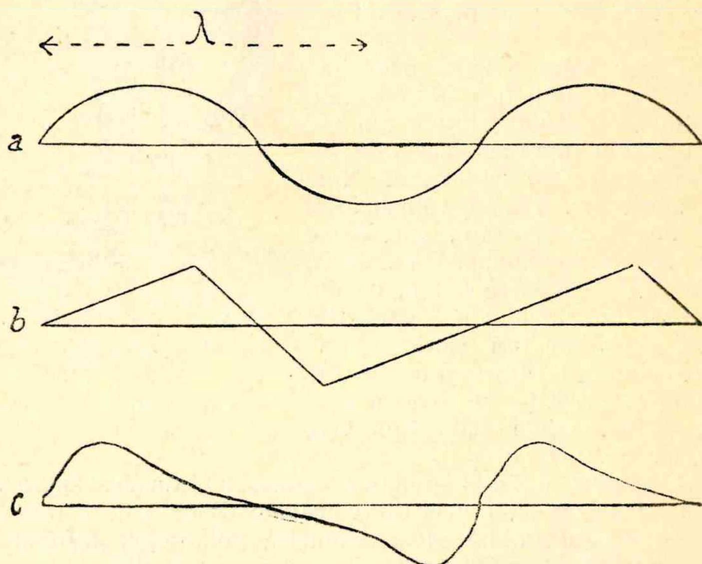
Jeigu mes padėtumėm ties kiekviena eile Seebeck'o sirenos skylių atskirą vamzdį ir pūstume per visus keturius vamzdžius orą tuo pačiu laiku sukdami skritulį tam tikru greitumu, tai mes gautume keturius tonus, kurių svyravimų skaičiai santykiuoja kaip 4: 5: 6: 8. Skambant tiems tonams tuo pačiu laiku mes gauname malonų įspūdį, ir todel įspūdį, sudarytą tais keturiais tonais, mes vadiname akordu. Ėmus sukti skritulį A greičiau, visas akordas pasidarys augštesnis pasiliekant santykiams tarp atskirų tonų tiems patiems. Pažymėsime čia dar, kad tonai, kurių svyravimų skaičiai santykiuoja kaip $4:8=1:2$, sudaro intervalą, kuris vadinasi oktava (žemesnis tonas vadinasi pagrindiniu tonu, o augštesnis tonas oktava). Intervalas tarp tonų, kurių svyravimų skaičiai santykiuoja kaip 4:5, vadinasi didžioji tercija, ir pagaliau intervalas $4:6=2:3$ vadinasi kvinta. Taigi pagrindinis tonas, arba prima, didžioji tercija, kvinta ir oktava visuomet sudaro akordą, kuris daro mums harmoningą malonų įspūdį.

Aprašytus čia santykius galima nagrinėti dar kitu labai paprastu aparatu, kurį atvaizduoja 4 piešinys. Tai yra Savarto aparatas. Jis susideda iš eilės skritulių arba diskų su krumpliais, arba dantimis, ant periferijos, taip kad dantų skaičius pirmojo,

antrojo, trečiojo, ketvirtojo ir t. t. diskų atatinka santykiui 20 : 25 : 30 : 40. Sukant šituos krumpliuotus diskus iščentrine mašina, įdėjus jų koją į iščentrinės mašinos apikaklę ir liečiant periferiją vieno iš diskų korta (kartono plokštele) arba metaline plokštele, kiekvienas disko dantis, užkliuvęs už plokštelės, atlenks ją, ir atlenkta plokštelė suteiks orui impulsą. Eilė impulsų seks vienas kitą laikotarpiais, kurie reikalingi pasisukti diskui lanku, kuris yra lygus tarpui tarp dviejų gretimųjų dantų. Eilė taisyklingai sekančių vienas paskui kitą impulsų sudarys ore harmoningą bangą ir duos mums įspūdį muzikalio tono. Taigi aišku, kad šita vadinama kortų sirena veiks panašiai kaip Seebeck'o skritulio sirena.



4 pieš.




5 pieš.

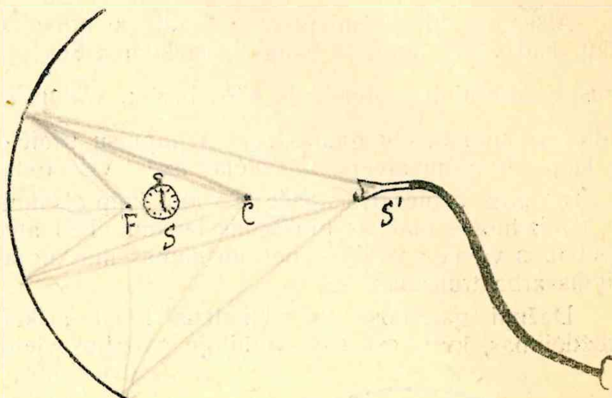
Pagaliau charakteringas garso požymis, kuriam normalio žmogaus ausis yra jautri, vadinasi garso kokybė arba tembras. Mat, ta pati nota tam tikro augštumo, sakysime, basas, įvairių muzikalių instrumentų daro nevienodą įspūdį. Mes aiškiai jaučiame skirtumą, sakysime, tarp vargonų dūdos, violončėlės baso ir žmogaus. Kadangi harmoningos bangos, kurios tik ir sudaro muzikalius tonus, skiriasi tiktai trimis požymiais viena nuo kitos, būtent: amplituda, dažnumu (arba periodu, arba bangos ilgiu, nes duoto ilgio bangai atatinka visuomet tam tikras periodas ir tam tikras dažnumas) ir bangos forma, ir kadangi garso arba notos stiprumas pareina nuo amplitudos, notos augštumas arba tonas pareina nuo dažnumo, tai aišku, kad trečias garso požymis, būtent, garso kokybė gali pareiti tik nuo bangos formos. 5 piešinys atvaizduoja 3 tos pačios amplitudos ir to paties periodo bangas arba to paties dažnumo, bet įvairių formų. Banga a atvaizduoja kamertono toną, banga b atvaizduoja tą patį smuiko toną ir pagaliau banga c tą patį vargonų atdaros iš abiejų galų dūdos toną. Taigi to paties tono kokybė arba tembras pareina nuo bangos formos.

Kituose šito skyriaus straipsniuose mes užsiimsime garso charakteringais požymiais smulkiau. Čia gi pasipažinsime dar su garso atspindžiu, arba refleksija, ir su garso persilaužimu, arba refrakcija, kurie fenomenai irgi pareina nuo to, kad garsas skleidžiasi bangomis.

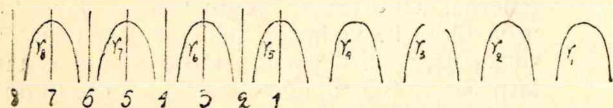
Aidas yra visiems žinomas fenomenas, kuris yra ne kas kita, kaip garso atsimušimas nuo sienos, nuo kalnų, nuo miško, arba nuo kitos kokios kliūties, su kuria susiduria garso bangos. Kad garso bangos, atsimušdamos nuo kliūties, seka atspindžio dėsnius, nustatytus IV skyriaus 7 §, galima demonstruoti šiuo būdu (žiūr. 6 pieš.). Paėmę įgaubtą metalinį veidrodį pakankamo didumo ir padėję kišeninį laikrodį taške S,

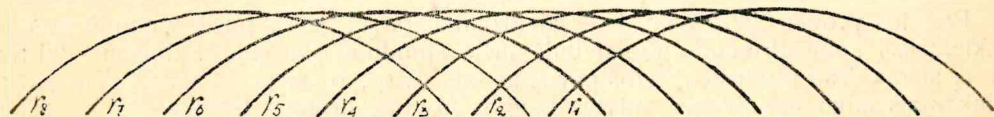
truputį toliau kaip veidrodžio fokaus atokumas, mes užvis aiškiau išgirsime laikrodžio mušimą pridėję ausį taške $S_1$ (arba padėję ten klausymo vamzdį). Kitose vietose laikrodžio mušimas arba visiškai nebus girdimas, arba bus girdimas labai silpnai. Išmatavus atokumus nuo veidrodžio vidurio iki $S_1$ (f) ir iki S (d) ir veidrodžio radijų r, mes konstatuosime, kad šitie dydžiai surišti formula $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{2}{r}$, kuri formula išvesta išeinant iš bangų atspindžio dėsnių.

Dažnai būna taip, kad atsimušant mainosi garso kokybė arba net ir tonas, pavyzdžiui, atmušamas garsas, oktava augštesnis. Tai pareina nuo atmušančio paviršiaus padėties ir ypatybių. Pavyzdžiui, kada atmušamas garsas oktava augštesnis, tai reikia manyti, kad paleistame garse buvo ir pagrindinis tonas ir oktava, bet kad atmušančio paviršiaus nelygumai, būdami savo didumu arti nuo pagrindinio tono bangos ilgio, išsklaidė šitą toną, taip kad grįžtančiame garse pasiliko tik augštesnis tonas. Dažnai, ypač ilgam koridoriuj, su lygiomis sienomis, griežtas trumpas garsas atsimušęs tampa muzikaliu garsu. Tai pareina nuo kartotinų atsimušimų nuo sienų, kurie taisyklingai seka vienas kitą sudarydami tuo būdu tam tikro periodiškumo bangą, kuri ir veikia mūsų ausį kaip muzikalis garsas. Tas pats galima konstatuoti einant išilgai palisado. Suplojimas rankomis, sutrenkimas dviem akmenimis vienas su kitu, arba kitas koks trumpas griežtas garsas atsimuša nuo palisado kaip muzikalis garsas. Tegu statmeniškos linijos 1, 2, 3...8 reiškia palisado baslius (žiūr. 7 pieš.), ir tegu sekėjas iš dešinės



6 pieš.




7 pieš.

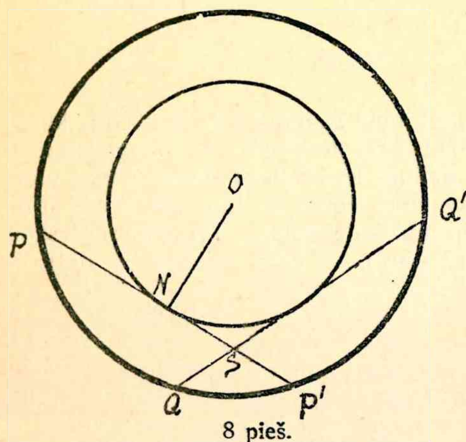
pusės paleido trumpą bangą, atvaizduotą siauro lanko pavidalu. Pasiekiant šitai bangai iš eilės palisado baslius nuo kiekvieno baslio atsimuša ir eina atgal iš kairės į dešinę pusę banga. Tegu duotu laiko momentu paleista sekėjo banga kaip tik perėjo per paskutinį palisado baslį iš kairės pusės (8). Tad iš eilės atmuštos bangos užims pozicijas, pažymėtas raidėmis $r_1, r_2 \ldots r_8$. Taigi jos sudarys to paties atokumo serijas, kitaip sakant, bus pažymėtos aiškiu periodiškumu ir paveiks sekėją kaip muzikalė nota. Kada sekėjas yra užėmęs poziciją išilgai palisado, tai jis girdės muzikalę notą visa

oktava žemesnę kaip tuo atveju, kada sekėjas atsistos prieš palisadą. Dalykas toks, kad išilgai palisado atokumas tarp dviejų eilinių bangų yra dusyk didesnis kaip atokumas tarp dviejų eilinių palisado baslių, nes tuomet, kada paleista sekėju banga, sakysime, pereina nuo 7 baslio į 8 baslį, atmušta nuo 7-to baslio banga pasiekia 6-tą baslį ir, vadinasi, atokumas tarp $r_7$ ir $r_8$ yra lygus atokumui tarp baslių 8 ir 6. Tegu atokumas tarp dviejų baslių bus lygus 1. Tada bangos ilgis bus 21, ir mes turėsime $n.21 = V$, jeigu V reiškia bangų greitumą, vadinasi, $n = \frac{V}{21}$.

Atsistojus gi sekėjui prieš palisadą, o garsui einant išilgai palisado, iš 7 piešinio aišku, kad viena atmušta banga pasiekdama sekėją seka kitą per atokumą, kuris yra lygus atokumui tarp dviejų iš eilės baslių, vadinasi, lygus 1. Taigi $nl = V$ ir $n = \frac{V}{l}$. Vadinasi, šituo atveju gautas sekėjo impulsų skaičius per 1 sekundą bus dusyk didesnis kaip pirmuoju atveju, ir sekėjas išgirs visa oktava augštesnę muzikalę notą.

Tas pats 7 piešinys apačioje rodo, kaip atsimuša nuo palisado ilgos bangos, kurios čia atvaizduotos plačiais plokščiais lankais. Tuo atveju atmuštos bangos superponuojasi užeidamos viena ant kitos, periodiškumas maskuojasi, ir vieton muzikalės notos girdėti ūžimas arba trukšmas.

Dažnai galerijose su skliautais labai aiškiai galima girdėti įvairiose vietose šnibždėjimas, kuris esti toje ar kitoje galerijos vietoje. Tokios galerijos vadinasi šnibždančiomis, ir tas fenomenas yra išdava kartotinų garso atsimušimų nuo galerijos sienų. Tegu S (žiūr. 8 pieš.) bus garso šaltinis ir tegu galerija bus atvaizduota tirštu ratu. Garso spindulys SP atsimušdamas nuo galerijos sienų apibėgs visą galeriją lygiomis chordomis, kurios visos palies ratą radijaus ON, kur N yra bazė statmens iš O į chordą PSP'. Iš to paties garso šaltinio S kitas spindulys SQ irgi apibėgs galeriją lygiomis chordomis QSQ', liečiančiomis radijaus ON ratą. Garso gi spinduliai tarp spindulių PS ir QS keliaus aplink galeriją, chordomis, trumpesnėmis kaip PSP' arba QSQ ir, vadinasi, palies didesnio radijaus ratą. Taigi visi garsai, kurie išeina iš tarpo tarp SP ir SQ, apeina galeriją iš oro nuo rato radijaus ON. Vadinasi, garso išsklydimas į šonus yra sutrukdytas, ir garsas pasilieka pakankamai stiprus, kad jį taip pat gerai girdėti visur galerijoje netoli nuo jos sienų kaip ir esant arti nuo šnibždančio žmogaus.

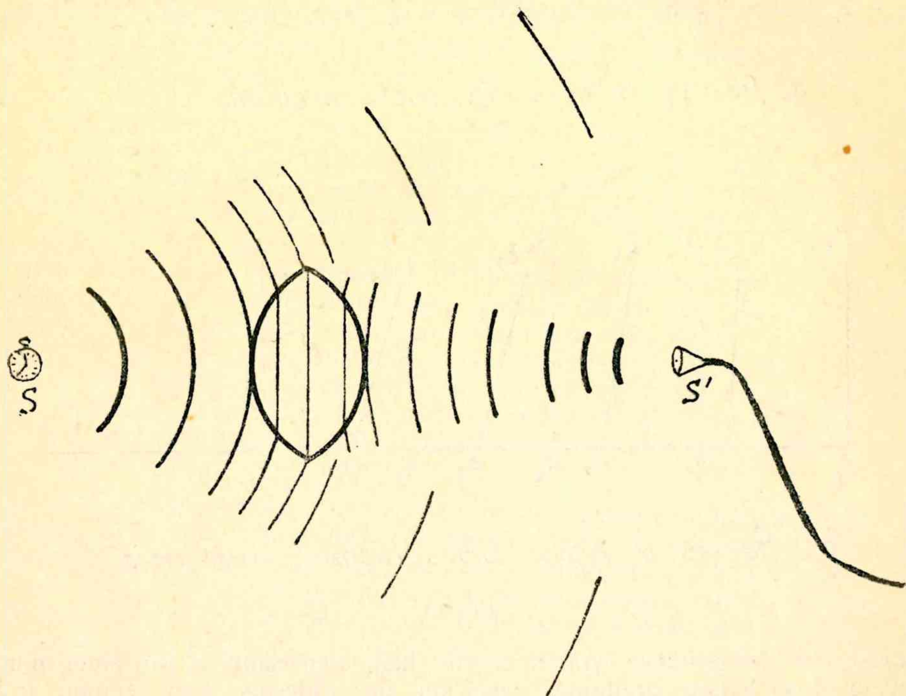


8 pieš.

Prie tos progos pabrėšime, kad skleidžiantis garsui į visas puses vienodu greitumu, jis skleidžiasi koncentrinėmis nuolat didėjančio spindulio sferomis. Paimsime dvi radijų $r_1$ ir $r_2$ sferas. Tad pirmosios sferos paviršius bus $4\pi r_1^2$, o antrosios $4\pi r_2^2$. Tie paviršiai atatinkamais laiko momentais sudarys bangos frontus, ir tuos frontus pasieks tas pats judėjimo kiekis arba tas pats energijos kiekis. Bet didesnio spindulio fronto bus $\frac{r_2^2}{r_1^2}$ sykių daugiau dalelių ir, vadinasi, atatinkamai kiekvienos dalelės energija bus $\frac{r_2^2}{r_1^2}$ sykių mažesnė. Taigi garso stiprumas bus atvirkščiai proporcingas kvadaratui atokumo nuo garso šaltinio tuo atveju, kada garsas skleidžiasi į visas puses. Kitais gi atvejais tas dėsnis neveikia. Pavyzdžiui, kalbant dviem žmonėm, vienam ant kopėčių, o kitam po kopėčiomis, antrasai savo draugą girdės blogiau kaip pirmasai. Dalykas tas, kad stovinčio ant kopėčių garsas skleidžiasi dviemis kryptimis — žemyn ir augštyn, to garso energija pasidalina, taip sakant, į dvi dalis, ir žemai stovintį žmogų pasiekia tik pusė

energijos, tuomet kai jo balsas skleidžiasi tik augštyn ir, vadinasi, pasiekia augštai stovintį labai mažai nusilpęs. Taip pat pažymėtas dėsnis neveikia kalbant per vamzdį ir klausant per vamzdį, nes paleistas į vamzdį balsas neišsisklaido ir, taip sakant, koncentruotoj formoj pasiekia pridėtą prie kito galo vamzdžio ausį. Tas balsas tik tiek nusilpės, kiek atsimušant nuo vamzdžio sienų ir aplamai veikiant trynimui dalis energijos virs šilima. Šituo principu remiasi iš vienos pusės ruporas, kuriuo galima paleisti į didelį atokumą balsas taip, kad jis būtų aiškiai girdimas, o iš kitos pusės klausymo vamzdis, kuriuo galima aiškiai girdėti ir silpną balsą, kitaip sakant, galima duoti apkurtusiam žmogui girdėti paprasto stiprumo garsai. Ruporas yra ilgas vamzdis, siauras iš vieno galo ir žymiai platesnis iš kito. Paleistas į siaurą galą garsas išeina iš plataus galo sueinančia banga, kurios pavidale, prieš žymiai išsiskleidžiant, gali pasiekti gan didelį atokumą. Taigi ruporas trukdo bangų išsklydimą. Klausymo vamzdelis yra tas pats ruporas, tiktai žymiai trumpesnis, įdedamas į ausį siauresniu galu. Kalbama į platesnį galą. Čia bangos, pasiekdamos ausį, del kartotinių atsimušimų nuo vamzdžio sienų žymiai koncentruojasi, taip kad ausies bugnelį pasiekia sustiprintas judėjimas.

Demonstruoti garso persilaužimui galima pasinaudoti Sondhauzo lęšiu iš gumos, pripildytu anglies rūgšties (žiūr. 9 pieš.). Anglies rūgštyje garsas skleidžiasi mažesniu

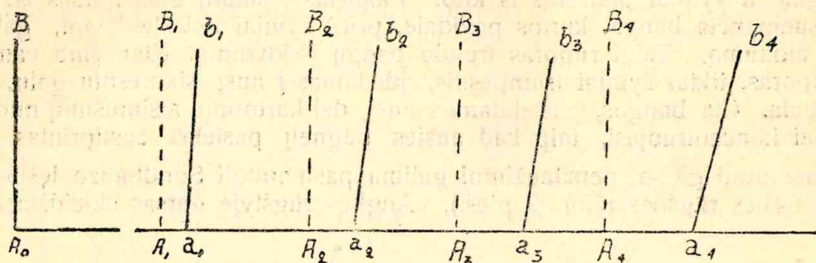


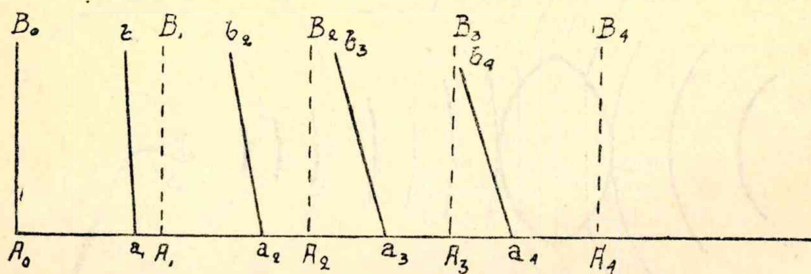

9 pieš.

greitumu kaip ore. Vadinasi, pereinant iš oro į anglies rūgštį garso bangoms, mes turėsime persilaužimą (IV skyriaus 8 §). 9 piešinys rodo kišeninį laikrodį S, padėtą prieš Sondhauzo lęšį. Paleistos to laikrodžio mušimu garso bangos pasiekia lęšį. Visų pirma į lęšį įeina vidurinė bangos dalis ir paskui kraštutinės. Taigi einant per lęšį vidurinės bangos dalies judėjimas sumažės smarkiau kaip kraštutinių dalių judėjimas ir kaip išdava bangos frontas išsities (žiūr. 9 pieš.). Bet kraštutinės bangos fronto dalis anksčiau išeis iš lęšio kaip vidurinė dalis ir, vadinasi, ta vidurinė dalis dar labiau savo judėjimu atsiliks nuo kraštutinių dalių, taip kad pagaliau perėjus per lęšį, kaip rodo piešinys, bangos frontas bus apverstas: išgaubtas frontas pasidarys įgaubtu frontu bent vidurinėje bangos dalyje. Iš šito dalykų stovio išdava bus ta, kad

bangos, perėję per lęšį, sueis taške S¹. Pridėjus ausį šitoje vietoje, o dar geriau pastačius šitoje vietoje klausymo vamzdžio platesnįjį galą, mes užvis aiškiau išgirsime laikrodžio mušimą. Tarp taškų S ir S¹, kurie vadinas sujungtais taškais, veikia ta pati formula, su kuria mes turėsime progos pasipažinti Šviesos skyriuje, kalbant apie šviesos spindulių persilaužimą einant jiems per stiklo lęšius.

Įdomus garso persilaužimas del vėjo greitumo skirtumo žemai ir augštai. Mes žinome iš prityrimo, kad su vėju mes girdime aiškiau garsus iš žymiai tolimesnių šaltinių, kaip prieš vėją arba net tyliame ore. Tegu $A_0B_0$ bus garso bangos frontas, kuris slenka ta pačia kryptimi kaip ir vėjas (žiūr. 10 pieš.). Kadangi vėjo greitumas




10 pieš.

žemesniuose oro sluogsniuose yra mažesnis kaip augštesniuose oro sluogsniuose, tai tokiu atveju garso bangų greitumas augščiau bus didesnis kaip žemiau, ir bangos frontas $A_0B_0$, žengdamas į priekį vis smarkiau ir smarkiau, užlenks į priekį. Taigi čia mes turėsime aiškų garso bangų persilaužimą, ir kaip šito persilaužimo išdava bangų išsklydimą augštai ir jų susigrūdimą žemai. Todel skleidžiantis garsui ta pačia kryptimi kaip pučia vėjas, paleistas iš bet kurios vietos garsas daug geriau bus girdimas žemai netoli nuo žemės, kaip augštai. Slenkant gi garsui prieš vėją, vėjo greitumas reiks atimti nuo garso greitumo, kad gautum vadinamą relatyvų greitumą. Kadangi vėjo greitumas apačioj mažesnis kaip augštai, tai, vadinasi, nuo garso greitumo apačioj reiks atimti mažiau kaip augštai, ir todel šituo atveju garso greitumas bus didesnis apačioj kaip augštai, ir garso bangos frontas $A_0B_0$, žengdamas į priekį, vis labiau ir labiau užlenks atgal ( į kairę pusę, žiūr. 10b). Šituo atveju augštai bus bangų susigrūdimas, o žemai arti nuo žemės jų išsklydimas. Taigi slenkant garsui prieš vėją, einąs iš tam tikros vietos garsas bus daug geriau girdimas augštai, kaip arti nuo žemės.

Panašius garso bangų persilaužimo reiškinius mes turime del oro temperatūros puolimo, kįlant augštyn. Jeigu temperatūra žemesnių ir augštesnių oro sluogsnių būtų vienoda, tai garso greitumas žemai ir augštai būtų tas pats, nes, kaip jau mes žinome, tas greitumas nepareina nuo spaudimo. Bet kadangi įvairių oro sluogsnių temperatūra nevienoda, tai pakilus arba nukritus temperatūrai $1^0C$ garso greitumas padidės arba sumažės $^1/_{540}$ dalimi savo normalio greitumo, kaip tat išeina iš žinomos jau mums lygties $V=33170+61\,t$.

Paprastai dienos metu temperatūra puola kįlant augštyn, vadinasi, garso greitumas mažėja kįlant augštyn ir yra didžiausias arti žemės. Taigi tuo atveju garso bangos keis savo frontą, kaip rodo 10b piešinys, ir visokie garsai geriau bus girdimi augštai ir blogiau arti žemės. Bet saulei nusileidus artimesni nuo žemės oro sluogsniai vėsta greičiau kaip augštesni oro sluogsniai, ir mes tada turime temperatūros kilimą einant augštyn. Taigi tuo atveju garso greitumas augštai bus didesnis kaip žemai ir bangų frontas keisis, kaip rodo 10a piešinys. Vadinasi, tuo atveju visi garsai bus geriau girdimi arti nuo žemės ir blogiau augštai. Iš tikrųjų gangreit kiekvienas žino iš prityrimo, kad saulei nusileidus, prietėmyje, ypač tylaus vandens paviršiuje visoki garsai girdimi kuo aiškiausiai. Tas pats būna žiemos metu iš ryto po skaidrios bet šaltos nakties. Priešingai, vasaros kaitrią dieną visi garsai girdimi labai blogai žemėje arba arti žemės. Bet kada temperatūros kritimas kįlant augštyn darosi del tų ar kitų priežasčių pakankamai didelis, tai ore susidaro konvekcijos srovės. Tuo atveju oras tampa, taip sakant, heterogeniniu mišiniu temperatūros atžvilgiu, ir tada garso bangos kartotinai atmušamos ir laužomos paviršiuose, kurie skiria vienas konvekcijos sroves nuo kitų. Taigi tuo atveju garso bangos ne tiek absorbuojamos, kiek sulaužomos ir išsklaidomos. Kaip mes pamatysime vėliau, tos oro konvekcijos srovės taip pat veikia šviesos spindulius, ir mes iš prityrimo žinome, kaip neaiškiai tada atrodo tolimų daiktų kontūrai.

Dažnai manoma, kad ilgas griaustinio beldimas yra išdava viena to, kad garsas nuo įvairių ilgo ir laužtos formos žaibo vietų pasiekia mūsų ausį ne tuo pačiu laiku ir, antra, kartotino, žaibo sudaryto, sprogimo atsimušimo nuo debesų, sienų, kalnų ir kitokių kliūčių. Remiantis garso atspindžiu ir perlūžimu įvairiuose oro sluogsniuose, galima manyti, kad ilgas griaustinio beldimas nuo tolimo žaibo dažnai pareina nuo atspindžio ir perlūžimo paviršiuose, kurie skiria oro mases įvairiose fizinio stovio sąlygose, taip kad staigus griežtas žaibo sudarytas garsas nuosaikiai išsitempia į ilgą griaudimą, žengiant tam garsui pirmyn.

Williamas Thomson'as įrodė, kad esant ore rūkui, temperatūros kritimas einant nuo žemesnių į augštesnius sluogsnius yra dusyk mažesnis kaip giedriame ore. Iš čia jis padarė išvadą, kad ūkanotas oras yra labiau homogeninis, kaip giedras oras, ir kad toksai oras perduoda garsą geriau, nes jame konvekcijos srovių mažiau. Šita išvada patvirtinta Tyndall'io eksperimentais. Taigi, jeigu debesis atmuša žaibo sudarytą garsą, tai ne todel, kad garsas negalėtų prasiskverbti į debesis, bet tik todel, kad debesų akustika skiriasi nuo oro akustikos.

## 2 §. Notų augštumas, arba tonas. Įvairūs metodai tonui surasti. Sirena Cagnard de Latour'o. Grafiški metodai. Chronografas. Stroboskopiški metodai. Koenigo manometrinės liepsnos. Lissajou figūros. Helmholtz'o vibracijų mikroskopas. Doplerio principas.

Atmenant, kad vienas iš pirmutinių fizikos uždavinių — paversti kokybes kiekybėmis, užsiimsime dabar klausimu, kaip išreikšti skaičiais įvairios notos. Jau mes anksčiau matėme, kad notos skiriasi viena nuo kitos savo augštumu ir kad tas augštumas pareina nuo garso šaltinio arba perduodančio garsą oro dalelių svyravimų skaičiaus. Šitą svyravimų skaičių mes vadiname notos dažnumu. Notą tam fikro augštumo mes vadiname tonu. Taigi uždavinys, kuris dabar stovi prieš mus, reikalauja surasti

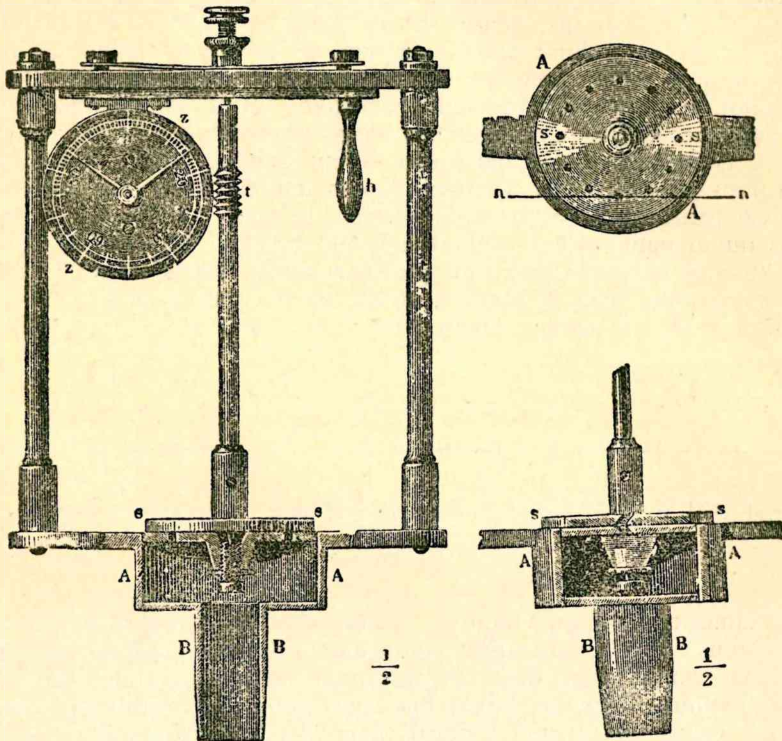
kiekvienam tonui jo svyravimų skaičių, nes tai padarę mes galėsime išreikšti kiekvieną toną tam tikru skaičiumi ir, vadinasi, galėsime spręsti garso uždavinius matematikos metodais.

Seniausias ir paprasčiausias būdas, bet ne tiksliausias, dažnumui surasti, tai vartojimas Seebeck'o sirenos arba Savarto krumpliaračio (žiūr. 3 ir 4 pieš.). Tegu mums reikia surasti dažnumas notos, kurią duoda bet kuris muzikalis instrumentas. Mes nustatome vamzdžio B atlenktą atdarą galą ties vienu iš disko A ratų su skylėmis. Tegu skylių skaičius tame rate bus n. Veikiant muzikaliam instrumentui mes sukame diską A vis greičiau ir greičiau: pasiekę tam tikrą greitumą mes imame girdėti žemą toną, kuris darosi vis augštesnis, ir augštesnis didėjant disko greitumui, ir pagaliau pasiekiame tokį greitumą, prie kurio nota, kurią duoda sirena, atrodo mums ta pati, kaip ir muzikalio instrumento nota. Mes pasiekiame tada vadinamą rezonanso stovį, kuris yra visada, kada skamba dvi to paties dažnumo notos. Jeigu mes žinome disko A ir didžiojo rato, kuriuo tas diskas sukamas, diametrų santykius ir galime suskaityti, kiek sūkių daro didysis ratas, sakysime, per t sekundų laiką, tai mes žinosime, kiek sūkių daro per tą patį laiką diskas A. Tegu disko A sūkių skaičius per laiką t bus N. Tada per šitą laiką iš disko A skylių išeis N.n impulsų į orą ir, vadinasi, mūsų ausį pasieks per tą laiką tiek pat bangų. Kitaip sakant, per 1 sekundą mūsų ausį pasieks $\frac{N.n}{t}$ bangų. Kadangi viena banga susidaro atlikus oro dalelėms 1 pilną svyravimą, tai kaip muzikalio instrumento nota, taip ir sirenos nota susidės iš $\frac{N.n}{t}$ svyravimų. Tai ir bus tų abiejų notų dažnumas.

Tuo pat būdu mes galime surasti notos dažnumą Savarto krumpliaračiu (žiūr. 4 pieš.) veikiant muzikaliam instrumentui ir tuo pačiu laiku sukant krumpliaratį, priglaudus prie dantų vieno iš diskų elastingą plokštelę.

Kiek tiksliau, nors ir nepertiksliai, galima surasti notos dažnumas, arba tonas, Cagnard de Latour'o sirena, kuri konstruota remiantis išdėstytais principais. Mes aprašysime čionai šitą sireną, kaip turinčią istoriškos reikšmės, nors šiandien ir nebevartojamą tonams nustatyti. 11 piešinys atvaizduoja Cagnard de Latour'o sirenos konstrukciją. Mes čia turime metalinę cilindrinę dėžę A, uždarytą dangčiu su skylėmis jo periferijoj. Per dangčio vidurį eina sraigtas, kurio viršutinis galas baigiasi mažute duobele. Į šitą duobelę, kaip rodo piešinys, įdedamas smailasai šeivos t galas, taip kad diskas ss, kietai sujungtas su šeiva iš apačios, būtų kiek galima arčiau nuo dėžės A dangčio, bet neliestų jo. Šitas diskas ss turi savo periferijoj eilę skylių tame pačiame skaičiuje ir tame pačiame atokume viena nuo kitos, kaip ir dangčio skylės, tik, kaip rodo piešinys iš dešinės pusės, dangčio ir disko ss apačioj skylės išpjautos nuožulniai, ir skylių kanalai sudaro tam tikrą kampą vienas su kitu (žiūr. pieš. AA BB). Ant šeivos t viršutinio galo išgręžta irgi duobelė, į kurią įeina sraigto galas, kuris eina per viršutinę sirenos rėmų skersinę. Šituo sraigtu galima sureguliuoti šeivos t padėtis taip, kad iš vienos pusės ji stovėtų stačiai, o iš kitos pusės suktųsi kiek galima lengviau. Iš apačios į dėžę AA įleistas metalinis vamzdis BB, per kurį mechaniškais dumtuvais galima pūsti į dėžę oras. Tas oras, pereidamas iš dangčio skylės kanalo į disko ss skylės kanalą, suduos to kanalo sieną ir suteiks jai ir, vadinasi, diskui ss tam tikrą judėjimo momentą iš kairės į dešinę pusę (kaip tai aišku iš kanalų vienas kito atžvilgiu padėties, atvaizduotos piešiny AA BB). Išeidamas iš disko ss kanalo oras suteiks dar pridedamąjį judėjimo momentą kanalo sienai ir, vadinasi, diskui ta pačia prasme. Taigi mūsų diskas suksis iš dešinės į kairę pusę, vadinasi, priešingai oro srovei, kuri eis iš kairės i dešinę pusę. Taigi mes čia turėsime tokį pat veikimą, kaip paprastos vandens arba garų turbinos veikimas. Vadinasi, pučiant orą tam tikru greitumu, diskas ss suksis irgi tam tikru greitumu, ir iš jo skylių išeis tam tikras skaičius impulsų orui ir sudarys tame ore eilę taisyklingai sekančių viena kitą bangų, vadinasi, tam tikro periodiškumo. Pasiekus tam tikrą greitumą diskui ss, mes išgirsime žemiausią notą. Pučiant orą smarkiau nota pasidarys augštesnė ir kils vis augštyn ir augštyn stiprindama oro srovę. Taigi mainydami disko ss greitumą, mes galime gauti

su sirena įvairias notas. Ta įvairybė gali būti žymiai padidinta, jeigu mes aprūpinsime dėžės AA dangtį ir diską ss ne vienu skylių ratu, bet keliais koncentriniais ratais su skylėmis, ir tarp abiejų diskų padėsime dar tiek grindžių, kiek mes turime ratų su skylėmis, aprūpinus kiekvieną iš tų grindžių skylėmis, atatinkamai atskirų ratų skylėms. Tam tikromis vinelėmis galima tos grindys nustatyti taip, kad būtų atdaros, sakysime, dangčio vidurinio rato skylės ir uždarytos visų kitų ratų skylės, taip kad veiks tik disko ss vidurinio rato skylės, nes per to disko kitų ratų skyles nebus oro srovių. Taigi ir Cagnard de Latour'o sirena galima nustatyti notos dažnumas tokiu pat

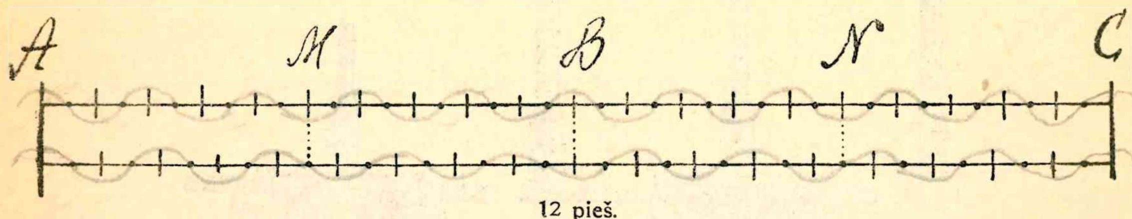



11 pieš.

būdu, kaip ir Seebeck'o arba Savarto sirenomis. Veikiant muzikaliam instrumentui arba kuriam kitam garso šaltiniui, dumtuvais pučiamas oras į dėžę AA ir jo srovė stiprinama tol, kol mums neatrodys, kad duota sirenos nota yra ta pati kaip bandomojo instrumento nota. Išmatuoti sirenos disko ss greitumui, to disko šeiva viršutinėje savo dalyje turi įbrėžtą sraigto liniją t. Šitas sraigtas užkliudo už krumpliaračio ZZ dantų ir, sukantis šeivai, sukasi ir tas krumpliaratis, sakysime, pasisuka per tarpą nuo vieno danties iki kito danties padarius šeivai vieną pilną sūkį. Jeigu krumpliaratis turi 100 dantų, tai, vadinasi, jis padarys vieną pilną sūkį, kada šeiva padarys 100 sūkių. Tegu krumpliaratis daro vieną pilną sūkį per 1 sekundą, tad aprūpinę krumpliaratį ciferblatu su padalinimais ir iešmais, mes galėsime nustatyti šeivos sūkius ir net mažas tų sūkių dalis. Galima šeiva aprūpinti dviem ir net trimis krumpliaračiais, kurie duos skaityti, sakysime 0,1 ir 0,01 šeivos sūkių dalis. Reikia dar tik aparatas aprūpinti tam tikru prietaisu, kuriuo, pasiekus tarp sirenos notos ir bandomojo instrumento notos rezonanso padėtį, galima būtų paleisti krumpliaračiai, prieš tai atskaičius ant jų iešmų padėtis ir per tam tikrą laiką sustabdyti krumpliaračiai, atskaitant vėl iešmų padėtis. Tada mes surasime, kad, sakysime, per t sekundų

sirenos šeiva padarė N sūkių. Jeigu veikiantis disko ss ratas turi n skylių, tai bandomosios notos dažnumas bus $\frac{N.\, n}{t}$.

Situo instrumentu labai sunku pasiekti nuolatinis šeivos sukimo greitumas ir, vadinasi, sunku stabilizuoti tam tikro augštumo nota. Veikiant sirenai, paprastai nota eina augštyn, nes čia pučiamas oras atlieka du uždavinius: suka diską ss ir suteikia impulsų orui ir sudaro tuo būdu garso bangas. Mat, iš vienos pusės sunku reguliuoti oro srovės stiprumas taip, kad pasiektume nuolatinį disko ss greitumą. Antra vertus, ir turint nuolatinio greitumo oro srovę, sunku pasiekti nuolatinis disko ss greitumas. Aparatas darosi kiek tikslesnis, jeigu suksim diską ss elektros varikliu, o orą pūsim į dėžę AA nuolatiniu spaudimu tiktai tam, kad sudarytume reikalingus impulsus. Bet ir tuo atveju notos kilimo augštyn tendencija visai neišvengiama. Taigi šiandien Cagnard de Latour'o sirena nebevartojama akustikos srities matavimams. Ji turi reikšmes praktiškam gyvenime, kaip signalų pavidalo įvairaus augštumo notų padavėja švyturiuose, dirbtuvėse ir t. t. Pabrėšime čia dar vieną įdomų dalyką, būtent, kad sirena, panerta vandeny ir varant per jos skyles vandenį, šaukia taip pat kaip ore. Vartojami šiandien akustikos srityje įvairūs metodai dažnumui surasti visi remiasi vadinamuoju mušimų principu. Paėmus du to paties tono kamertonus, bet nepilnai suderintus, skambant jiems tuo pačiu laiku mes pastebėsime, kad girdimas mūsų tonas tai stiprėja, tai silpnėja. Iš kiekvieno kamertono, kaip iš šaltinio, išeina bangų eilė ir skleidžiasi ore. 12 piešinys schematiškai rodo tą bangų superpoziciją. Čia vertikaliais bruoželiais pažymėtos




12 pieš.

vieno ir kito kamertono bangų viršūnės. Vadinasi, vidury tarp dviejų bruožų mes turime bangų slėnius. Iš piešinio aišku, kad kamertonai kiek skiriasi savo periodu, būtent, kada vienas kamertonas daro 10 svyravimų, kitas kamertonas per tą patį laiką daro tik 9 svyravimus. Jeigu tas laikas bus 1 sekunda, tad, vadinasi, vieno kamertono dažnumas bus vienu svyravimu didesnis kaip kito kamertono. Iš piešinio aišku, kad padėtyse M, N vieno kamertono bangos viršūnė susidurs su kito kamertono bangos slėniu ir, vadinasi, tose vietose mes turėsime bangų interferenciją, arba judėjimo išnykimą, jeigu abiejų bangų amplitudos vienodos. Taškuose gi A, B C, kur sueina viršūnė su viršūne, mes turėsime judėjimo sustiprėjimą. Vadinasi, čia mes turėsime per sekundą vieną mušimą. Lengva suprasti, kad jeigu kamertonų dažnumų skirtumas bus didesnis, tai mušimų skaičius bus irgi didesnis. Kada dažnumų skirtumas bus lygus 2, 3... n, mes turėsime 2, 3... n mušimų per sekundą. Kada tas mušimų skaičius nedidesnis kaip 4 per sekundą, mes lengvai jį galime suskaityti ir, vadinasi, galime surasti svyravimų skaičių bet kurio garso šaltinio, jeigu mes turime kitą garso šaltinį, kurio svyravimų skaičius mums žinomas.

Pabrėšime čia, kad tais atvejais, kada skambant dviem notom simultaniškai, mušimų skaičius neperžengia 20 per sekundą, aplamai tokios dvi notos daro mums malonų įspūdį. Kada tas mušimų skaičius darosi didesnis, mes gauname jau nemalonų įspūdį, kuris daros juo labiau nemalonus, juo daugiau mušimų per sekundą.

Kadangi tik išimtinės ausies žmonės gali konstatuoti dviejų notų arba tonų lygybę, pastebėti gi mušimus ir, kada jų nedaug, suskaityti juos gali paprasti normalės ausies žmonės, tai nustatant notų dažnumą labai dažnai sulyginant dvi notas skaitomi mušimai. Tegu mes suskaitėme b mušimų per sekundą, skambant tuo pačiu laiku dviem notom. Jeigu mums žinomas vienos iš tų notų dažnumas, sakysime n, tai kitos

notos dažnumas bus n±b. Ženklas + reikia imti tada, kada ieškomoji nota augštesnė kaip žinomoji nota, ženklas — tada, kada ji žemesnė. Nustatyti gi, kuri iš dviejų notų žemesnė ar augštesnė, galima, jeigu, sakysime, žinomąją notą duoda kamertonas. Užlipdę ant vienos kamertono šakos, netoli nuo jos galo, vaško gabaliuką, mes pažeminsime kamertono toną (sumažinsime svyravimų skaičių). Jeigu dabar mušimų skaičius skambant abiem notom sumažės, tai reiškia, kad kamertono nota buvo augštesnė kaip bandomoji nota ir, vadinasi, nuo n reikia atimti b. Jeigu gi mušimų skaičius padidės, tai reiškia, kad bandomoji nota buvo augštesnė kaip kamertono nota, ir b reikia pridėti prie n.

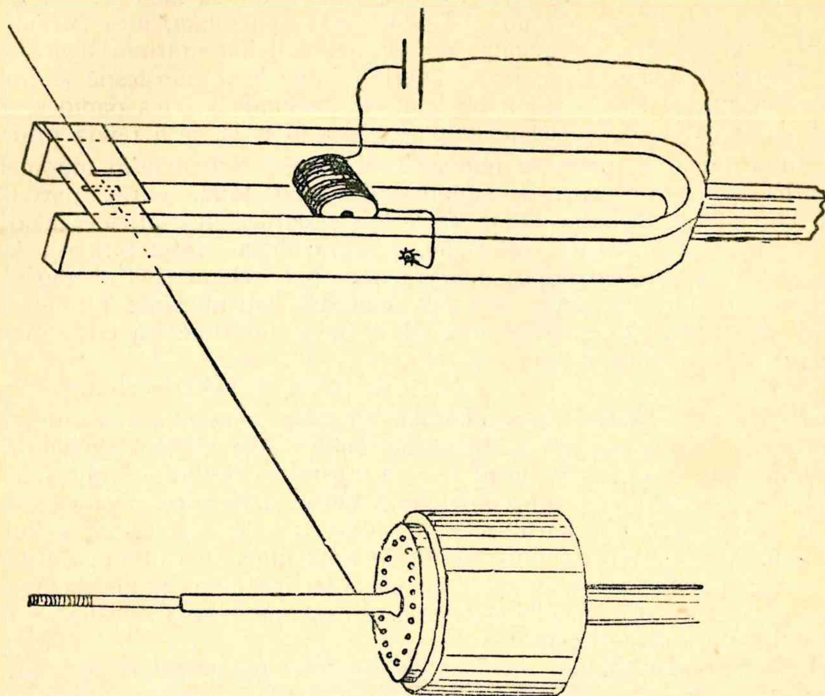
Taigi šituo mušimų principu remiasi vadinamasis Scheibler'io tonometras notos dažnumui arba tonui nustatyti. Jį sudaro eilė kamertonų, kurie, pav. 65, apima visą oktavą, taip kad antras toje eilėje kamertonas skiriasi nuo prieš esančio nedideliu svyravimų skaičiumi, daugiausia, sakysime, 4 svyravimais. Tegu pirmasai kamertonas duoda toną, kuris charakterizuojasi n svyravimų per sekundą. Tad augščiausias tos eilės kamertonas duoda 2 n svyravimų per sekundą. Pavadinsime pirmąjį kamertoną nuliniu. Tad paskutinis toje eilėje bus 64, ir mes turėsime šią eilę kamertonų su pažymėtais po jų svyravimų skaičiais

$$\begin{array}{cccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 64 \\ n & n+4 & n+2.4 & n+3.4 & n+4.4\ldots & n+4.64 \end{array}$$

Antra vertus, paskutinis kamertonas charakterizuojasi svyravimų skaičiumi 2 n. Taigi $2n=n+4.64$, iš kur išeina $n=256$ ir $2n=512$. Taigi šitoje eilėje kiekvieno kamertono dažnumas mums bus žinomas, ir turint reikalą nustatyti bet kurios notos ir bet kurio šaltinio dažnumą, jeigu tik tos notos dažnumas neišeina iš nurodytosios eilės ribų, mes duodame tai notai skambėti kartu su nurodytosios eilės kamertonais, kol surasime tokį kamertoną, kuris skambėdamas kartu su nota duos suskaitomų mušimų skaičių (1, 2, 3, 4 per sekundą). Tada mes galime nustatyti ieškomos notos dažnumą, atmindami tai, kas anksčiau pasakyta, kaip surasti, ar ieškomoji nota augštesnė ar žemesnė kaip skambantis su ja kamertonas.

Scheibler'io tonometras gan keblus dalykas, bet tuo pačiu laiku labai tikslus ir labai pastovus dažnumo registras, nes kamertonų fiziškos savybės, praktiškai kalbant, yra pastovūs dydžiai. Tiesa, kamertono dažnumas pareina nuo temperatūros, bet ir tai labai mažai, būtent, pakilus temperatūrai 1° dažnumas nukrinta tik apie 0,00011. Šiandien akustikoje vartojami ir stroboskopiški metodai dažnumui nustatyti, kurie remiasi tuo jau senai žinomu faktu, kad jeigu į greitai sukamą ratą žiūrėti nušviečiant jį šviesa, pertraukiama tokiu tankumu, jog pertraukos metu ratas pasisuks nuo vieno stipino iki antro iš eilės, tai ratas atrodys parimęs, nes pertraukos metu užpakalinis stipinas kaip tik pasisuks tokiu kampu, kad užims vietą prieš jį einančio stipino. Tuo atveju, kada ratas suksis kiek mažesniu greitumu, vadinasi, šviesos pertraukos metu stipinas nespės užimti padėties, kuri buvo užimta nušviečiant ratą prieš einančio stipino, tai mums atrodys, kad ratas sukasi atgal. Pagaliau jeigu ratas suksis didesniu greitumu kaip nurodyta, tai šviesos pertraukos metu rato stipinas ne tik pasieks padėtį, kurią užėmė nušviečiant ratą prieš einantis stipinas, bet ir peržengs šitą padėtį, ir mums atrodys, kad ratas pamaži sukasi į priekį. Šitie fenomenai sudaro kaip ir apverstą kinematografo principą, ir remiantis jais galima surasti notos dažnumas. Dalykui dar labiau konkretizuoti paimsime Cagnard de Latour'o sireną ir kamertoną, prie kurio abiejų šakų viršuje prilydytos dvi metalinės plokštelės su plyšiais taip, kad vienos plokštelės plyšys atsiduria ties kitos plokštelės plyšiu, pasiekus kamertono šakoms maksimum atsilenkimo (žiūr. 13 pieš.). Jeigu dabar greitai sukti sireną ir, paleidus kamertoną elektromagnetu, žiūrėti pro plyšį į sirenos disko skyles, tai kiekvieną sykį, kada kamertono šakos atsilenks iki maksimumo, mes pro plyšį pamatysime, kaip rodo piešinys, vieną skylę, kitąsyk mes pamatysime vėl skylę, kada vėl bus maksimum kamertono šakų atsilenkimo, vadinasi, kamertonui padarius vieną pilną svyravimą. Jeigu tuo pačiu laiku diskas pasisuks kaip tik nuo vienos skylės iki antros skylės, tai mes tą pačią skylę per vieno periodo laikotarpį pamatysime dusyk, ir mums atrodys, kad sirenos diskas yra parimęs, bet turi dvigubą skaičių skylių. Jeigu sirenos diskas ims suktis greičiau, tai per vieną periodą mes pamatysime disko skylę jau peržengusią antrąją skylę, o šitą antrąją skylę jau peržengusią trečiąją skylę ir t. t., ir

mums atrodys, kad sirenos diskas pamaži sukasi į priekį. Sukama sirena duoda tam tikrą toną. Elektromagnetu varomas kamertonas irgi duoda tam tikrą toną. Kada



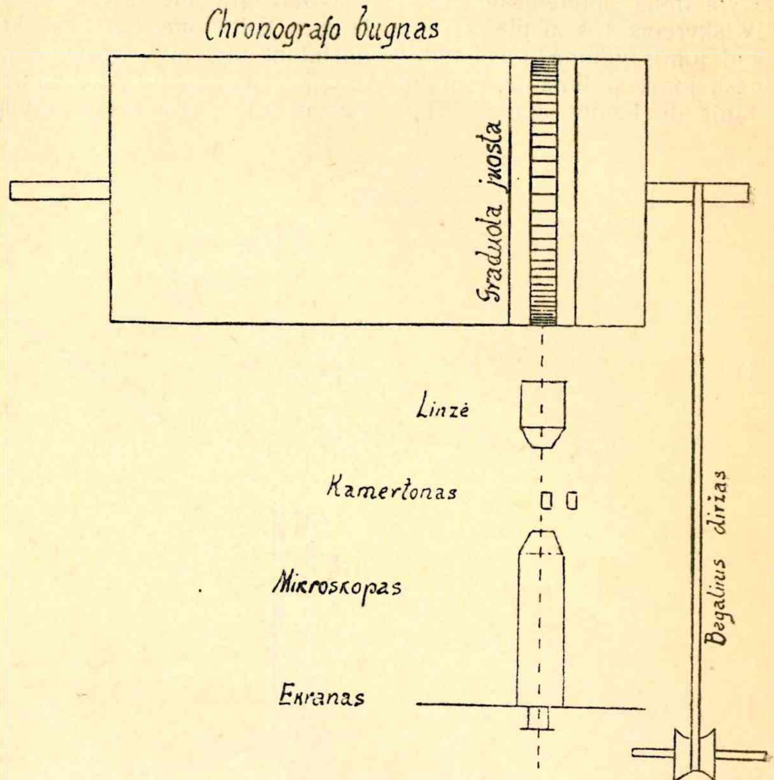
13 pieš.

diskas atrodo mums nejudamas, mes nepastebime mušimų ir, vadinasi, tuomet galime iš sirenos greitumo ir skylių skaičiaus apskaityti kamertono dažnumą, kaip jau nurodyta kalbant apie sireną $\left(\frac{N.n}{t}\right)$. Bet sukantis sirenos diskui tokiu greitumu, prie kurio diskas pasisuka per tarp dviejų iš eilės skylių tarpą per laikotarpį, trumpesnį kaip kamertono periodas, mes išgirsime vieną mušimą kiekvieną sykį, kada tikra disko skylė (ne jos optikos dublikatas) praeis pro plyšį. Tai reiškia, kad sirena vienu periodu aplenkia kamertoną

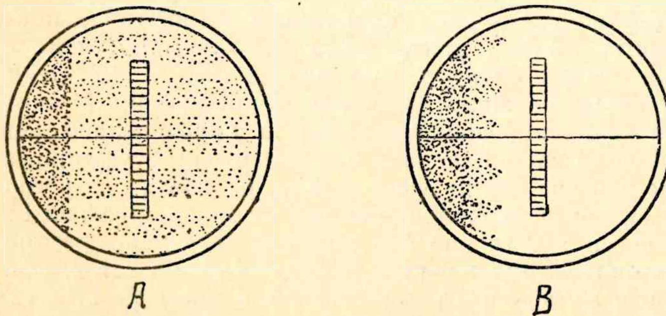
Jeigu gi sirenos diskas sukasi pamažiau kaip čia nurodyta, tai mums atrodys, kad skylės eina ties plyšiu atgal. Bet ir tada mes išgirsime vieną mušimą kiekvieną sykį, kada sirenos diskas vienu periodu atsiliks nuo kamertono.

Sukant diską vis greičiau ir greičiau skylės bėga ties plyšiu irgi vis greičiau ir greičiau į priekį, bet pasiekus tam tikrą maksimum greitumą, jų bėgis lėtėja, jos sustoja ir pagaliau ima eiti atgal, tai reiškia, kad sirenos greitumas padidėjo dusyk, ir dabar mes turėsime mušimus tarp kamertono notos ir sirenos oktavos. Taigi aišku, kad šituo stroboskopišku būdu galima surasti kamertono dažnumas. Sirenos diskas mums atrodys parimęs visais tais atvejais, kada sudaryta sirenos nota bus tokio pat dažnumo kaip ir kamertono nota. Jeigu gi žiūrint pro kamertono plyšius mes matysime disko judėjimą į vieną ar į kitą pusę, tai suskaičius, kiek skylių praeina ties plyšiu į vieną ar į kitą pusę per tam tikrą laiką, mes surasime skaičių praeinančių skylių per vieną sekundą, o tas skaičius bus lygus mušimų skaičiui. Suradus gi mušimų skaičių ir žinant sirenos greitumą ir jos skylių skaičių, apskaitysime kamertono dažnumą.

M'Leod ir Clarke ištobulino šitą stroboskopišką metodą tiek, kad juo galima daryti labai tikslūs matavimai. 14 piešinys vaizduoja jų aparatą skiemeniškai. Mes čia turime vadinamąjį chronografo cilindrą, kuris sukamas tam tikru greitumu. Ant cilindro išilgai pravesta eilė linijų, sakysime, šviesios spalvos, tam pačiam atokume viena nuo kitos. Trumpo fokaus lęšis duoda tų linijų vaizdą plotmėje, kurioje padėtas kamertonas. Šitas vaizdas žiūrimas per mikroskopą. Jeigu cilindras ir kamertonas parimę, tai mikroskope mes matome vaizdą A, atvaizduotą iš kairės 15 piešinio pusės. Kada cilindras sukasi, dešinioji vaizdo pusė atrodo pilka, jeigu tuo pačiu laiku ima vibruoti kamertonas ir tokiu periodu, per kurį viena cilindro linija kaip tik pasislenka į antros padėtį, tai abi vaizdo pusės atrodo perskirtos bangota linija, kaip rodo vaizdas B iš dešinės 15 piešinio pusės, nes kiekvieną sykį, kada balta cilindro linija užima tam tikrą padėtį, viena kamertono šaka irgi užima tam tikrą padėtį ir nukerta, taip sakant, tam tikrą dalį baltos linijos — užvis daugiau kada ta kamertono šaka pasiekia maksimum atsilenkimo į vieną pusę ir užvis mažiau, kada ji pasiekia maksimum atsilenkimo į kitą pusę. Jeigu cilindras sukasi mažesniu greitumu, kaip augščiau nurodyta, tai mikroskope atrodo, kad bangos pamaži slenka atgal. Jeigu gi cilindro greitumas didesnis kaip augščiau nurodyta, tai mikroskope atrodo, kad bangos pamaži slenka cilindro sukimo kryptimi. Cilindro greitumas galima nustatyti tam tikru skaitikliu, kuris panašus į sirenos sukimų skaitiklį. Kada mikroskope mes turime statines bangas, tai jų skaičius, kuris per tam tikrą laiką pereina per mikroskopo lauko centrą, yra lygus kamertono svyravimų skaičiui per tą patį laiką. Jeigu gi bangos ne statinės, tai jų skaičius, kuris per tam tikrą laiką pereina



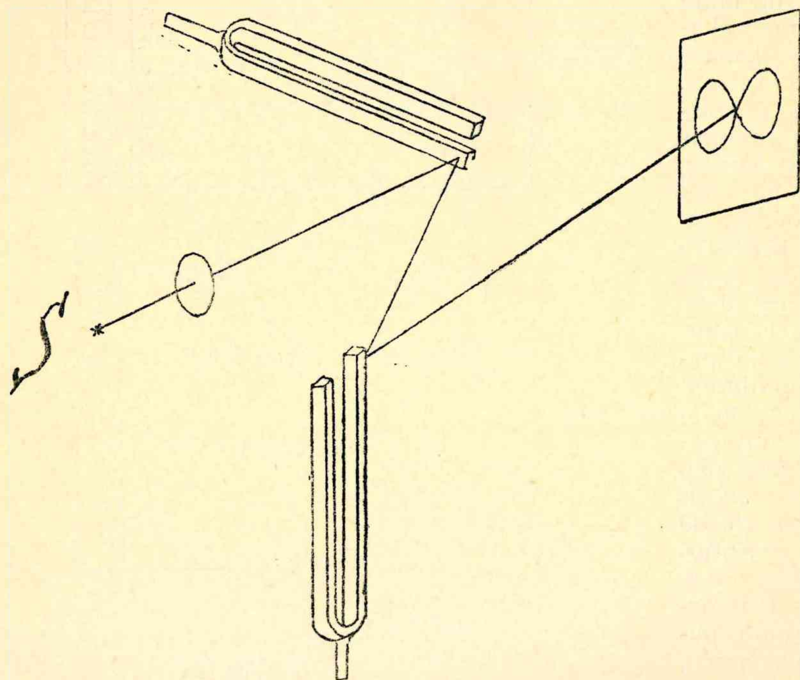

14 pieš.




15 pieš.

per lauko centrą, atatiks mušimų skaičiui ir, vadinasi, šitas skaičius reikia pridėti arba atimti nuo statinių bangų skaičiaus.

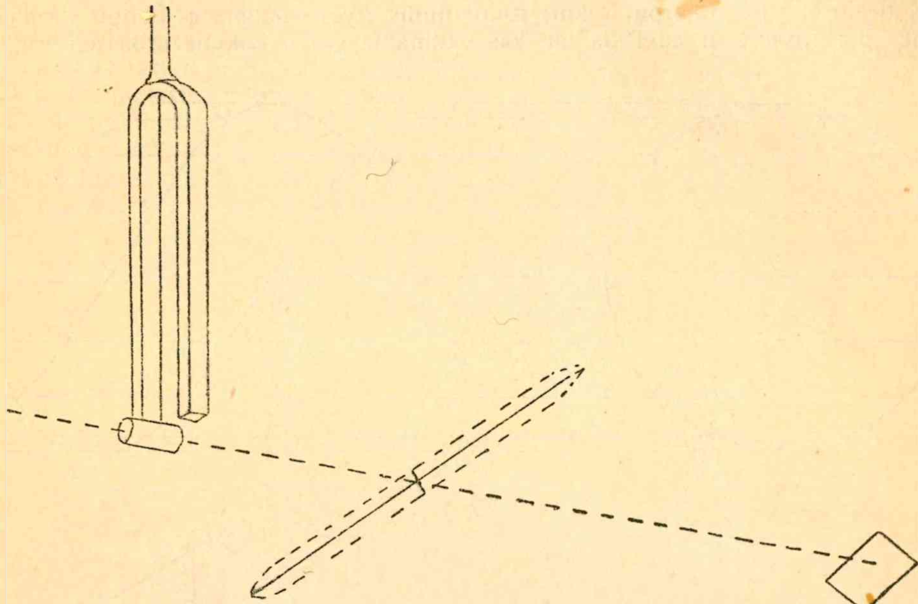
Sudedant to paties periodo arba nevienodų periodų du paprastus harmoningus švytavimus statmeniškai vienas kito atžvilgiu, mes gauname Lissajou kreivąsias (žiūr. IV skyriaus 1 § 6 piešinį). Kada mes kalbėjome apie tas kreivąsias, mes nurodėme kad jomis galima pasinaudoti nustatant dviejų svyravimų periodų santykius. Vadinasi, jomis galima pasinaudoti sulyginti dviejų notų dažnumams. 16 piešinys atvaizduoja du kamertonus — vieną stačiai, kitą gulsčiai pastatytą. Dešinioji gulsčio ka-



16 pieš.

mertono šaka, lygiai kaip ir dešinioji stačiai pastatyto kamertono šaka, turi ant savo galų prilipdytus veidrodėlius. Nuo bet kurio šviesos ištekliaus (užvis geriau nuo elektros lanko) lęšiu šviesa koncentruojama gulsčio kamertono veidrodėly. Atsimušęs nuo to veidrodėlio šviesos spindulys krinta į stačiai pastatyto kamertono veidrodėlį, atsimuša nuo jo ir duoda ekrane tašką — šviesos ištekliaus vaizdą. Jeigu elektromagnetu pavaryti gulsčias kamertonas, tai atmuštas ekrane spindulys nupieš gulsčią liniją. Pavarius stačiai pastatytą kamertoną, atmuštas spindulys nupieš ekrane vertikalę (statinę) liniją. Veikiant abiem kamertonam mes turėsime dviejų svyravimų sudėtį statmeniškai vienas kitam ir gausime ekrane vieną iš Lissajou figūrų. 16 piešinys rodo figūrą, panašią į skaitmenį 8. Vadinasi, kamertonų periodai čia santykiuoja kaip 1 : 2. Jeigu gi periodų santykis labai mažai skiriasi nuo šito santykio, tai ekrane pasirodys visa eilė Lissajou kreivųjų, atvaizduotų antroje 6 pieš. eilėje, IV skyriaus 1 §, kurių kiekviena atatinka tam tikram fazių skirtumui tarp statmeniškos ir gulsčios svyravimų komponentų. Vadinasi, skiriantis periodams nuo duotojo santykio, fazė nuosakiai keisis, ir Lissajou figūra pareis per visą seriją formų per tokį laikotarpį, per kurį viena komponenta daro vienu pilnu svyravimu daugiau kaip kita. Taigi šitas faktas leidžia mums aiškiai nustatyti dviejų tonų periodų santykius suskaičius, kiek sykių per tam tikrą laiką Lissajou figūra apibėga savo ciklą. Šitą skaičių, atatinkantį mušimų skaičiui, reikės pridėti prie svyravimo skaičiaus to kamertono, kurio dažnumas mums ži-

nomas, arba atimti nuo jo, kad surastume bandomojo kamertono dažnumą. Jeigu gi kamertonų periodai santykiuoja kaip 1 : 1, 1 : 2, 2 : 3, tai ekrane mes turėsime vieną iš Lissajou figūrų, parodytų 1 § IV skyriaus 6 piešinio 1, 2 ir 4-je eilėse. Kuri iš tų figūrų pasirodys ekrane, pareis nuo abiejų statmeniškų komponentų fazių skirtumo. Priminsime čia tik, kad turint tokią figūrą ir ištiesus per ją dvi linijas: vieną lygiagrečiai gulstiems svyravimas, kitą lygiagrečiai vertikaliems svyravimams, tų linijų persikirtimų skaičiai su Lissajou figūra santykiuos taip, kaip santykiuoja komponentinių svyravimų periodai.

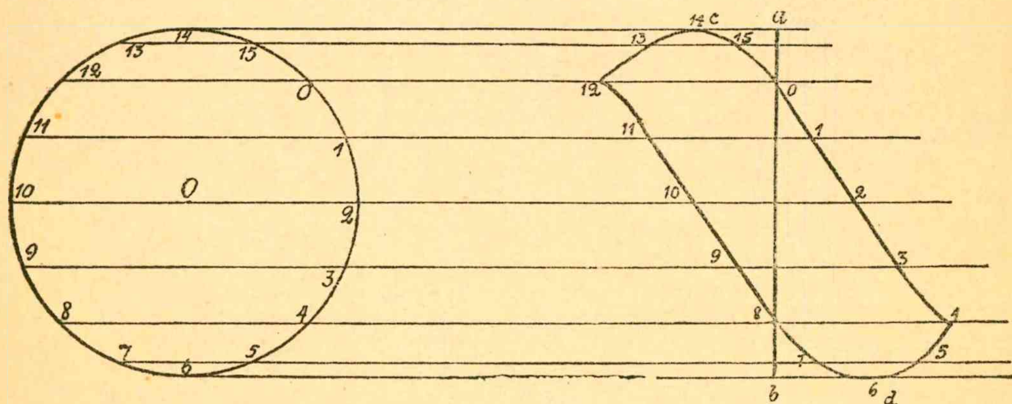


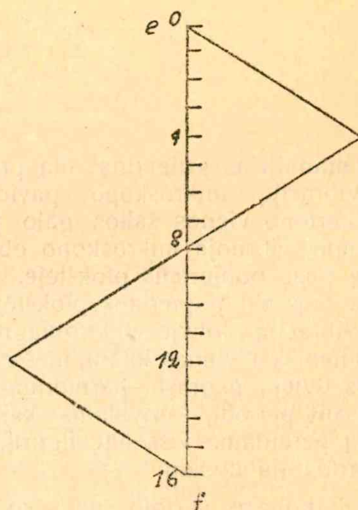
17 pieš.

Helmholtz'as pritaikino šitą principą subjektingam vibracijų tyrinėjimui vadinamojo vibracijų mikroskopo pavidale, kurio skiemenį atvaizduoja 17 piešinys. Ant kamertono vienos šakos galo yra mikroskopas, sujungtas taip, kad vibruojant kamertonui, vibruoja mikroskopo objektyvas. Kamertono šaka vibruoja čionai iš kairės į dešinę pusę popieriaus plokštėje. Statmeniškai kamertono šakai ištempta styga, kuri vibruoja taip pat popieriaus plokštėje statmeniškai augštyn žemyn. Kamertonas palaikomas vibracijų stovyje elektromagnetu. Vibruojant tuo pačiu laiku kamertonui ir stygai statmeniškai vienas kitam, mes mikroskope pamatysime tą arba kitą Lissajou figūrą, kuri bus dviejų paprastų harmoningų švytavimų sudėties išdava. Figūra bus nuolatinė, esant periodų santykiams kaip 1 : 1, 1 : 2, 2 : 3, . . . arba ta figūra keis savo pavidalą pereidama visą eilę figūrų, kada periodų santykis skirsis mažiau ar daugiau nuo nurodytųjų dydžių.

Helmholtz'as vartojo šitą savo vibracijų mikroskopą ne tiek notų dažnumui nustatyti, kiek notų kokybei arba tembrui nustatyti. Tegu sudėtinė kreiva linija c o 4 d 8 12 bus Lissajou figūra, kurią duoda atstojamasai dviejų paprastų harmoningų kamertono ir stygos švytavimų statmeniškai vienas kitam judėjimas (žiūr. 18 pieš.) ir tegu linija ab vaizduoja kamertono svyravimų kryptį (tai bus linija matoma tada, kada svyruoja tik vienas kamertonas). Nupiešime ratą diametro ab, sakysime, iš kairės linijos ab pusės ir padalinus šito rato lanką į 16 lygių dalių, ratas duos mums laiko diagramą. Ištiesę iš eilės per visus rato padalinimo taškus gulsčias linijas taip, kad linija, einanti per nulį rato, eitų per tašką, kur Lissajou kreivoji perkerta liniją ab, kuris taškas irgi

pažymėtas 0, linija, einanti per tašką 1 iki persikirtimo su Lissajou kreivąja žemiau kaip 0, linija einanti per tašką 2 iki persikirtimo su ta kreivąja dar žemiau ir t. t., mes gausime eilę linijų atkarpų tarp linijos ab ir Lissajou kreivosios, kurios duos mums svyruojančios stygos atsilenkimus. Mes dabar galime nupiešti stygos atsilenkimų diagramą įvairiais laikais, ištiesę liniją ef, padalinę ją į 16 lygių atkarpų (tai bus laiko linija) ir atidėję statmeniškai tai linijai stygos atsilenkimus nurodytu būdu nustatytus, vadinasi, linijos ef taške 0 atsilenkimą nulį, taške 1 atsilenkimą, lygų linijos atkarpai nuo linijos ab ligi taško 1, taške 2 atkarpą nuo linijos ab iki taško 2 ir t. t. Jungiant šitų gulsčiai pravestų ordinatų galus mes gausime periodinę liniją, kuri susideda iš tiesios linijos atkarpų ir kuri rodo mums stygos sudarytų bangų formą, kuri, kaip mes jau žinome, ir išreiškia tai, kas vadinama garso kokybe arba tembru.

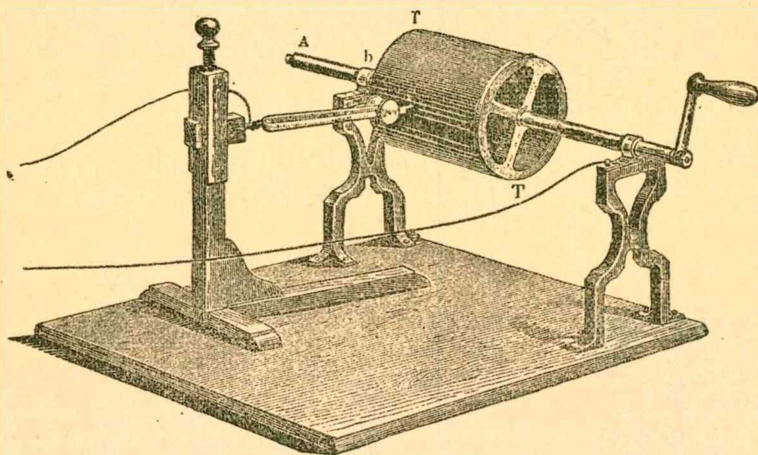



18 pieš.

Vienas iš paprasčiausių ir tuo pačiu laiku tiksliausių metodų notos dažnumui nustatyti, tai yra grafiškas metodas, užrašant kamertono arba kito kurio garso šaltinio svyravimus slenkančioj vienodu greitumu plokštėj arba ant sukamo vienodu greitumu lygaus cilindro, kurio paviršius nudažytas suodžiomis. 19 piešinys vaizduoja visą aparatą. Mes čia turime cilindrą T, kurį galima sukti vienodu greitumu už rankenos arba laikrodžio mechanizmu. Ties cilindru gulsčiai pastatytas kamertonas, prie kurio vienos

šakos galo prijungta lanksti plokštelė su aštriu galu. Aštrus galas lengvai liečia cilindro paviršių. Kamertonas varomas elektromagnetu. Sukantis cilindrui kamertono lanksti vinelė piešia cilindro paviršiuje bangų liniją, svyruodama gulsčia kryptimi, sakysime, iš dešinės į kairę pusę. Kad lengviau galima būtų suskaityti bangos, kitaip sakant, pilni svyravimai, kamertonas ir cilindras sudaro dar galvaninio tinklo dalį, būtent, Rumkorfo induktoriaus antrojo spyruoklio dalį. Pirmasai induktoriaus spyruoklis sujungtas su baterija kontaktu, kurį uždaro ir atidaro arba sekundinė švytuoklė arba metronomas. Atidarant kontaktą, vadinasi, nutraukiant pirmykščią srovę nuo vinelės galo į cilindro paviršių šoka kibirkštis, kuri atmuša baltą tašką ant suodžiomis nudažyto cilindro paviršiaus. Taigi ant bangų linijos vienoduose atokumuose mes turėsimo baltus taškus a b s . . . (žiūr. 19 pieš. apačioj) ir, vadinasi, skaičius bangų tarp tokių dviejų taškų ir bus svyravimų skaičius per vieną sekundą. Kada mes turime darbą su dažnesniais svyravimais, tai galima pasinaudoti švytuokle, kuri atmuša, sakysime, sekundos ketvirtdalius, ir tada bangos linijos dalis tarp dviejų gretimųjų taškų duos svyravimų skaičių per $^1/_4$ sekundos dalį.



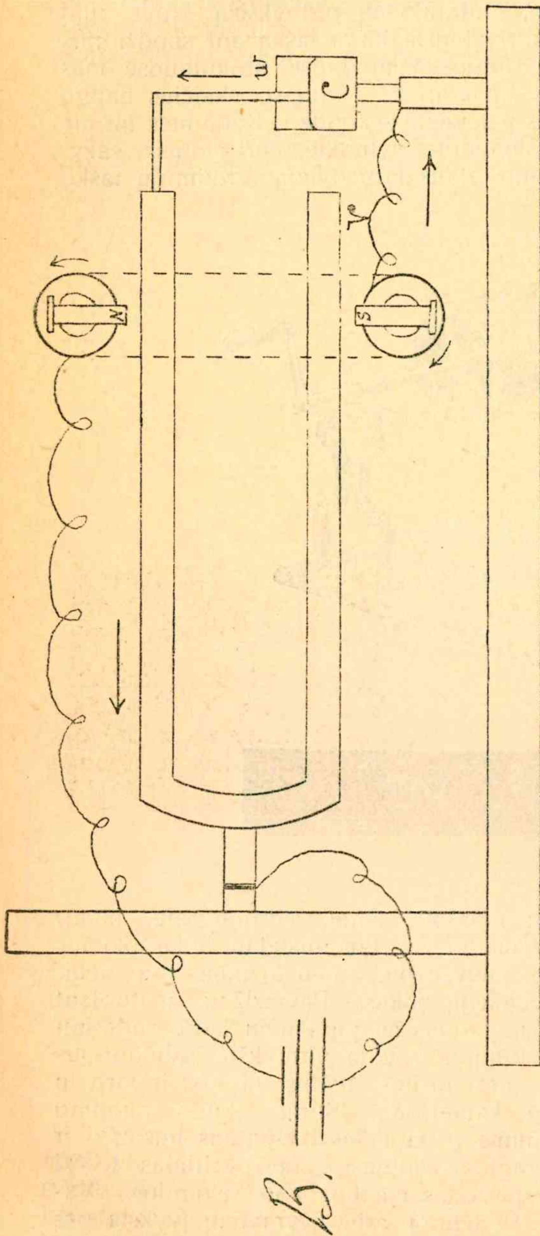




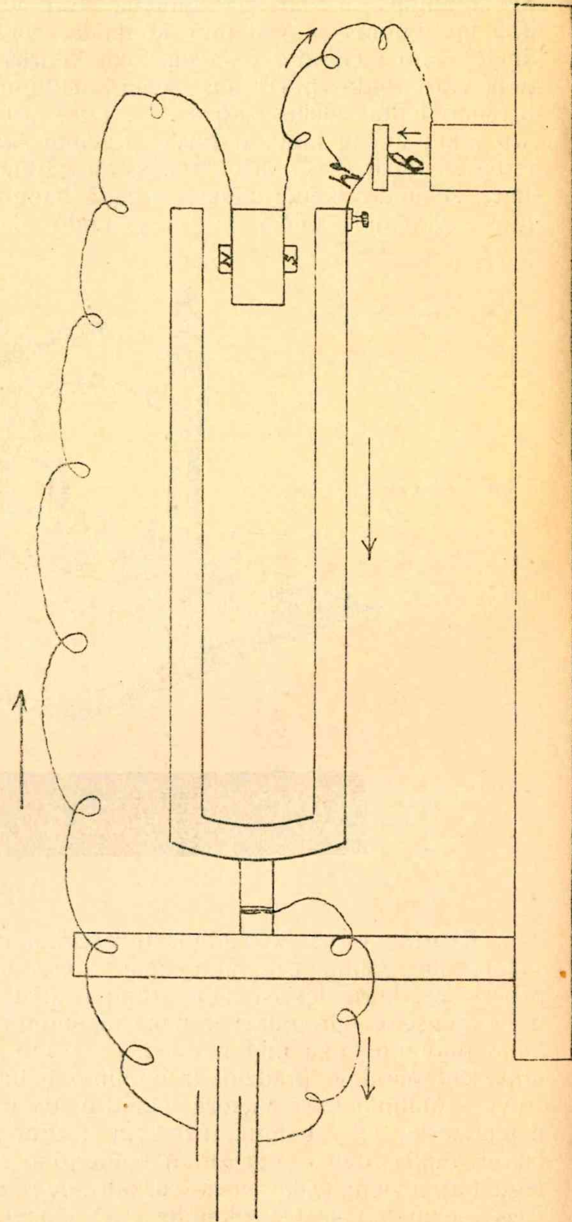
19 pieš.

Pabrėšime čia, kad aprašytu aparatu galima naudotis kaipo chronografu, kitaip sakant, juo galima išmatuoti labai trumpą laiką, kas turi svarbos nustatant laiką tokiems procesams, kurie tęsiasi labai trumpą laiką, kaip, pavyzdžiui, kūno kritimas nuo nedidelio augščio, sprogimas ir panašių sprogimui reakcijų laikas. Pavyzdžiui, matuojant kūno puolimo laiką nuo nedidelio augščio, reikia aparatas su puolančiu kūnu suderinti taip, kad puolimo pradžioj ir puolimo pabaigoj būtų nutraukta pirmykštė induktoriaus srovė. Atatinkamose vietose cilindro paviršuje mes turime baltus taškus ir tarp tų dviejų taškų eilę bangų, užrašytų svyruojančio kamertono. Surasti kūno puolimo laikui reikia dabar dar žinoti kamertono dažnumas. Tegu tas dažnumas bus 256 ir tegu tarp dviejų taškų mes suskaitysime 10 bangų. Vadinasi, kūno kritimas tęsėsi $^{10}/_{256}$ sekundos $= 0{,}04$ sekundos, nes kamertono periodas čia bus $1/_{256}$ sekundos. Vadinasi, per tokį laiką susidaro viena banga, o 10 bangų arba svyravimų įvyksta per laiką $\frac{10.1}{256}$.

Gavę progos aprašysime čia elektromagnetu varomus kamertonus. 20 piešinys vaizduoja Helmholtz'o kamertoną, paprastai vartojamą kaipo srovės nutraukėją. Baterija B sujungta per du elektromagnetus N ir S, vielą w, stikliuką su gyvuoju sidabru C su kamertonu. Einant srovei per elektromagnetus kamertonų šakos traukiasi į priešingas puses prie elektromagneto polių ir todel viela w išeina iš stikliuko C gyvojo sidabro. Tuo būdu srovė nutraukiama. Bet nutraukus srovę elektromagnetai nustoja



20 pieš.

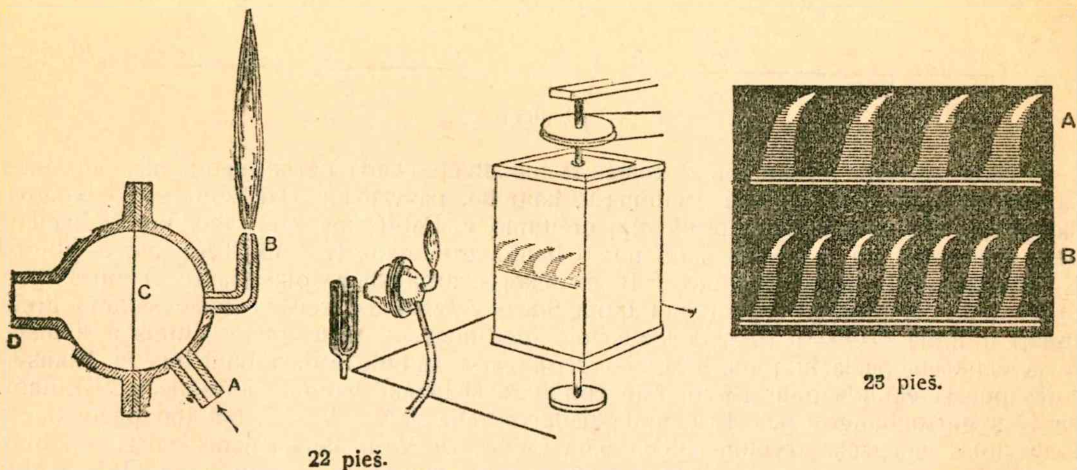


21 pieš.

magnetizmo ir kamertono šakos, varomos elastingomis jėgomis, grįžta į normalę padėtį ir, įgiję kinėtinės energijos, peršoka ją. Viela w vėl įlenda į gyvąjį sidabrą ir uždaro srovę. Tuo būdu kamertonas svyruoja iš eilės uždarydamas ir pertraukdamas srovę.

21 piešinys vaizduoja kitą elektromagnetu varomo kamertono tipą. Čia elektromagnetas NS padėtas tarp abiejų kamertono šakų netoli nuo jų galo. Srovė iš baterijos B eina per šitą elektromagnetą, paskui per metalinį stulpelį b, paskui per lanksčią plokštelę w ir pagaliau pro kamertoną atgal į bateriją. Einant srovei, kamertono šakos traukiamos prie elektromagneto polių. Plokštelė w atsiskiria nuo stulpelio b galo ir srovė nutraukiama. Bet tada elektromagnetas nustoja magnetizmo, kamertono šakos elastingų jėgų varomos grįžta į savo normalę padėtį, įgyja kinėtinės energijos ir peršoka tą normalę padėtį, taip kad vėl susidaro kontaktas tarp w ir b, ir srovė vėl uždaroma. Elektromagnetas vėl ima veikti, srovė vėl nutraukiama, ir visas žaidimas atsikartoja. Kamertonas vibruoja iš eilės uždarydamas ir nutraukdamas srovę.

Jeigu dabar srovė, nutraukiama vieno iš aprašyto čia kamertono, bus varoma per elektromagnetą kamertono, kurį vaizduoja 21 piešinys, tiktai su tuo skirtumu, kad dabar antrasai kamertonas nebeturi kontakto plokštelės, tai tasai antrasai kamertonas ims vibruoti ne savo periodu, bet nutraukiančio srovę kamertono periodu. Juo arčiau bus tų kamertonų periodai vienas nuo kito, juo smarkiau vibruos antrasai kamertonas. Bet nėra reikalo, kad antrojo kamertono periodas būtų gangreit toks pat, kaip pirmojo kamertono, kuris nutraukia srovę. Einant Fourier'o teorema vibracijos, nutraukiančios kamertono srovę, susideda iš eilės harmoningų vibracijų periodų T, $\frac{T}{2}, \frac{T}{3}$ ir t. t. Jeigu antrojo kamertono periodas labai mažai skiriasi nuo vieno iš tų „harmonikų" periodo, tai antrasai kamertonas ims vibruoti šituo periodu.



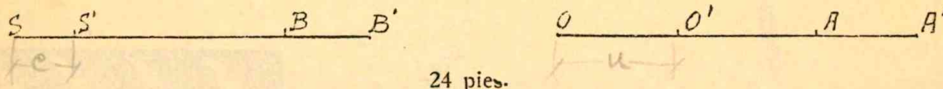

22 pieš.

23 pieš.

Kada reikia nustatyti dūdų notų dažnumas, tai dažniausiai vartojamas Koenigo manometrinių liepsnų metodas. 22 piešinys vaizduoja lemputę manometriškai liepsnai gauti. Mes čia turime sferinę, arba ovalinę, kamerą C, padalytą į dvi dalis ištempta per kameros vidurį elastinga membrana. Dujos įeina per vamzdį A, o išeina per užlenktą augštyn vamzdį B, kur jos ir uždegamos. Jeigu dabar ties vamzdžiu D kameros C dėsim kamertoną arba kitą kurį garso šaltinį, tai garso bangos savo spaudimų skirtumais sudarys membranos C svyravimą. Del tų svyravimų dujų spaudimas dešiniojoje kameros pusėje irgi svyruos (iškįlant membranai dujų spaudimas didės, įsigaubiant mažės). Taigi dujų spaudimas svyruos. Svyruos ir liepsna, bet paprastomis akimis sunku bus pastebėti tas liepsnos svyravimas. Liepsna atrodys tik ištempta, tuomet kaip esant nuolatiniam dujų spaudimui liepsna bus trumpa. Kad galima

būtų pastebėti liepsnos svyravimai ir gauti supratimo apie svyravimų skaičių ir bangos formą, ties tokia svyruojančia liepsna statomas tiesus paralelepipedas, kurio keturi šonai iškloti stiklo veidrodžiais. Tas paralelepipedas sukamas kaip rodo piešinys. Tada manometrinė liepsna atrodo taip, kaip vaizduoja 23 piešinys. Mes čia turime įspūdį tiesyklės su dantimis. Aišku, kad nuo danties iki danties mes turime vieną bangos ilgį, kitaip sakant, turime vieną periodą. Taigi sukamu veidrodžiu ir manometrine liepsna galima nustatyti dūdos arba kito kokio muzikalio instrumento notos dažnumas ir galime gauti supratimas apie notos kokybę arba tembrą iš krumpliuotos linijos formos.

Apie kitus metodus notos augštumui arba dažnumui nustatyti mes turėsime progos pakalbėti vėliau. Čionai paliesime dar klausimą, kaip pareina notos dažnumas nuo relatyvaus judėjimo sekėjo (klausytojo) ir garso šaltinio. Doplerio principas, išdėstytas IV skyriaus 8 §, duoda mums atsakymą į šitą klausimą. Pažymėsime garso greitumą raide V, sekėjo greitumą raide u ir garso šaltinio greitumą raide c. Kada sekėjas ir garso šaltinis artinasi vienas prie kito nurodytais greitumais, tad notos augštumas auga santykiu $\frac{V+(u+c)}{V}$. Taigi pažymėjus garso dažnumą raide n, mes turėsime įspūdį notos dažnumo $n_1 = n.\frac{V+(u+c)}{V}$. Kada sekėjas ir garso šaltinis tolinasi vienas nuo kito, tai notos dažnumas mažėja, ir mes turime santykį $n_1 = n.\frac{V-(u+c)}{V}$. Iš čia išeina santykių dažnumai tais atvejais, kada arba $u=0$ arba $c=0$. Artinantis švilpiančiam garvežiui mes gauname įspūdį vis augštesnės ir augštesnės notos, tolinantis gi mes turime įspūdį einančios žemyn notos.




24 pieš.

Šitie santykiai nesimaino iš esmės ir tuo atveju, kada patsai medijumas, kuriame skleidžiasi garso bangos, turi greitumą v, kaip tai, pavyzdžiui, esti, kada garso bangos skleidžiasi ore su vėju arba prieš vėją greitumo v. Pabrėšime čia, kad visais atvejais vėjo greitumas yra mažesnis, kaip garso bangų greitumas ($v < V$). Tegu garso šaltinis iš pradžios esti taške S linijoj SB', o sekėjas, arba klausytojas, taške O ant linijos OA' (žiūr. 24 pieš.). Tegu toliau linija $SS' = c$ (vadinasi, reiškia garso šaltinio greitumą) ir linija $OO' = u$ (reiškia klausytojo greitumą) ir tegu garso šaltinis ir klausytojas slenka ta pačia kryptim. Pagaliau tegu garso šaltinio S dažnumas bus n. Klausytojas per 1 sekundą gaus įspūdį nuo tam tikro skaičiaus bangų, sakysime $n_1$. Einant su vėju garso bangos per 1 sekundą padarys kelią $OA' = V+v$, bet tuo pačiu laiku klausytojas ta pačia kryptim atliks kelią $OO' = u$. Vadinasi, skaičius bangų $n_1$, nuo kurių šituo atveju gaus įspūdį klausytojas, per 1 sekundą užims atokumą $OA' - OO' = V+v-u$, kuris bus mažesnis kaip tuo atveju, jeigu klausytojo greitumas u būtų lygus nuliui. Taigi atrodys taip, kad, tarytum, bangų ilgiai sutrumpinti, kitaip sakant, jų dažnumai padidinti. Vadinasi, dažnumas $n_1$ bus proporcingas tam atokumui $V+v-u$, kurį užims per 1 sekundą bangos.

Antra vertus, bangos, išeinančios iš garso šaltinio S per 1 sekundą, eidamos su vėju išsiskleis atokumu $SB' = V+v$, bet tuo pačiu laiku garso šaltinis S pasislinks ta pačia prasme atokumu SS'. Vadinasi, n bangų, kurios per 1 sekundą išeis iš garso šaltinio, užims atokumą $S'B' = SB' - SS' = V+v-c$. Taigi mes turime proporciją $n_1 : n = (V+v-u) : (V+v-c)$, iš kur išeina $n_1 = n.\frac{V+v-u}{V+v-c}$. Iš šitos formulos aišku, kad vėjas nepakeičia notos augštumo tais atvejais, kada garso šaltinis ir klausytojas ne-

maino savo vietos. Taip pat iš šitos formulos aišku, kad notos dažnumas pasilieka be atmainos ir tais atvejais, kada klausytojas ir garso šaltinis turi tą patį greitumą ir tą pačią prasmę (nes tokiais atvejais santykis $\frac{V+v-u}{V+v-c}=1$).

Taigi nesant vėjo ir paliekant visas kitas nurodytąsias sąlygas galioje, mes turėsime $n_1=n.\frac{V-u}{V-c}$. Tegu $c=0$, $u=\frac{V}{2}$. Tada $n_1=n.\frac{V/2}{V}=\frac{n}{2}$. Vadinasi, čionai mes turėsime notos pažeminimą visa oktava. Esant gi $u=0$ ir $c=\frac{V}{2}$ mes turėsime notos pakilimą visa oktava.

Ryškiau demonstruoti Doplerio principo reikšmei ir jo pritaikinimui, sprendžiant panašios rūšies klausimus, išspręsime tokį uždavinį: du traukiniai, bėgdami tuo pačiu greitumu u, susitinka vienas su kitu. Koksai traukinių greitumas, jeigu traukiniams bėgant vienas pro kitą švilpuko nota pasikelia visu tonu, būtent, santykiu 9 : 8 (su šituo santykiu mes pasipažinsime kitame paragrafe). Tegu švilpuko dažnumas bus n. Tada tono pasikeitimas bus santykiu $\frac{V+u}{V-u}$ vieno traukinio švilpukui, kuris slenka greitumu u tam tikra linkme, ir girdima nota bus dažnumo $n.\frac{V+u}{V-u}$. Švilpukui gi kito traukinio, kuris slenka priešinga kryptimi, vadinasi, greitumu — u, tasai tono pasikeitimas bus santykiu $\frac{V-u}{V+u}$ ir girdima nota bus $n.\frac{V-u}{V+u}$. Vadinasi, $n.\frac{V+u}{V-u}=$ $=\frac{9}{8}n.\frac{V-u}{V+u}$, arba $8(V+u)^2=9(V-u)^2$, arba $8V^2+16Vu+8u^2=9V^2-18Vu+9u^2$, arba $u^2-34Vu+V^2=0$, iš kur išeina $u=17V\pm\sqrt{17^2V^2-V^2}=17V\pm V\sqrt{17^2-1^2}=$ $=300(17-16{,}97)=10{,}2$ metrų per sekundą, arba 36,72 kilometrų per valandą. (Čia mes paėmėm garso greitumą prie paprastos temperatūros 340 metrų per sekundą ir paėmėm tik vieną šaknį (ženklą —), nes kita šaknis neturi prasmės todel, kad traukinių greitumas išeitų didesnis kaip garso greitumas).

Baigiant šitą paragrafą paliesime pagaliau dar garsų percepcijos ribų klausimą, kitaip sakant, koksai svyravimų arba vibracijų skaičius ima mus veikti, kaip žemiausia nota, ir augščiau kokio svyravimų skaičiaus mūsų ausis nebesugeba fiksuoti tono įspūdžio. Iš Savarto, Depretz'o ir ypatingai, Helmholtz'o tyrinėjimų išeina, kad žemiausia nota, kurią percepuoja (suvokia) gera žmogaus ausis, susideda iš 30—37 svyravimų per sekundą. Reikia čia pabrėžti, kad ypatingai sunku nustatyti šita žemutinė riba, nes, kaip jau mes vieną sykį pažymėjome, dažniausiai kiekviena nota susideda iš pagrindinio ilgio $\lambda$ bangos tono ir eilės ilgių $\frac{\lambda}{2}, \frac{\lambda}{3}\ldots$ bangos obertonų, vadinamųjų Fourier'o harmonikų. Antra vertus, tos pačios energijos trumpos bangos veikia mus smarkiau kaip ilgos bangos, taip kad turint darbo su žemomis notomis visuomet reiškiasi palinkimas priimti vieną iš to žemos notos obertonų, kaip veikiantį smarkiau, už pagrindinį toną. Taigi Helmholtz'ui daug vargo sudarė pastangos izoliuoti, taip sakant, šitą žemos notos pagrindinį toną. Kai del viršutinių notų percepcijos ribų, tai geros ausies žmogus dar percepuoja notas dažnumo 36864—40960. Augščiau šitų dažnumų tono percepcijos nebėra. Savaime suprantama, kad tonų percepcija pareina ir nuo žmogaus individualių ypatybių, ir, pavyzdžiui, senesniems žmonėms ypač viršutinė riba yra daug žemesnė, anot Savarto, siekia tik 24000 vibracijų per sekundą. Todel suprantama, kad labai dažnai senas žmogus negirdi žiogų čirpimo pievoje, kada jaunas vaikas percepuoja visą jų chorą.

Pagaliau Pfaundleris ir kiti tiosioginiu eksperimentu stengėsi išspręsti klausimą, koksai reikalingas impulsų skaičius, kad susidarytų tono įspūdis. Pfaundleris paėmė skritulį su šešiomis skylėmis ir suko jį 10 sūkių greitumu per sekundą, padėjęs ties skrituliu dviejų užlenktų vamzdžių galus, per kuriuos buvo pučiamas oras, $^{1}/_{720}$ rato apskritimo atokume. Taigi čia mes turime dvi bangų eiles, kurios seka viena kitą per $^{1}/_{720}$ sekundos, kiekvienai iš tų bangų darant 60 svyravimų per sekundą. Vedant eksperimentą tokiomis sąlygomis aiškiai buvo percepuojama 720 dažnumo nota. Taigi išeina, kad dviejų impulsų jau pakanka, kad susidarytų tono įspūdis. Panašius eksperimentus yra daręs ir Helmholtz'as ir priėjęs prie tų pačių išvadų.

## 3 §. Rezonansas. Priversti svyravimai. Rezonatoriai. Muzikalė skalė. Harmonija. Akordas. Konsonansas ir disonansas. Temperuota skalė. Žmogaus ausis. Organas Corti. Helmholtz'o harmonijos teorija. Edisono fonografas. Gramofonas. Balsių teorija.

Paimsime du to paties tono kamertonus ir pastatysime juos ant stalo. Suspausime smarkiai vieno kamertono šakas ir paleisime jas, arba dramblio kaulo plaktuku suduosime vieną kamertoną. Jis ims skambėti. Sulaikysime pirštais jo skambėjimą. Mes išgirsime, kad skamba antras kamertonas. Sulaikysime jį pirštais, skambės vėl pirmasai kamertonas.

Iš prityrimo mes žinome, kad užtraukus notą kambary, kuriame ant stalo arba ant lentynos yra stiklai, bonkos ir kitokie indai, vienas kitas iš tų indų ima skambėti — taip sakant, atsiliepia į mūsų notą. Pagaliau iš prityrimo mes žinome, kad kambary ypatingai smarkiai skamba tam tikro dažnumo nota. Panašūs reiškiniai akustikoje vadinasi rezonansu (tai atsiliepimas į notą). Bet iš esmės tai yra grynai mechaniškas fenomenas ir, išeinant iš mechaniškų pavyzdžių, mes užvis geriau šitą fenomeną suprasime.

Įsivaizduokime sau rėmus, tarp kurių statinių lentų ištemptas lankstus šniūras. Ant to šniūro kabo trys švytuoklės A, B ir C. Švytuoklių A ir B periodai yra lygūs, švytuoklės C periodas truputį skiriasi nuo švytuoklių A ir B periodo, sakysime, yra truputį trumpesnis. Atlenksime švytuoklę A ir paleisime ją. Ji ims svyruoti. Per kurį laiką mes pastebėsime, kad ir švytuoklė B svyruoja iš pradžios mažomis amplitudomis, bet tos amplitudos nuolat didėja, ir pagaliau švytuoklė B svyruoja taip pat smarkiai kaip ir švytuoklė A. Svyruojanti švytuoklė A suteikia periodinius impulsus šniūrui, ir todel per šniūrą skleidžiasi to paties periodo banga, kuri suteikia to paties periodo impulsus švytuoklei B. Nuo pirmojo impulso švytuoklė B atsilenks, sakysime, į dešinę pusę labai mažu kampu. Bet kadangi švytuoklės B laisvų švytavimų periodas yra tas pats kaip ir suteikiamas jai impulsų periodas, tai švytuoklė B, atlikus vieną pilną švytavimą labai mažos amplitudos ir pasiekus vėl savo normalę padėtį, gaus antrąjį impulsą ta pačia prasme, kuria ji slenka eidama per normalę padėtį, sakysime, vėl į dešinę pusę. Taigi antrasai švytuoklės atsilenkimas bus jau didesnis. Padarius švytuoklei B du svyravimus, jai bus suteiktas trečias impulsas jos judėjimo kryptim ir t. t. Vadinasi, silpni lankstaus šniūro impulsai šituo atveju veiks švytuoklės B atsilenkimą padidindami, sumuosis ir pagaliau privers švytuoklę B smarkiai švytuoti.

Taigi švytuoklė B, taip sakant, atsiliepia į švytuoklės A švytavimus, ir mes čia turime tikrą rezonansą tarp dviejų to paties periodo švytuoklių.

Kaip atrodo dalykai su švytuokle C. Tegu švytuoklės C periodas bus trumpesnis kaip švytuoklės A periodas, pavyzdžiui, tegu abiejų švytuoklių periodų santykis bus lygus $^{16}/_{17}$. Vadinasi, kada švytuoklė A padarys vieną pilną svyravimą, tai švytuoklė C bus padariusi $1^{1}/_{16}$ svyravimų, kitaip sakant, einant švytuoklei A per pusiausviros padėtį, švytuoklė C jau bus perėjusi per tą pusiausviros padėtį, ir jos atsilenkimas bus lygus $^{1}/_{16}$ daliai viso kelio, kurį nukeliauja švytuoklė darydama vieną pilną svyravimą. Švytuoklė A švytuodama suteikia periodinius impulsus lanksčiam šniūrui, pastarasis gi suteikia periodinius impulsus švytuoklei C. Taigi imdama svyruoti švytuoklė A, tarpininkaujant

lanksčiam šniūrui, suteikia mažą impulsą švytuoklei C, ir toji švytuoklė daro pirmąjį savo svyravimą labai mažos amplitudos. Antrą impulsą švytuoklė A suteikia švytuoklei C tuomet, kada pastaroji yra jau pradėjusi antrą savo svyravimą, ir padariusi, sakysime, į dešinę pusę nuo pusiausviros padėties $^1/_{16}$ dalį savo antro svyravimo. Taigi suteiktas impulsas veiks ta pačia kryptim, kaip slenka pati švytuoklė C, ir todel tasai impulsas sustiprins pirmojo impulso veikimą, ir švytuoklė C padarys antrą savo svyravimą didesnės amplitudos, kaip pirmojo svyravimo amplituda. Kada švytuoklė A padarys du pilnus svyravimus, švytuoklė C bus jau padariusi $2^2/_{16}$ svyravimų, vadinasi, jau bus padariusi $^2/_{16}$ dalis savo trečiojo svyravimo. Ji tada gaus nuo švytuoklės A impulsą vėl ta pačia kryptim kaip ji pati slenka. Vadinasi, tasai trečiasai impulsas vėl prisidės prie pirmųjų abiejų impulsų veikimo ir sustiprins tą veikimą. Švytuoklė C padarys savo trečiąjį švytavimą vėl su didesne amplituda kaip antrojo švytavimo amplituda. Tuo būdu švytuoklės A impulsai stiprins švytuoklės C judėjimą, kol abiejų švytuoklių fazių skirtumas pasidarys lygus $^{\pi}/_2$ ($^1/_4 = {^4/_{16}}$). Kitaip sakant, pirmieji keturi švytuoklės A švytavimai prisidės prie švytuoklės C judėjimo sustiprinimo, nes padarius švytuoklei A 4 pilnus švytavimus, švytuoklė C bus padariusi $^4/_{16} = {^1/_4}$ savo penktojo švytavimo. Taigi einant švytuoklei A penktą sykį per pusiausviros padėtį, sakysime, į dešinę pusę, švytuoklė C kaip tik tuo momentu rengsis slinkti į kairiąją pusę, vadinasi, pusiausviros padėties link. Taigi tuo momentu suteiktas švytuoklės A judėjimo impulsas veiks prieš švytuoklės C judėjimą ir silpnins tą judėjimą. Tas pats atsikartos einant švytuoklei A per pusiausviros padėtį 6, 7, 8 ir 9 sykius. Tais laiko momentais švytuoklė C bus jau padariusi $^5/_{16}$, $^6/_{16}$... $^8/_{16}$ savo 6, 7, 8 ir 9 svyravimų. Vadinasi, čia suteikiami impulsai visą laiką bus atkreipti prieš švytuoklės C judėjimą, silpnins tą judėjimą ir pagaliau sustabdys jį visiškai, kada abiejų švytuoklių fazių skirtumas pasidarys lygus $\pi$, būtent, kada abidvi švytuoklės bus priešingose judėjimo fazėse. Tatai bus tada, kada einant švytuoklei A per pusiausviros padėtį į dešinę pusę, švytuoklė C bus jau padariusi $^8/_{16}$ dalis savo 9 švytavimo, eis irgi per pusiausviros padėtį, bet į kairę pusę. Nuo to laiko momento, iki fazių skirtumas pasidarys lygus $^3/_2\pi$, švytuoklės A impulsai bus priešingi judėjimui švytuoklės C. Jie visuomet bus suteikiami į dešinę pusę tada, kada švytuoklė C slinks į kairę pusę. Bet kadangi juo didesnis bus fazių skirtumas, juo didesnis bus švytuoklės C atsilenkimas į kairę pusę ir, vadinasi, juo mažesnis bus švytuoklės C judėjimo greitumas, tai impulsai švytuoklės A vis mažiau ir mažiau silpnins švytuoklės C judėjimą. Pradedant nuo fazių skirtumo $^3/_2\pi$ iki 2 $\pi$ švytuoklės A suteikiami impulsai veiks ta pačia kryptim kaip slenka švytuoklė C ir, vadinasi, vėl stiprins jos judėjimą. Taigi paleidus švytuoklę A, švytuoklė C irgi ims švytuoti, tiktai netaisyklingai: švytuoklės C amplituda iš pradžios didės, paskui ims mažėti; pasiekus nulį vėl ims didėti ir t. t. Vadinasi, švytuoklė C švytuos amplituda, kuri periodiškai mainysis nuo nulio ligi tam tikro maksimumo, ir atvirkščiai. Mes čia turėsime priverstų, arba primestų, svyravimų pavyzdį, kurių esmė smulkiai išdėstyta IV skyriaus 2 §, nes suteikiami švytuoklės A impulsai neatatinka švytuoklės C periodui. Taigi švytuoklė C bus tokioj padėty, kad, tarytum, ji pakabinta ant kitos švytuoklės, kurios periodas skiriasi nuo jos periodo ir yra lygus švytuoklės A periodui. Pažymėsime švytuoklės A periodą raide T, jos amplitudą raide a ir švytuoklės C periodą raide $T_1$, ir jos amplitudą, nusistačius švytavimams, raide $a_1$. Tad mes turime $a_1 =$
$= a \cdot \frac{T^2}{T^2 - T_1{}^2}$ (žiūr. IV skyriaus 2 §). Priminsime čia, kad ilgainiui, veikiant švytuoklės A impulsams, švytuoklė C visgi ims švytuoti švytuoklės A periodu, ir nuolatinė amplituda $a_1$, kurios santykis su švytuoklės A amplituda išreikštas duotąja formula.

Kada $T > T_1$, dešinioji duotosios lygties dalis turi teigiamą ženklą, vadinasi, švytuoklių A ir C fazės sutampa ir švytuoklės C amplituda yra didesnė kaip švytuoklės A amplituda, nes $T^2 > T^2 - T_1^2$. Neužmiršti reikia tačiau, kad šitie santykiai veikia tik nusistačius švytuoklės C svyravimams, vadinasi, kad švytuoklė C svyruoja ne savo laisvo svyravimo periodu, bet švytuoklės A periodu.

Kada $T = T_1$, tada teoretiškai švytuoklės C švytavimų amplituda darosi be galo didelė. Bet tada mes kaip tik turėsime rezonansą, nes abiejų švytuoklių periodai bus lygūs. Tikrenybėje amplituda niekuomet negali pasidaryti be galo didelė, nes trynimas slopins judėjimą, ir mes turėsime švytavimus tam tikro didumo amplitudos. Vadinasi, dalis švytuoklės C įgytos energijos bus suvartota įvairiems pasipriešinimams nugalėti ir nebesireikš švytavime. Aišku taipgi, kad panašų atsitikimą turėsime ir tada, kada švytuoklių A ir C periodai labai mažai skiriasi vienas nuo kito.

Pagaliau, kada $T < T_1$, tada dešinioji pusė duotosios lygties bus neigiama ir, vadinasi, abidvi švytuoklės A ir C visą laiką bus priešingose judėjimo fazėse, ir kada švytuoklės C periodas bus labai didelis palyginant su švytuoklės A periodu, tai švytuoklės C atsilenkimas arba aplamai amplituda bus lygi nuliui. Kada gi tas periodų skirtumas bus didelis, bet ne be galo didelis, tad mes turėsime švytuoklės C švytavimus mažomis amplitudomis, kurios bus žymiai mažesnės kaip švytuoklės A amplitudos.

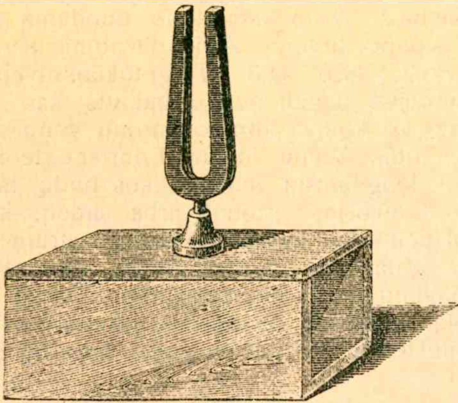
Taigi išeina, kad bet kurį kūną galima priversti švytuoti, paveikus jį pakankamai didele jėga arba veikiant maža periodine jėga, bet tokia, kurios periodas yra lygus kūno laisvo svyravimo periodui. Taip žmogus, atsistojęs ant didelio kabančio geležinio tilto ir supdamasis periodu, kuris atatinka tilto laisvų svyravimų periodui, gali aiškiai išjudinti didelį sunkų tiltą. XIX amžiaus pradžioje Mančestere kuopa kareivių, eidama rikiuotės žingsniu per kabantį tiltą, taip smarkiai išjudino tą tiltą, kad jis nutrūko. Vadinasi, atsitiko taip, kad kuopos žingsniu buvo suteikiami tiltui impulsai tokiu periodu, kuris buvo lygus tilto laisvų svyravimų periodui. Nuo to atsitikimo visur Europoje kareiviai žino, kad einant per kabantį tiltą reikia eiti laisvu žingsniu. Taip pat mažas vaikas, veikdamas silpnais periodiniais impulsais gali smarkiai išjudinti didelį varpą, jeigu tik vaiko impulsų periodas atatiks varpo periodui. Visais tokiais atsitikimais mes turime rezonanso reiškinį. Bet iš to, kas anksčiau pasakyta, išeina, kad ir tokia periodinė jėga, kurios periodas nėra lygus kūno periodui, galima priversti svyruoti kūną, bet tik jau nebe savo periodu, o periodiškai veikiančios jėgos periodu. Tad mes turėsime tikrai priverstus svyravimus.

Išeidami iš išdėstytų čia mechaniškų reiškinių mes lengvai suprasime rezonanso reiškinį akustikoje. Jeigu mes turime du to paties tono kamertonus, tai ėmus skambėti vienam kamertonui, ims skambėti ir kitas kamertonas, nes pirmojo kamertono svyravimai arba vibracijos suteiks eilę impulsų orui, ir mes turėsime ore eilę bangų, sekančių viena kitą tam tikrais laiko tarpais. Kiekviena iš tų bangų suteiks silpną impulsą antrajam kamertonui ir visuomet ta prasme kaip vyksta atsilenkimas kamertono šakų, nes kamertono periodas bus čia lygus bangų periodui. Vadinasi, visi tie silpni impulsai susidės ir tiek sustiprins kamertono vibracijas, kad mes išgirsime jo skambėjimą. Taigi čia bus atsitikimas, panašus tam, kada švytuoklės A svyravimas sudaro tokio pat periodo ir tokios pat amplitudos švytuoklės B svyravimus. Tai bus rezonansas. Jeigu du kamertonai to paties periodo arba tono skamba tuo pačiu laiku, tai jų sudarytos bangos superponuojasi, ir mes gauname bangą to paties periodo, bet dvigubos amplitudos ir, vadinasi, gauname garsą žymiai stipresnį (4 syk stipresnį).

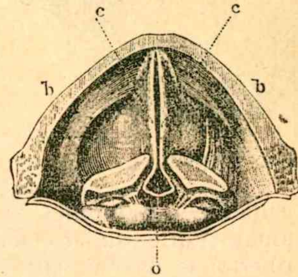
Bet jeigu ant galo vienos šakos vieno iš dviejų kamertonų užmautum žiedą arba prilipdytum vaško gabaliuką, tai kamertonai nebebus suderinti, jų periodai nebebus lygūs, ir tokiu atveju skambant vienam kamertonui kitas neskambės, nes periodas impulsų, išeinančių iš vieno kamertono, nebebus lygus periodui kito kamertono. Skambant gi dviem tokiem kamertonam tuo pačiu laiku mes turėsime garso stiprėjimą ir silpnėjimą, vadinasi, tono maksimumus ir minimumus, kaip išdavą garso bangų, išeinančių iš abiejų kamertonų interferencijos. Šituos tono stiprėjimus ir silpnėjimus mes vadiname akustikoje mušimais, ir jų esmė išdėstyta 2 § pradžioje. Priminsime čia, kad skaičius mušimų per sekundą bus lygus kamertonų dažnumų skirtumui.

Paėmus kamertoną už kojos ir sudavus jį, jis skambės, bet tasai skambėjimas bus silpnas, dažnai girdimas tik priartinus kamertoną prie ausies. Bet jeigu mes sudavę kamertoną pastatysime jį koja ant stalo, tai jis skambės taip smarkiai, kad visam kambary bus girdėti. Dalykas toks, kad pastatytas ant stalo kamertonas sudaro priverstus stalo svyravimus. Tiesa, stalas nepriklauso prie skambančių kūnų, bet virbruojantis

kamertonas priverčia gan didelį stalo paviršių svyruoti savo periodu ir, vadinasi, išjudina žymiai didesnę oro masę (oro masę, kuri remiasi stalo paviršium), kaip vibruodamas, kada mes jo koją laikome tarp pirštų. Taigi mes čia turėsime didesnės energijos bangą ir atatinkamai stipresnį tos bangos veikimą mūsų ausiai. Šituo atveju stalas vadinasi rezonatoriu, nes jis atsiliepia į kamertono vibracijas ir stiprina efektą. Taigi labai dažnai kamertonai aprūpinami rezonatoriais tokios formos, kurią vaizduoja 25 piešinys. Čia mes turime medinę tuščią dėžę, sigarų dėžės pavidalo, iš kurios vieno galo išimta lenta. Taigi toje dėžėje mes turime oro stulpą, ir jeigu šito oro stulpo didumas yra toks, kad jo laisvų svyravimų periodas yra lygus kamertono periodui, tai kamertonas, uždėtas ant tokios dėžės, skambės smarkiai. Kamertono vibracijos iššauks dėžės medžio vibracijas, o pastarosios iššauks oro stulpo vibracijas, ir kaip išdavą mes turėsime žymų tono sustiprinimą. Aplamai rezonatoriais vadinami tokie kūnai, kurie palyginant lengvai atsiliepia į bet kurio periodo svyravimus (rezonuoja bet kuriuos svyravimus). Tai bus kūnai palyginant nedidelio standumo, kaip, sakysime, medis, ir todel dažniausiai rezonatoriai gaminami iš medžio. Metalinė styga, kurios vienas galas įdėtas į spaustuvus ir ant kurios kito galo pakabintas svoris, pabraukta stryku arba atlenkta iš jos pusiausviros padėties, smarkiai vibruoja, bet neskamba, nes išjudintas jos oras užima labai mažą tūrį, ir to oro svyravimai tiek greit nuslopinami, kad oro svyravimas išnyksta palyginant jau nedideliam atokume nuo stygos. Jeigu gi mes tą pačią stygą ištempsime tarp dviejų spaustuvų ant medinės lentos arba dar geriau ant medinės dėžės, tai pabraukta stryku ji skamba smarkiai. Čia lenta arba dėžė bus rezonatorius stygai. Kiekvieno smuiko deka irgi yra ne kas kita, kaip rezonatorius.



25 pieš.

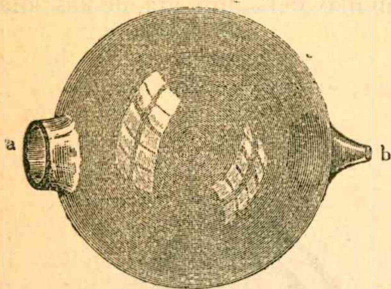



26 pieš.

Žmogaus burna ir nosis yra rezonatoriai žmogaus garso aparatui, kuris yra gerklės užpakaly ir kurį vaizduoja 26 piešinys. Žmogaus garso aparatas (gerklė) susideda iš dviejų elastingų (muskulinių) plokštelių, vadinamųjų balso chordų, kurios ištemptos užpakaly vadinamojo Adomo obuolio ir tarp kurių yra plyšys, jungiantis gerklę su kvėpavimo organais. Abidvi chordos aprūpintos muskulais, kuriais jos gali būti daugiau arba mažiau įtemptos, taip kad plyšys tarp chordų būna tai didesnis tai mažesnis. Chordų muskulų veikimas pareina nuo žmogaus valios. Pučiant per plyšį iš plaučių orą ir vibruojant balso chordoms, susidaro žemesnis ar augštesnis sudėtinis tonas. Jeigu nebūtų burnos, tai toksai tonų mišinys darytų ūžimo arba birbimo įspūdį. Priduodant burnai tam tikrą formą ir tūrį, kuriuos žmogus gali keisti savo valia, ir kombinuojant ją su nosimi, burnos ir nosies oras rezonuoja į tam tikro dažnumo toną ir, vadinasi, stiprina šitą toną tonų mišiny, kurį sudaro balso chordų vibracija. Taigi mes girdime notą tam tikro augštumo, stiprumo ir tembro.

Pažymėsime čia dar metalinius rezonatorius, kurie gali rezonuoti tik tam tikro dažnumo tonus. 27 piešinys vaizduoja tokį metalinį Helmholtz'o rezonatorių. Tai yra rutulys su dviem skylėm — viena platesne a užpakaly, kita siauresne b iš priešakio. Tokio rutulio oras gali rezonuoti tik į tam tikro dažnumo toną. Taigi turint eilę tokių Helmholtz'o rezonatorių įvairaus didumo galima analizuoti tonų mišiniai arba sudėtinės notos, nes kiekvienas iš tų rezonatorių atsilieps tik į tam tikro dažnumo notą. Tuo būdu, pavyzdžiui, galima konstatuoti, kad vibruojančios stygos duodama nota susideda iš eilės tonų, kurių dažnumai santykiuoja kaip 1 : 2 : 3 : 4.... Tam konstatuoti reikia užkimšti vieną ausį vatos kamščių, įdėti į kitą ausį siauresnį rezonatoriaus galą b ir priartinti prie vibruojančios stygos platesnę rezonatoriaus skylę a. Jeigu stygos sudėtinė nota turi toną, kurio dažnumas yra lygus rezonatoriaus savajam dažnumui, tai rezonatorius atsilieps ir sustiprins šitą stygos toną. Mainant rezonatorius galima tuo būdu nustatyti, iš kokių tonų susideda sudėtinė stygos nota. Vienas iš tų tonų, žemiausias, vadinasi pagrindinis tonas, o kiti vadinasi harmoniškais obertonais arba paprastai „augštesniaisiais harmonikais". Taigi panašiais rezonatoriais galima stygoms, dūdoms ir kitokiems muzikaliems aparatams konstatuoti, kad kiekviena nota sudaro sudėtinį periodinį judėjimą, kuris einant žinoma jau mums Fourier'o teorema (žiūr. IV skyriaus 5 §) susideda iš eilės harmoningų sinus kreivųjų bangos ilgių $\lambda$, $\lambda/_2$, $\lambda/_3$, $\lambda/_4$...

Reikia tačiau priminti, kad sudėtinės notos ne visuomet susideda iš harmoningų sinus komponentų. Ypač kada atstatomoji svyravimų arba vibracijų jėga pareina nuo kietumo, tad komponentinių tonų dažnumai nesudaro harmoningos eilės. Vienu žodžiu, mes tada turime sudėtinę notą, kurią sudaro neharmoniškos komponentos. Taip kamertono duodama nota susideda iš paprastų tonų, kurių dažnumai santykiuoja kaip 1 : 6,25 : 17,5 : 34,3. Taigi tokiais atvejais Fourier'o teorema negali būti pritaikinta, kad išspręstų klausimą, iš kokių komponentinių tonų susideda sudėtinė nota. Vienu žodžiu, Fourier'o teorema yra vienas iš lengviausių matematikos būdų ištirti periodinės kreivosios prigimtį arba sudėtį, kuri atatinka fizinėms kai kurių muzikalių instrumentų ypatybėms. Kitais gi atvejais reikia naudotis kitais metodais sudėtinės periodinės kreivosios išsklaidymui į komponentas. Tokiais atvejais paprasti tonai, kurie sudaro sudėtinę notą, vadinasi obertonais. Antra vertus, tasai terminas obertonas dažnai vartojamas ir augštesnių tos pačios notos harmoningų tonų atžvilgiu.



27 pieš.

Taigi sutraukiant tai, kas čia pasakyta, mes konstatuojame: 1) kad notos būna sudėtinės ir paprastos, arba tonai, kad tonas, arba paprasta nota, charakterizuojasi tam tikru dažnumu, tuo tarpu kaip sudėtinė nota susideda iš eilės tonų, atatinkančių Fourier'o teoremai, arba iš eilės neharmoniškų tonų, iš kurių žemiausias vadinasi pagrindinis tonas, o augštesnieji obertonais; 2) kad notos tembras pareina nuo to, kiek ir kokie augštesni harmonikai, arba kiek ir kokie obertonai prisimaišo prie pagrindinio tono.

Nagrinėjant įvairių notų augštumą Seebeck'o sirena mes jau konstatavome, kad kai kurios notos, skambėdamos tuo pačiu laiku, daro mums malonų įspūdį, ir nustatėme intervalus tarp kai kurių tonų, kurie daro tokį malonų įspūdį. Intervalais vadinasi augštesnio ir artimiausio jam žemesnio tono dažnumų santykiai. Tada jau mes konstatavome, kad jeigu skambės tuo pačiu laiku keturios notos, kurių dažnumai santykiuoja kaip $1 : {}^5/_4 : {}^3/_2 : 2$, tai mes gausime malonų įspūdį, ir todel vadiname tokias notas akordu. Mes jau tada pavadinome pirmąją iš tų notų žemiausio dažnumo prima, arba pagrindine nota, antrąją pavadinome tercija, trečiąją — kvinta ir ketvirtąją — oktava. Taigi ar skambės tuo pačiu laiku prima ir oktava, arba prima, kvinta ir oktava, ar visos keturios, mes visais atvejais turėsime gan malonų įspūdį. Tokiais atvejais mes kalbame apie notų arba tonų konsonansą. Tokiais gi atvejais, kada dvi arba daugiau

skambančių notų daro mums nemalonų, žiaurų įspūdį, mes kalbame apie tonų disonansą. Tie malonūs arba nemalonūs įspūdžiai pareina nuo dviejų tonų dažnumų santykių ir visiškai nepareina nuo tų tonų absolučių dažnumų. Nuo seniausių laikų žinomas faktas, kad dviejų arba keleto tuo pačiu laiku skambančių notų įspūdis yra juo malonesnis, juo mažesniais sveikais skaičiais išreiškiami tų notų dažnumų santykiai, ir tasai įspūdis yra juo žiauresnis, juo painesniais ir didesniais skaičiais išreiškiami notų dažnumų santykiai. Ilgos evolucijos ir prityrimo keliu žmonija priėjo prie eilės tonų su paprasčiausiais intervalais, arba dažnumų santykiais, kurie tonai sudaro vadinamąją diatoninę muzikalinę skalę, ir ta skalė yra šių dienų, bent Vakarų civilizacijos srityje, muzikos pagrindas. Fortepiono klaviatūra susideda iš didelio skaičiaus notų, kurios padalintos į eilę oktavų, apimančių eilę notų nuo pagrindinės iki artimiausios oktavos. Sekant Helmholtz'u pažymėsime atskiras fortepiono vidurinės oktavos notas iš eilės raidėmis:

| c | d | e | f | g | a | b | c' |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $^9/_8$ | $^5/_4$ | $^4/_3$ | $^3/_2$ | $^5/_3$ | $^{15}/_8$ | 2 |

Šitos eilės apačioje parodyti kiekvienos notos ir pagrindinės notos c dažnumo santykiai.

Oktavoms, augštesnėms kaip šita fortepiono vidurinė oktava, mes duosime pažymėjimus mažomis raidėmis, tik pridėdami viršuje ' arba '', arba ''' ir t. t. Oktavoms gi žemesnėms kaip vidurinė oktava, mes duosime pažymėjimus didžiosiomis raidėmis C D E F G A B C, arba antrai žemesnei $C_1$ $D_1$ $E_1$ $F_1$ $G_1$ $A_1$ $B_1$ $C_2$ ir t. t. Šita notų eilė vadinasi oktava todel, kad ji apima aštuonias notas. Vadinasi, oktava primos atžvilgiu visuomet iš eilės bus aštunta augštesnė nota. Taigi mes čia turime skalę, kurioje pereinama nuo vieno tono prie kito ne tolydžio, bet su pertraukomis, šuoliais, kitaip sakant, muzika, kuri evolucijos keliu išsivystė Europoje, visuomet charakterizavosi tam tikra „rakto" nota, būtent, viena ypatinga nota, su kuria melodijoje buvo suderinamos kitos notos, sudarydamos su ta ypatinga nota tam tikrus intervalus. Galima manyti, kad vengiama tolydinio perėjimo nuo vienos notos į kitą notą todel, kad toksai tolydinis perėjimas, kaip vėjo ūžimas arba žmonių ir gyvulių vaitojimas, visuomet daro nemalonų įspūdį, nes asocijuojasi su skausmu. Šiaip ar taip, duotoji diatoninė skālė yra tiek mums priprasta, kad mes žiūrime į ją kaip į mums prigimtą ir manome, kad jeigu mums patiems reikėtų sudaryti muzikalė skalė, tai mes kaip tik sudarytumėm šitą skalę. Bet visgi nereikia užmiršti, kad tai yra visų pirma muzikalio auklėjimo dalykas kaip rasės, taip ir individumo. Mes žinome ir kitas muzikales skales, kurias vartoja įvairios tautos, kaip, pavyzdžiui, kyniečių muzikalė skalė, arba kaip senovės Škotijos muzikalė skalė.

Išeinant iš duotųjų skalės notų relatyvių dažnumų galima apskaityti intervalai tarp dviejų artimiausių skalės notų. Taip intervalas tarp notų c ir d bus $^9/_8$. Kad surastume intervalą tarp notų d ir e parašysime $\frac{d}{c} = \frac{9}{8}$ ir $\frac{e}{c} = \frac{5}{4}$. Padalinus paskutinę lygtį į pirmąją mes gausime $\frac{e}{d} = \frac{5}{4} : \frac{9}{8} = \frac{10}{9}$. Tuo pat būdu mes galime apskaityti ir kitus intervalus tarp dviejų artimiausių notų. Eilė duoda šituos intervalus

| c | | d | | e | | f | | g | | a | | b | | c' |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $^9/_8$ | | $^{10}/_9$ | | $^{16}/_{15}$ | | $^9/_8$ | | $^{10}/_9$ | | $^9/_8$ | | $^{16}/_{15}$ | |

Iš čia matyti, kad intervalas c—d yra didesnis kaip intervalas d—e. Taigi pirmasai tonas vadinasi major, o antrasai tonas — minor. Pirmasai iš jų atsikartoja skalėje 3 sykius, o antrasai 2 sykius. Be to, mes turime intervalą $^{16}/_{15}$, kuris skalėje atsikartoja 2 sykiu ir kuris vadinasi pustoniu.

Kad išsilygintų intervalai ir gautume tuo būdu didesnę variaciją pereinant nuo vieno tono į artimesnį toną tarp dviejų tonų su dideliais intervalais, diatoninė muzi-

kalė skalė turi įterptus pustonius (pustonius es — arba pustonius is). Taigi iš viso tokių pustonių bus penki — trys tarp intervalų tonas major ir du tarp intervalų tonas minor. Vadinasi, šiandien vartojama diatoninė skalė susideda ne iš aštuonių, bet iš dvylikos notų. Fizikos srityje šiandien kaipo standartas vartojama nota c“=512, kitaip sakant, kaipo standartas vartojamas kamertonas, kurio notos dažnumas yra lygus 512. Muzikos gi srityje tasai standartas kiek žemesnis, būtent, ten vartojama nota a’=439. Reikia čia pasakyti, kad šitie standartai ilgainiui mainėsi, ir du nurodytieji nustatyti tik pastaraisiais laikais. Galimas dalykas, kad ir šitie du standartai ilgainiui pasikeis.

Išeinant iš standorto c“=512, parašysime visą oktavos eilę tonų ir pustonių

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1) | c” | is | d” | is | e” | f” | is | g” | is | a” | is | b” | c” | is | d’’’ | is | e’’’ | f’’’ | is | g’’’ |
| | | 546 | | 614 | | | 728 | | 819 | | 922 | | | 1092 | | 1229 | | | 1456 | |
| 2) | 512 | | 576 | | 640 | 683 | | 768 | | 853 | | 960 | 1024 | | 1152 | | 1280 | 1366 | | 1536 |
| 3) | | | | | | | | 768 | | 864 | | 960 | 1024 | | 1152 | | 1280 | 1440 | | 1536 |
| | | | | | | | | | 9/8 | | 10/9 | | 16/15 | 9/8 | | 10/9 | | 9/8 | | 16/15 |
| | | 542,4 | | 608,9 | | | 724,1 | | 812,8 | | 912,3 | | | | | | | | | |
| 4) | 512 | | 574,7 | | 645,1 | 683,4 | | 767,2 | | 861,0 | | 966,5 | 1024 | | | | | | | |

Taigi antra eilė duoda 12 oktavos tonų, vartojamų diatoninėje skalėje. Bet muzikoje ir dainos srityje nuolat tenka keisti „rakto nota“, pradėti, sakysime, melodiją ne nuo primos, bet nuo kvintos. Toksai perėjimas nesudaro jokių sunkenybių tokiems muzikaliems instrumentams, kaip žmogaus balsas arba smuikas, nes tokiais instrumentais esant reikalui galima paimti bet kurią notą ir išeinant iš jos išvystyti visą oktavą nurodytais intervalais. Kitaip yra su tokiais muzikaliais instrumentais, kaip vargonai arba fortepionas, kurie turi klaviatūrą ir kur kiekviena nota galima paimti tik tam tikra klaviša. Pradėjus, pavyzdžiui, nuo kvintos (g) ir išvysčius oktavą nurodytais intervalais mes gausime eilę tonų, pažymėtų trečioje duotosiosios lentelės eilėje. Visos šitos eilės notos dažnumo atžvilgu atatinka antros eilės notoms, išėmus tik dvi, būtent: a“, kuriai antroje eilėje atatinka 853 vibracijos, o trečioje eilėje 864 vibracijos, ir f“ is — su 1456 vibracijų antroje eilėje ir 1440 vibracijų pirmoje eilėje. Vadinasi fortepiano klaviatūrai reikėtų pridėti dvi klavišos su dviem stygomis, kad galima būtų naudotis nota g kaipo „rakto nota“. Bet tas pat reikia pasakyti apie visas kitas notas. Vartojant jas kaip „rakto notas“, fortepiano klaviatūrai reikėtų pridėti visa eilė naujų klavišų sa stygomis. Taigi nekalbant jau apie sunkumą padirbti tokį fortepianą, jo vartojimas ir puikiausiam pianistui būtų labai nepatogus dalykas, nes mes turėtumėm daugybę klavišų ir notų. Todel šiandien tokiems instrumentams, kurie turi klaviatūrą, vieton diatoninės skalės vartojama vadinamoji vienodai temperuota skalė arba vienodo temperamento skalė. Visa skalė susideda iš dvylikos notų, bet intervalai išlyginti. Pažymėsime šitą vienodą visai temperuotai skalei intervalą raide x. Norint pereiti nuo notos c į notą d reikia notos c dažnumą padauginti į intervalą $^9/_8$. Taip pat, pereinant nuo notos d į notą e, reikia $^9/_8$ padauginti į intervalą $^{10}/_9$. Tada mes gausime $^9/_8 \cdot {}^{10}/_9 = {}^{10}/_8 = {}^5/_4$ (tercija major). Toliau, pereinant nuo notos e į notą f, reikia $^5/_4$ padauginti į intervalą $^{16}/_{15}$. Mes tada gausime $^5/_4 \cdot {}^{16}/_{15} = {}^4/_3$ (kvarta) ir t. t. Taigi turint vienodą intervalą x, pereinant nuo primos į oktavą reikia, x paimti daugikliu 12 sykių. Taigi mes tada turėsime $x^{12}=2$, iš kur $x=\sqrt[12]{2}=1{,}0595$. Pustoninis gi intervalas diatoninės skalės yra lygus $^{16}/_{15}=1{,}067$. Vadinasi, skirtumas neperdidelis. Jeigu dabar, išeinant iš vienodo intervalo, sudarysim vienodai temperuotą oktavą, pradedant nuo c“ =512, tai mes gausime notas, kurios pažymėtos lentelės ketvirtoje eilėje. Visos tos notos skiriasi nuo notų, pažymėtų antroje lentelės eilėje, bet mažai. Mes jau žinome, kad skambant dviem notom tuo pačiu laiku juo didesnis bus tarp tų dviejų notų skirtumas, juo daugiau mes girdėsime mušimų. Čia gi mušimų

skaičius bus mažas ir reta ausis sugebės atskirti tas pačias diatoninės skalės ir temperuotos skalės notas. Taigi apsilenkdami čionai su diatoninės skalės santykiais mes gausime skalę, kuri bus neperbloga ir kurios blogumas pasieks vienodai visas notas. Visų didžiausias skirtumas bus notai a" is, kuri diatoninėje skalėje turi dažnumą 922, o temperuotoje skalėje 912,3. Tačiau ir šitą skirtumą galės pastebėti tik ypatingai geros klausos žmogus su gerai išauklėta ausimi. Visais kitais atvejais mes nepastebėsime skirtumo. Taigi turint tokią temperuotą skalę mes apsieisime su paprasto didumo klaviatūra, ir paėmus bet kurią notą kaip „rakto nota" galėsime sudaryti skalę tokios pat kokybės kaip ir skalė notos c.

Dabar grįšime prie klausimo, kodel tokios notos, kurių dažnumų santykiai išreiškiami nedideliais sveikais skaičiais, duoda malonų arba harmonijos įspūdį, o kur tie skaičiai painesni, mes gauname disonanso įspūdį, dažnai žiauriai nemalonų. Vienu žodžiu pasistengsime nustatyti fizinius harmonijos pagrindus. Bet sprendžiant šitą uždavinį mums teks peržengti ribas, kurios skiria fizikos sritį nuo psichologijos srities. Tai yra labai sena problema ir iki šiandien galutinai dar neišspręsta. Garsus senovės matematikas ir filosofas Pytagoras (540—500 prieš iKristų) pirmutinis mėgino duoti atsakymą į šitą klausimą. Legenda pasakoja, kad eidamas vieną sykį pro kalvę Pytagoras išgirdo melodiją mušant kalviams plaktukais į priekalus. Susidomėjęs jis įėjo į kalvę, ir jo geometriškas protas tuojau konstatavo, kad priekalų didumai gali būti išreikšti eile paprastų sveikų skaičių. Taigi remiantis šituo pastebėjimu Pytagoras ėmė eksperimentuoti su stygomis ir konstatavo, kad jeigu padalint stygą į dvi dalis, tai ji duoda toną, kuris yra oktava nepadalintos stygos atžvilgiu. Tegu stygos ilgis tarp dviejų oželių bus 1. Tada vietose, kur styga prispausta prie oželių, mes turėsime mazgus. Tarp dviejų gi mazgų mes turime pusę bangos (žiūr. IV skyriaus 4 ir 5 §§). Vadinasi $\lambda/2 = l$ ir $\lambda_1 = 2l = V.T_1$. Iš čia išeina $1/T_1 = n_1 = V/2l$. Tai bus stygos pagrindinės notos dažnumas. Pastačius gi dar trečią oželį po styga, ties jos viduriu, mes turėsime dabar tris mazgus. Vadinasi, stygos ilgis bus dabar bangos ilgis: $\lambda_2 = l = V.T_2$, iš kur $1/T_2 = n_2 = V/l$. Taigi $n_2 : n_1 = V/2l = 2:1$.

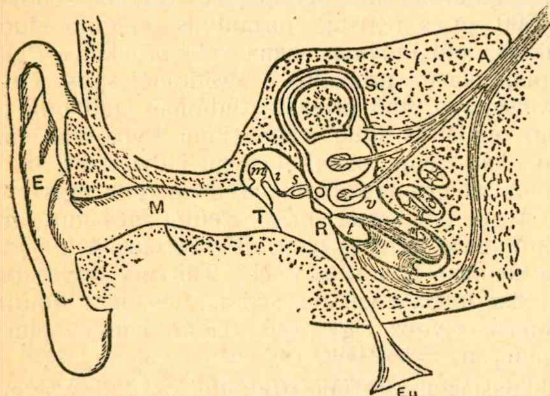
Taip pat Pytagoras konstatavo, kad pastačius trečiąjį oželį trečios dalies stygos atokume nuo pirmojo oželio arba $2/3$ stygos atokume nuo antrojo oželio, $2/3$ stygos duoda toną, kuris yra kvinta. Kadangi $2/3$ stygos yra tarp dviejų oželių, tai mes turime $\frac{2}{3} l = \frac{\lambda_3}{2}$, arba $\lambda_3 = \frac{4}{3} l = VT_3$, iš kur išeina $\frac{1}{T_3} = n_3 = \frac{3V}{4l}$. Taigi $n_3 : n_1 = \frac{3V}{4l} : \frac{V}{2l} = \frac{3}{2}$ = kvintos intervalas. Pagaliau Pytagoras pastebėjo, kad prima oktava ir kvinta, skambėdamos tuo pačiu laiku, daro harmonijos įspūdį. Tą pat jis konstatavo ir kitų skalės notų atžvilgiu ir priėjo prie tos išvados, kad stygos tokių ilgių, kurie santykiuoja kaip 1 : 2 : 3 : 4 : 5..., duoda skambėdamos tuo pačiu laiku visuomet harmoningą įspūdį. Bet jau toliau Pytagoras įpuola į misticizmą, skelbdamas, kad visa kas kosmose esą skaičius ir harmonija ir, vadinasi, kad visokia harmonija pareinanti nuo skaičių harmonijos. Jis net manė, kad septynių planetų atokumų nuo centrinio ugnies žydinio santykiai išreiškiami paprastais sveikais skaičiais, ir todel jis pasakojo savo raštuose apie „sferų harmoniją", kurią jis, tur būt, vienas tik ir tegirdėjo. Reikia tačiau prisipažinti, kad ir šiandien dar fizikų tarpe yra mistikų, kurie pripažįsta skaičiams mistiškus atributus.

Kiek vėliau, būtent 500 metų prieš Kristų, konsonanso ir disonanso problema užsiėmė garsus senovės graikų geometras Euklidas. Jis sako, kad konsonansas yra ne kas kita, kaip dviejų tonų mišinys, disonansas gi reiškia, kad du tonai negali susimaišyti ir todel daro mūsų ausiai nemalonų įspūdį. Mės vėliau pamatysime, kad Euklidas gangreit sučiupo dalyko esmę.

XVII amžiuje po Kristaus šituo klausimu domėjosi eilė filosofų ir matematikų, tarp kitų Leibnitzas, matematikas Euleris, filosofas d'Alembert'as ir poetas-filosofas Goethe. Leibnitzas ir Euleris manė, kad harmonija pareinanti nuo sielos pasitenkinimo, surandant tvarką tarp vibracijų skaičių. Dalykas tas, kad jie abudu jau žinojo, kad tonas pareina nuo vibracijų skaičiaus. Bet ką pasakyti apie žmogų, net ir kompozitorių, kuris neturi

jokio supratimo apie tai, kad tonai pareina nuo vibracijų, o tačiau jų siela gauna tą patį pasitenkinimą. D'Alambert'as žinojo jau daugiau, būtent, kad kiekvienas muzikalis tonas susideda iš pagrindinio tono ir iš keleto obertonų. Žinojo taipgi, kad pagrindinis tonas ir oktava smarkiai panašūs, taigi jis manė, kad oktavos, kvintos, tercijos prisidėjimas prie pagrindinio tono yra visiškai natūralus dalykas ir kaip toks daro gerą įspūdį. Bet tyrinėtojui kaip tik reikia išaiškinti ir reikia suprasti tai, kas yra natūralu. Ir tik antroje XIX amžiaus pusėje dideliam Vokietijos fizikui Helmholtz'ui pasisekė jei ne galutinai išspręsti harmonijos problemą, tai bent konstatuoti tikrą jos fizinį pagrindą.

Bet kad geriau suprastume Helmholtz'o harmonijos teoriją, mums reikia pasipažinti su girdėjimo organo konstrukcija ir su jo funkcijomis. Reikia pasakyti, kad ir šiandien dar ausies konstrukcija ir jos funkcijos toli gražu nėra taip gerai ištirtos, kaip akies konstrukcija ir funkcijos, ir todel suprantama, kad akių medicina yra pasiekusi šiandien daug augštesnį tobulumo laipsnį kaip ausų medicina. 28 piešinys duoda žmogaus ausies skiemenišką vaizdą. Išorine ausies dalį sudaro burblys (concha) E, kuriame prasideda išlenktas kanalas M, uždarytas elastinga membrana T, vadinamu bugneliu (tympanum). Aišku, kad šita dalis, vadinamoji išorinė ausis, panaši į ruporą ir vaidina ruporo vaidmenį. Bet kokios reikšmės turi visi burblio E nelygumai ir vingiai — niekas šiandien negali pasakyti. Bet negali būti jokios abejonės, kad visa tai turi savo reikšmės. Su bugneliu sujungtas mažas kauliukas, vadinamasis plaktukas, ant plaktuko remiasi kitas mažas kauliukas, vadinamasis priekalas, ir pagaliau su priekalu sujungta kilpa, — irgi mažas kauliukas, — kuri savo baze uždaro vadinamąjį ovalinį langą O. Šita ausies dalis vadinasi vidurine ausimi. Vadinasi, joje mes turime eilę mažų kaulelių, paslankiai sujungtų vienas su kitų. Į šitą dalį įeina dar kanalas, kuris jungia vidurinę ausies dalį su gerkle ir kuris vadinasi Eustachijaus trimitas (piešiny Eu). Aišku, kad Eustachijaus trimito uždavinys apsaugo bugnelį nuo sudraskymo, paveikus didesniam oro spaudimui per kanalą M. Del Eustachijaus trimito toksai pat spaudimas veiks bugnelį ir iš kitos pusės. Taigi Eustachijaus trimito uždavinys išlyginti oro spaudimas į bugnelį iš abiejų pusių. Pagaliau pažymėsime čia dar, kad šita vidurinė ausies dalis turi dar antrą langelį, vadinamąjį apskritą langelį, uždarytą elastinga membrana R, lygiai kaip ir ovalinis langelis O. Per tuos du langelius vidurinė ausis jungiasi su vidujine ausimi. Vidujinė ausis vadinasi labirintas ir jo struktūra gan paini. Iš vienos pusės labirintą sudaro trys vadinamieji pusratiniai kanalai Sc. Tie trys kanalai užima plokštes statmeniškai viena kitai: vienas kanalas užima vertikalę plokštę, kitas gulsčią ir trečias plokštę, statmenišką gulsčiai ir vertikalei — vadinamąją frontine plokšte. Kita labirinto dalis tai vadinamasis vėžlys C — vamzdis spyruoklio pavidalo. Šitas vamzdis per visą savo vingiuotą ilgį padalintas pertvara, irgi vingiuota, į dvi dalis. Pačios pertvaros struktūra pluoštinė, ir kai kurie tyrinėtojai suskaitė, kad ta pertvara, kurią anatomai vadina bazilarine membrana, susideda iš 20.000—30.000 pluoštų, elastingų mikroskopiškai plonų siūlų, kurių ilgis nuosakiai didėja einant nuo vėžlio bazės į viršūnę. Visi tie siūlai prasideda vėžlio bazėje ir tęsiasi vėžlio vingiuotam kanale vėduoklės pavidale taip, kad daro gražios mikroskopiškos arfos įspūdį. Nervas A, kuris ateina iš galvos, iš smegenų girdėjimo centro, pasidalina į dvi šakas, iš kurių viena šakodamosi toliau jungiasi su trimis pusratiniais kanalais. Kita gi nervo šaka dalinasi į daugybę pluoštų ir įeina į vėžlio kanalą, kur jungiasi prie bazilarinės membranos pluoštų mikroskopišku organu, surastu 1851 metais markizo A. Corti. Šitas vadinamas



28 pieš.

Corti organas panašus į gausią klaviatūrą, prie kurios iš vienos pusės prijungtos centrinio nervo gausios šakos, iš kitos gi pusės nuo Corti organo klavišų eina mikroskopiškos stygos, įvairaus ilgio ir, galima manyti, įvairaus įtempimo, kurios jungiasi su vėžlio arfos pluoštais. Vidutiniškai Corti organas turi apie 3.000 stygų, kurių ilgis pradedant nuo trumpiausios stygos nuosakiai didėja. Kaip pusratiniai kanalai, taip ir vėžlio kanalo abidvi dalys pilnos skystimo. Pabrėšime čia dar, kad vidutinė ir vidujinė ausies dalys guli tarp stiprių kaulų, tarytum toms dalims apginti nuo žalos. Be to, tie kaulai irgi dalyvauja garso vibracijas perduodant. Taigi garso bangos, patekę į išorinę ausį M sudaro bugnelio vibracijas. Sujungtas su bugneliu vidurinės ausies plaktukas ima irgi vibruoti ir išjudina priekalą m, kuris iš savo pusės išjudina kilpą s. Vibracijos kilpos s sudaro ovalinio langelio O vibracijas ir pagaliau tos vibracijos sudaro bangą skystime (limfoje), kuri banga skleidžiasi per pusratinius kanalus, paskui per vėžlio kanalo vieną dalį ir atgal per kitą vėžlio kanalo dalį pasiekdama apskrito langelio R membraną. Galima manyti, kad banga skystime veikia į bazilarę membraną ir, organui Corti tarpininkaujant, į centrinio nervo galus. Bet jeigu negali būti abejonės del mechaniško garso bangų veikimo perdavimo ligi vėžlio bazilarės membranos, tai jau tolimesnis procesas, kuriuo susidaro garso įspūdis, ir šiandien dar neaiškus. Bet statant klausimą apie įvairių labirinto dalių funkcijas, o ypatingai vadinamojo Corti organo, reikia visų pirma atsiminti tą mūsų ausies gabumą, del kurio mes sugebame sudėtinėje simfonijoje atskirti balsus ir sudėtinėje notoje išskirti tuos paprastus tonus, iš kurių ji sudėta. Vadinasi, šituo atveju mūsų ausis yra daug tobulesnis aparatas kaip akis, nes akis nesugeba baltos šviesos spindulyje išskirti įvairių spalvų spindulių, iš kurių tas baltas spindulys sudėtas. Reikia griebtis tam tikros priemonės, reikia su prizma sudaryti šviesos dispersiją, kad pamatytume, kad baltos šviesos spindulys susideda iš įvairių spalvų spindulių. Ausis gi iš tonų mišinio sugeba išskirti be jokių priemonių atskirus tonus, reaguoja daugybei įvairių tonų ir kiekvienam iš tos daugybės tonų savotiškai. Vadinasi, ausis sugeba analizuoti painiausį tonų mišinį.

Ieškant mechanizmo, kuris ausiai panašiai analizuotų tonų mišinį, įsivaizduokime sau eilę kamertonų. Jeigu dabar vienas iš tų kamertonų ims vibruoti, tai iš eilės kamertonų atsilieps tokie kamertonai, kurie bus suderinti su tuo kamertonu, kitaip sakant, atsilieps visi kamertonai to paties tono. Jeigu gi eilėje kamertonų nebus nė vieno to paties tono kamertono, tai nebus ir jokio rezonanso. Turint eilę stygų, ištemptų ant dėžės ir paleidus notą kamertonu ar bet kuriuo kitu muzikaliu instrumentu, atsilieps ta styga, kurios pagrindinis tonas yra tas pats, kaip kamertono tonas. Jeigu mes duosime eilę notų, tai atsilieps visa eilė stygų, kurios pasirodys suderintos su duotomis notomis, taip kad eilė stygų, ištemptų ant dėžės, yra tikrai tonų mišinio analizatorius. Aišku, kad ir fortepianas, kuris turi daug stygų, irgi yra ne kas kita, kaip garso analizatorius. Iš tikrųjų, pakėlus fortepiano dempferį galima konstatuoti, kad fortepianas atsiliepia į bet kurią notą. Fortepianu galima surasti, iš kokių paprastų tonų susideda bet kuri sudėtinė nota, nes skambant tai notai atsilieps visos tos fortepiano stygos, kurios pasirodys suderintos su skambančios notos komponentiniais tonais. Ir ne tik žmogus, kuris turi normalę ausį, fortepianu sugebės išskirti atskirus tonus, iš kurių susideda sudėtinė nota arba tonų mišinys, bet ir visiškai kurčias žmogus sugebės išspręsti tą patį uždavinį, nes sekant lupa ar mikroskopu fortepiano stygų stovį jis pamatys, kurios stygos vibruoja ir kurios pasilieka parimę, ir, vadinasi, galės pasakyti, iš kokių paprastų tonų susideda nota, kurios jis negirdi. Taigi grįžtant prie klausimo, kokią funkciją atlieka Corti organas, savaime veržiasi į galvą analogija tarp fortepiano ir Corti organo. Galima manyti, kad ausies gabumas išskirti kiekvieną toną ir perduoti to tono veikimą smegenų centrams neleidžiant jam, taip sakant, susilieti su kitais tonais, pareina nuo to, kad kiekviena Corti organo styga rezonuoja į tam tikrą toną arba į eilę tonų, bet siaurose ribose. Taigi išeitų taip, kad kiekvienas žmogus turi du mikroskopiškus fortepianus, po vieną kiekvienoje ausyje, bet kad tie fortepianai, nors ir mikroskopiški, visgi yra daug daugiau tobulesni kaip vartojami koncertuose fortepianai, nes pagaminti fortepianą su 3000 stygų ir su tokia gausia klaviatūra šių dienų technika nesugeba. Veikiant bet kuriam tonų mišiniui visuomet atsiliepia, rezonuoja, tos Corti

organo mikroskopiškos stygos, kurios pasirodys suderintos su paprastais tonais, kurie sudaro tonų mišinį. Šita hipoteza apie Corti organo funkciją priklauso Helmholtz'ui. Kaip hipotezą, ją galime priimti, galime atmesti. Bet visgi nurodysime čia vieną įdomų faktą, kurį pastebėjo V. Hensenas. Ant vėžių kūno paviršiaus yra eilės trumpesnių ir ilgesnių plaukelių taip pat nevienodo storumo, kurie yra surišti su vėžio klausos nervais. Taigi Hensenas konstatavo, kad tie plaukeliai ima vibruoti, skambant tai ar kitai notai, ir kas ypatingai įdomu, skambant įvairiems tonams vibruoja kiekvieną sykį kiti plaukeliai, ne tie patys. Taigi šitas faktas tarytum remia Helmholtz'o hipotezą.

Pasipažinę su ausies konstrukcija ir su Helmholtz'o hypoteza apie Corti organo funkciją, grįšime dabar prie pagrindinio klausimo, kurį pirmasai pastatė Pytagoras ir į kurį nesugebėjo atsakyti remiantis fiziškais pagrindais, būtent, kodel vieni tonai, tokie, kurių dažnumai santykiuoja kaip nedideli sveiki skaičiai, duoda harmoningus akordus, duoda konsonansą, kiti gi tonai, kurių dažnumų santykiai išreiškiami painesniais skaičiais, duoda disonansą. Ir į šitą klausimą visų labiausiai patenkinantį atsakymą davė Helmholtz'as, ir kad suprastume jo harmonijos teorijos esmę, atkreipsime visų pirma akį į tą faktą, kad bet kuriam percepcijos procese didelės reikšmės turi tie to proceso elementai, į kuriuos mes kreipiame savo dėmesį, ir kad nuo dėmesio žymiai pareina to ar kito įspūdžio kokybė. Daugeliui žmonių žinomas paveikslas, vadinamas „Napoleono kapas". Žiūrėdami į tą paveikslą ir kreipdami akį į jo detales, mes matome akmenį, apsuptą medžiais, ir tarp medžių šviesų dangų. Bet kreipdami daugiau dėmesio į dangų, kaip į kapo detales, mes staiga pastebime Napoleono figūrą. Kiekvienas žmogus, kuris šiek tiek analizuoja savo įspūdžius, iš prityrimo žino, kad kreipdami dėmesį į tą ar kitą smulkmeną mes gauname vieną įspūdį, žiūrint gi, taip sakant, perspektyvoje, gauname kitą to paties vaizdo įspūdį. Mes jau žinome, kad kiekviena natūralė nota, turinti muzikalės vertės, susideda iš pagrindinio tono ir eilės obertonų, ir skambant akordui mūsų įspūdis bus nevienodas ir pareis nuo to, ar mes kreipiame savo dėmesį į pagrindinį toną, ar į tą ar kitą obertoną. Taip, pavyzdžiui, kiekvienas pianistas žino, kad galima pasiekti nuostabaus efekto paėmus kurį nors akordą ir tuoj paleidus vieną iš klavišų. Akordo kokybė žymiai keičiasi. Vienas gal iš svarbiausių pianistų gabumų ir yra kreipti klausytojų dėmesį sulig reikalu. Bet iš kitos pusės vienas iš svarbiausių klausytojų gabumų yra mokėti klausyti, nes gabumas klausyti toli gražu ne kiekvieno žmogaus dalykas. Žmogus su vidutiniška normale ir šiek tiek muzikaliai išauklėta ausimi sugeba išskaidyti į atskirus tonus bet kurią harmoniją. Pratinant savo ausį galima lengvai pasiekti dar daugiau, būtent, išskaidyti bet kurią muzikalę notą į eilę tonų. Taip sudavus fortepiano notos c klavišą, gerai išauklėta ausis išgirs dar šias notas: oktavą c', tos oktavos kvintą g', antrąją oktavą c", tos oktavos terciją major e" ir pagaliau dar tos oktavos kvintą g". Taigi išskirs eilę tonu, kurių dažnumai santykiuoja kaip 1:2:3:4:5:6 Čia c bus pagrindinis tonas, o visi kiti obertonai. Taip pat sudavus klavišą e, gerai išauklėta ausis sugebės išskirti dar šiuos notos e obertonus: e' b' e" g" b". Kas čia pasakyta apie c ir e galima atkartoti apie bet kurią muzikalę notą. Kiekviena nota, skambėdama duoda ne tik savo pagrindinį toną, bet ir eilę obertonų, būtent: oktavą, tos oktavos kvintą (duo decimą), antrąją oktavą ir t. t.; tie obertonai gali būti smarkesni ir silpnesni, bet nuo jų pareina, kaip jau mes žinome, notos kokybė arba tembras, del kurios mes lengvai atskirsime tą pačią notą vargonų, fortepiano, smuiko, violončėlės, žmogaus balso ir t. t. Labai lengva demonstruoti tuos obertonus ant pianino. Pakėlus dempferį ir trumpai sudavus, sakysime, notą c, nuleidžiant iš eilės klavišas (tik nemušant) c' g' c" e" g" mes iš eilės pastebėsime, kad tos notos skamba, nors jos ir nesuduotos. Jeigu mes 5 pirštais visų tų notų klavišus nuleisime žemyn, tai trumpai sudavę klavišą c mes gausime akordą visų tų obertonų, kaip rezonanso išdavą, vienu žodžiu, kaip grynai mechaniškos būtenybės išdavą.

Čia mes visą laiką pabrėžėme, kad mes pastebime tuos obertonus tik kreipdami į juos dėmesį. Bet tai nereiškia, kad tie patys veiksniai neveikia, kada nekreipiama į juos dėmesio. Aplamai, mūsų percepcijos procesuose labai dažnai turi didžiausios reikšmės tokie veiksniai, į kuriuos mes nekreipiame dėmesio. Taip, labai dažnai ieš-

kant, sakysime, reikalingo daikto kitų daiktų krūvoje, mes jį surandame del kurios nors trivialės smulkmenos, pavyzdžiui, iš krūvos knygų mes ištraukiame reikalingą mums knygą pamatę popiergalį prie tos knygos, todel, kad šiaip ar taip mūsų atmintyje to popieriaus įspūdis asociavosi su knygos vaizdu, nors mes į tai niekad nekreipėme reikalingo dėmesio.

Taigi tas faktas, kad kiekviena muzikalė nota susideda iš pagrindinio tono ir iš didesnio arba mažesnio skaičiaus silpnesnių obertonų, priskiriant Corti organui funkciją analizuoti tonų mišinį ir skaidyti šitą mišinį į jo harmoningas komponentas, sudaro Helmholtz'o teorijos pagrindą. Vadinasi, einant ta teorija į Corti organą reikia žiūrėti kaip į aparatą, arba mechanizmą, Fourier'o teoremai pritaikinti.

Kitą pagrindinę dalį Helmholtz'o teorijos sudaro tas jau mums žinomas faktas, kad skambant dviem to paties dažnumo notom tuo pačiu laiku, mes turime pilną konsonansą ir garso sustiprinimą, skiriantis gi toms notoms dažnumo atžvilgiu mes turime garso mušimus arba drebėjimus — kitaip sakant, tono maksimumus ir minimumus. Toliau mes žinome, kad tų mušimų arba drebėjimų skaičius per sekundą yra lygus dažnumų skirtumui. Pagaliau mes žinome, kad tie mušimai ima daryti mums nemalonų įspūdį augant jų skaičiui, ir maksimum nemalonumo mes jaučiame tada, kada tų mušimų arba drebėjimų skaičius pasiekia 33 per sekundą, einant Helmholtz'o eksperimentais. Bet augant toliau tam skaičiui, nemalonumas mažėja ir visiškai išnyksta, kada tas skaičius darosi didelis. Mes vėliau pamatysime, kad esant mušimų skaičiui dideliam, skambant dviem notom mes gauname įspūdį dar trečios notos arba, tiksliau sakant, trečiojo notos tono, kurio dažnumas yra lygus abiejų skambančių notų dažnumų skirtumui. Todel tas tonas vadinasi differencijos tonas.

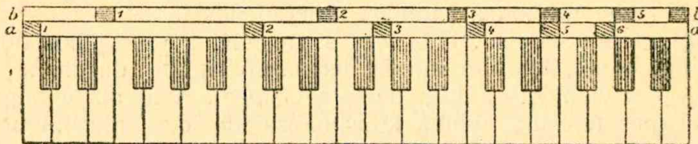
Atsimindami nurodytus čia faktus mes suprasime, kodel vienos notos konsonuoja ir daro harmonijos įspūdį, kitos gi duoda disonanso įspūdį, dažnai labai nemalonaus. Jeigu mes turime dvi vienodas notas, tai jos susideda iš tų pačių pagrindinių tonų ir obertonų ir todel mes turėsime tobūlą konsonansą be jokių mušimų ir garso sustiprinimą, nes obertonai dažnumo atžvilgiu tiek žymiai skiriasi nuo pagrindinių tų notų tonų, kad jokių mušimų tarp pagrindinio tono ir obertono mes nepastebėsime.

Suduosime dabar vidurinės fortepiano oktavos notas c (primą) ir e (terciją major). Mes turėsime harmonijos įspūdį, turėsime ir čia konsonansą, bet jau nebe tiek tobulą kaip skambant tuo pačiu laiku dviem vienodom notom. Mes tuoj suprasime, kodel čia konsonansas nebe toks tobulas, parašę vieną po kitos notas c ir e su jų obertonais:

$$\begin{array}{l|l} c & c'\ g'\ c''\ e''\ \ g'' \\ \hline e & e'\ b'\ e''\ g''is\ b'' \end{array}$$

Taigi mes matome, kad šitos dvi notos turi tik vieną bendrą obertoną, būtent, e'', obertonai gi g'' ir g''is labai arti vienas nuo kito, kiti gi obertonai aiškiai skiriasi vienas nuo kito. Taigi čia konsonansas bus tik tarp tų pačių obertonų arba tokių, kurie labai mažai skiriasi vienas nuo kito. Kiti gi obertonai duos čia mušimus, ir todel konsonansas jau nebebus tobulas. Taigi einant Helmholtz'o teorija konsonansą mes turėsime visais tais atvejais, kada nebus mušimų arba kada tų mušimų skaičius per sekundą bus toks didelis, kad mes jų nepastebėsime kaip notų supimo, arba pastebėsime kaip naują diferencijos toną. Disonansą gi turėsime visais tais atvejais, kada mušimų skaičius bus arti nuo 33. Vadinasi, pasak Helmholtz'o, mušimai, drebėjimai, tonų supimai yra tikra disonanso priežastis ir tikras harmonijos priešas. Apibendrinant šitą išvadą galima pasakyti, kad konsonansas, harmonija, tarp dviejų arba, aplamai, keleto notų bus juo tobulesnis, juo daugiau tos notos turės bendrų obertonų, taigi juo didesnis bus panašumas tarp tų notų jų sudėties atžvilgiu. Jeigu mes dabar atsiminsime, kad Euklidas dviejų tonų konsonansu vadina jų susimaišymą, disonansu gi jų nesugebėjimą susimaišyti, tai reikia pripažinti, kad nėra skirtumo tarp Helmholtz'o konsonanso ir disonanso definicijos ir Euklido definicijos, nes aišku, kad pilnai gali susimaišyti ir duoti tobuliausį konsonansą tik tokie tonai, kurie susideda iš tų pačių obertonų, ir aplamai, juo daugiau bus tų bendrų obertonų, juo geresnis bus tų tonų

susimaišymas. Prie to reikia atsiminti mūsų sielos nusistatymą prieš griežtą perėjimą nuo pripraslo mums dalyko prie visiškai naujo dalyko ir jos pasitenkinimą, kada pereinant prie naujo dalyko ji suranda jame priprastus ir žinomus fenomenus. Taigi perėjimas nuo primos prie oktavos mūsų niekad nestebina. Sudavus oktavą mes, tarytum, girdim vėl pagrindinę notą, ir tai todel, kad skambant primai ir oktavai tuo pačiu laiku mes del didelio dažnumų skirtumo nepercepuojame mušimų. Be to, prima ir oktava turi po du bendrus obertonus, kiti gi obertonai yra tie patys, tik santykiuoja kaip prima ir oktava $\left(\frac{c\,c'\;g'\;c''\;e''\;g''}{c\,c''\;g''\;c'''\;e''\;g'''}\right)$. Prima gi ir oktava visada duoda rezonansą, kaip lengva įsitikinti paėmus dvi švytuokles, sakysime, periodo vienos sekundos ir $1/2$ sekundos ir pritaikinus prie tų dviejų švytuoklių nagrinėjimus, išdėstytus šito paragrafo pradžioje: svyruojant vienai iš tų švytuoklių ims svyruoti ir kita ir, vadinasi, mes čia turime rezonansą. Taigi tobuliausias rezonansas bus tarp primos ir oktavos, ir todel suprantama, kad iš visų intervalų visų lengviausia suderinti oktava. Antras tobulumo atžvilgiu intervalas bus kvinta, nes prima ir kvinta turi po du bendrus obertonus, kiti gi obertonai mažai skiriasi vienas nuo kito. Taigi ir kvinta suderinti lengva. Jau ne vieną sykį mūsų minėtas garsus Vienos fizikas ir filosofas Ernstas Machas, kuris tarp kitko daug užsiiminėjo įvairių jutimų analizu ir yra parašęs apie tai visą eilę veikalų, duoda šį šabloną, kuriuo iš anksto galima nustatyti, kurios fortepiano notos konsonuos, kurios disonuos, ir net kiek jos disonuos (žiūr. 29 pieš.). Mes čia




29 pieš.

turime dalį fortepiano klaviatūros, prie kurios galima pridėti vieną, kitą, trečią ir t. t. tiesyklę, ant kurių tam tikrais ženklais ir skaitmenimis pažymėti tam tikri pagrindiniai tonai ir lydintieji juos obertonai. Ant tiesyklės aa pažymėtas tonas c skaitmeniu 1 ir to tono obertonai skaitmenimis 2, 3, 4, 5, 6. Ant tiesyklės bb pažymėta tas pat. Pridėjus tiesyklę aa prie fortepiano klaviatūros taip, kad tos tiesyklės bruožas, pažymėtas skaitmeniu I, sutaptų su klaviša c, mes matome, kad tos tiesyklės bruožai pažymėti iš eilės skaitmenimis 2, 3, 4... sutampa su oktava, su tos oktavos kvinta, su antra oktava, su tos oktavos tercija major ir pagaliau su jos kvinta. Pridėjus dar prie klaviatūros tiesyklę bb taip, kad jos bruožas, pažymėtas skaitmeniu l, sutaptų su klaviša e, mes pamatysime, kad tos antrosios tiesyklės bruožai 2, 3, 4... sutaps iš eilės su klavišomis e'' a'' e'''..., vadinasi, su notos e obertonais. Be to, mes čia matome, kad notos c ir e turi tik vieną bendrą obertoną, būtent, e'', kiti obertonai, pažymėti skaitmenimis 3—4 ir 5—6, yra gan arti vienas nuo antro, ir pagaliau likusieji obertonai yra žymiai nutolę vienas nuo kito. Taigi čia mes iš anksto galime nustatyti, kurie obertonai duos drebėjimus, ir kiek tų drebėjimų bus. Šitom dviem tiesyklėm, pastačius tiesyklę aa taip, kaip ji 29 piešiny pastatyta, tiesyklę gi bb taip, kad bruožas 1 sutaptų su notos c oktava, mes tuoj pamatysime, kad čia 1b sutampa su 2a, 2b su 4a, 3b su 3a, vadinasi, kad obertonai vienos notos sutampa su kitos notos obertonais, ir todel lengvai suprasime, kodel čia bus tobuliausias konsonansas.

Čia mes neturėsime jokių mušimų. Palikę tiesyklę aa taip, kaip ji pastatyta 29 piešiny, ir padėję tiesyklę bb taip, kad bruožas 1 sutaptų su g (vadinasi, su kvinta), mes ir čia rasime bendrus obertonus ir suprasime, kodel ir čia bus geras konsonansas. Elgiantis tuo būdu mes galime surasti įvairių įvairiausias tonų kombinacijas kaip konsonansui taip ir disonansui ir išreikšti tuos santykius skaitmenimis. Taigi paprastas Helmholtz'o paskelbtas dėsnis, kad konsonansas yra simultaninis keleto notų skambėjimas

be žymių drebėjimų, duoda suteikti harmonijos mokslui matematišką formą ir įveda puikią tvarką ir tobulą matematišką logiką į general—baso teoriją, apie ką prieš Helmholtz'ą negalėjo būti jokios kalbos. Įdomus ir nustabus tai dalykas, kad dideli muzikos genijai, kaip Palestrina, Mocartas, Beethovenas, neturėdami jokio supratimo apie fiziškus harmonijos pagrindus, savo kūryboje aiškiai laikėsi tų pagrindų. Intuicijos keliu, nesąmoningai, jie nustatė tikrus harmonijos pagrindus, bet nė vienas iš muzikos vadovėlių nesugebėjo duoti jų kūrybos išaiškinimo, kol ta kūryba nebuvo nušviesta Helmholtz'o teorija.

Kiek garso kokybė pareina nuo obertonų, gerą tam pavyzdį duoda mūsų balsiai u, o, a, e, i, nors reikia prisipažinti, kad ir šiandien dar balsių teorija galūtinai nėra nustatyta. Žmogaus balso aparatas, jau anksčiau mūsų aprašytas (žiūr. 26 pieš.), turi kaipo rezonatorių gerklės tarpą, burną ir nosį. Tariant iš eilės nurodytuosius balsius mes tuoj pastebėsime, kad mūsų burna vis labiau ir labiau atsidaro: ji mažiausiai atidaryta tariant u ir labiausiai atidaryta tariant i. Taigi sudarydami gerklės chordomis tą patį pagrindinį toną visiems tiems balsiams, mes, mainydami burnos tūrį ir dar tuo pačiu laiku veikiant kaip rezonatoriams sujungtiems su burna gerklės tarpui ir nosiai, pridedame prie to paties pagrindinio tono įvairius obertonus ir kaip išdavą gauname įvairius garsus. Pirmutinis Willis 1829 metais pamėgino dirbtiniu būdu sudaryti garsus, panašius į balsius, vartodamas birbinę su įvairios formos ir didumo rezonatoriais. Remdamasis savo eksperimentais jis konstatavo, kad pagrindinis tonas, kuriuo sudaroma tas ar kitas balsis, gali mainytis, bet kad rezonatoriai visada prideda prie to pagrindinio tono tam tikro dažnumo obertonus. Vėliau šituo klausimu užsiėmė Helmholtz'as ir savo rezonatoriais, kurio pavyzdį vaizduoja 27 piešinys, padarė įvairių balsių analizę ir nurodė, kurie obertonai charakteringi kiekvienam balsiui.

Helmholtz'as nepasitenkino balsių analize ir mėgino sudaryti balsius sintezės keliu vartodamas eilę kamertonų su rezonatoriais nedidelių cilindrų pavidalo, kurių dažnumas galima buvo reguliuoti dangčiais pridarant labiau ar mažiau rezonatoriaus skylę. Reikia pasakyti, kad Helmholtz'ui nepasisekė reprodukuoti tuo metodu visų balsių. Duodame čia Helmholtz'o eksperimentų rezultatus kai kuriems balsiams:

| | |
|---|---|
| O | · b (240) + b' (480) + f" (683) |
| A | b + b' + f" + b" + d''' + f''' |
| E | b + b' + f''' + a''' + b''' |

Taigi paprasčiausią sudėtį turi balsis u. Jo pagrindinis tonas yra b vidurinės fortepiano oktavos dažnumo 240, kurį burna ir nosis, kaip rezonatoriai, tik sustiprina.

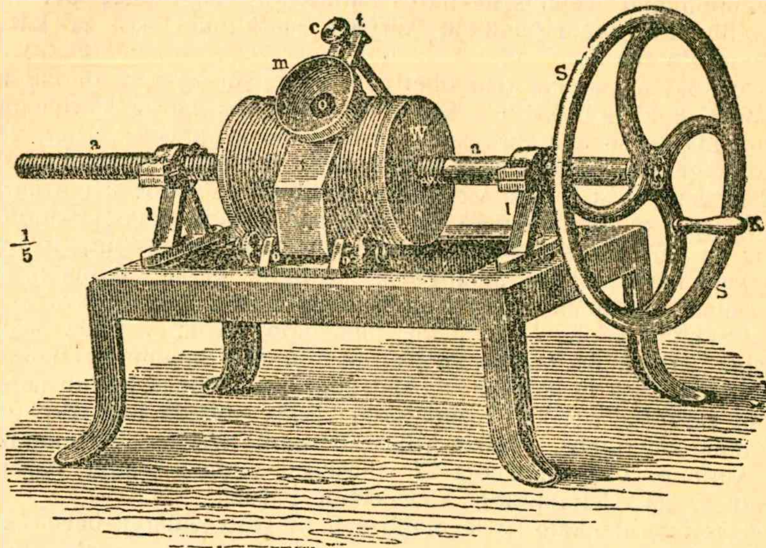
Balsis o prie to paties pagrindinio tono charakterizuojasi obertonais b' dažnumo 480 ir f" dažnumo 683. Šitie abudu obertonai silpnesni kaip pagrindinis tonas ir iš jų f" silpnesnis kaip b'. Jeigu mes žiūrėsime į garsą, gerklės chordų sudarytą, kaip į įvairių tonų mišinį, tada burna ir nosis kaip sudėtinis rezonatorius balsiui o stiprina paprastus tonus b' ir f", kitaip sakant, „prideda" prie pagrindinio tono tuos du obertonus. Taip pat tariant a prie to paties pagrindinio tono prisideda eilė obertonų b', f", b", d''', f''' ir tariant e b', f''', a''', b'''.

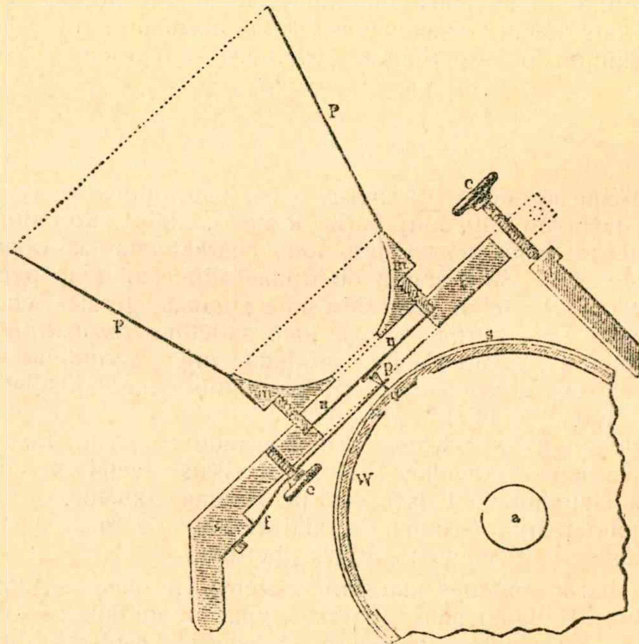
Willis ir Helmholtz'as tvirtina, kad pagrindinis balsių tonas gali mainytis, ir jis nevienodas įvairiems individams, bet kad visais atvejais prisideda tie patys obertonai. Taigi šita Helmholtz'o balsių teorija žinoma akustikoje kaip nuolatinio arba „fiksuoto" aukštumo teorija, atsimenant, kad visada prie to arba kito pagrindinio tono tiems patiems balsiams prisideda tie patys obertonai.

Kiek vėliau balsių sudėties klausimu užsiėmė Hermannas, kuris nagrinėjo balsius Edisono fonografu. Kadangi šitas aparatas, ypač modifikuotas gramofono pavidalu, turi šiandien didelės praktikos ir mokslo reikšmės akustikos srityje, tai duosime čia trumpą šito aparato aprašymą.

Fonografas buvo Edisono išrastas remiantis fonautografo principu, kuris jau anksčiau buvo vartojamas garsų registracijai ir kuris iš esmės yra panašus į 2 § aprašytą prietaisą (žiūr. 19 pieš.), kad grafiškai surastum tono dažnumą. Taigi ir fonautografas susideda iš metalinio cilindro, apkloto suodžiomis nudažytu popierium, kuris

padėtas ant ašies. Tos ašies galai įdėti į pakaklius, kuriuose ji sukasi veikiant rankena, užmauta ant vieno ašies galo, tik vieton kamertono čionai ties cilindru padėtas paraboloidinis veidrodis su apskrita maža skyle jo viršūnėje ir su membrana, ištempta veidrodžio fokuje. Su membrana sujungtas vienas laužtos svirties galas,




30 pieš.

kurios kitas galas, adatos ar vinelės pavidalo, liečia suodžiomis nudažytą popierių, kuriuo apklotas cilindras. Šita vinelė suderinta su membrana taip, kad vibruojant membranai vinelės galas vibruotų lygiagrečiai cilindro ašiai. Kalbant dabar į paraboloidinį veidrodį ir sukant tuo pačiu laiku vienodu greitumo cilindrą, vinelė nupieš ant

suodžiomis nudažyto popieriaus tą ar kitą sudėtinę kreivą liniją, kuria charakterizuojasi paleisti į veidrodį garsai, kurie, atsimušę nuo veidrodžio sienų, koncentruojasi fokuje membranoj. Taigi turint garso kreivąją galima ją analizuoti, eventualiai pritaikinant Fourier'o teoremą, ir tuo būdu spręsti apie garso kokybę.

Edisono fonografas yra tas pats fonautografas (žiūr. 30 pieš. viršuj ir apačioje). Viršuj parodytas Edisono fonografas perspektyvoje jo pirmykščioje formoje, apačioje to aparato skiemuo skersame pjūvyje. Mes čia turime ašį aa, aprūpintą sraigto įgraiža, kuri sukama rankena K vienodu greitumu buksvose 11. Ant ašies užmautas cilindras W, kurio paviršius irgi aprūpintas sraigto įgrąža to paties augštumo kaip ir ašies aa sraigto įgrąža. Ašis aa suderinta su buksvomis ir su cilindru taip, kad sukant ją į vieną ar į kitą pusę cilindras slenka į vieną ar į kitą pusę vienodu greitumu. Ties cilindru padėtas PP koštuvo pavidalo vamzdis, kurio apatinis galas uždarytas plona stiklo plokštele nn (žiūr. apatinį piešinį). Stiklo plokštelės storumas $1/_{10}$ mm. Su šita plokštele sujungta sapfiro vinelė p, kurios smailasai galas liečia cilindro W paviršių. Cilindro paviršius apklotas vaško sluogsniu. Sukant vienodu greitumu ašį aa, cilindras suksis ir tuo pačiu laiku slinks, sakysime, į kairę pusę. Kalbant į vamzdį PP stiklo plokštelė nn vibruos, vadinasi, ir sapfiro vinelė, ir jos smailasai galas išvarys ant vaško vagą sraigto linijos pavidale, visai atatinkančios cilindro sraigto linijai. Tos vagos gilumas vietomis bus didesnis, vietomis bus mažesnis — tai pareis nuo stiklo plokštelės ir, vadinasi, sapfiro vinelės svyravimų amplitudos, kuri, kalbant į vamzdį PP, nuolat mainysis. Jeigu dabar sukant už rankenos K grąžinti cilindrą W į jo pirmykščią padėtį ir išėmus stiklo plokštelę nn su vinele p, pakeisti ją kita tokia pat plokštele su tokia pat vinele iš sapfiro, bet su buku galu, ir padėti tą buką galą į smailosios sapfiro vinelės išvarytą vagą, tai sukant vėl cilindrą ta pačia kryptim kaip tai buvo daroma kalbant į vamzdį PP, bukasis vinelės galas eis vaga ir, kadangi ta vaga vietomis gilesnė, vietomis mažesnio gilumo, tai vinelė, eidama vaga, vibruos taip, kaip vibravo smailoji vinelė išvarydama vagą ant vaško. Vinelės vibracijos privers vibruoti stiklo plokštelę, stiklo plokštelės vibracijos sudarys oro vibracijas vamzdyje PP, ir mes iš vamzdžio PP išgirsime tuos pačius garsus ir gangreit toje pat kokybėje, kaip jie buvo paleisti į vamzdį PP. Taigi fonografas tuo skiriasi nuo fonautografo, kad jis ne tik registruoja bet kuriuos garsus, bet juos ir atkartoja ne tik dažnumo atžvilgiu, bet ir kokybės atžvilgiu.

Vėliau Edisono fonografas buvo modifikuotas, suteikus jam formą visiems šiandien žinomo gramofono. Gramofono skirtumas nuo fonografo yra tas, kad vieton cilindro vartojama apskrita cinko plokštelė, apklota plonu vaško sluogsniu. Ta plokštelė padėta aparate taip, kad tam tikru mechanizmu, sakysime, laikrodžio mechanizmu, ji sukama vienodu greitumu. Antras skirtumas yra tas, kad vinelė, sujungta su membrana ruporo arba vamzdžio PP, sukantis cinko plokštelei pamaži slenka nuo centro rato į periferiją. Taigi vinelė išvaro ant vaško cinko plokštelės vagą plokščio spyruoklio pavidalo. Jeigu dainuoti į ruporą PP, tai ant vaško tas dainavimas bus užregistruotas įvaraus gilumo vaga spyruoklio pavidalo. Išėmus cinko plokštelę ir veikiant ją rūgštimi (H Fl — rūgštimi), pastaroji ypatingai smarkiai paveiks tas cinko vietas, kur vagos gilumas bus didesnis. Taigi tuo būdu mes ant paties cinko paviršiaus gausime dainavimo vagą spyruoklio pavidalo. Aišku, kad nuo tokios cinko plokštelės galima padaryti matrica (nuimti lipinys) bet kuria plastinga medžiaga. Suprantama, kad ant tokios matricos vaga bus cinko plokštelės vagos negatyvas: vadinasi, tos plokštelės įdubimai reikšis ant matricos kalneliais, cinko gi plokštelės kalneliai reikšis matricoj įdubimais. Nuo tos gi matricos galima dabar nuimti visa eilė lipinių, kurie bus tikromis pirmykščios cinko plokštelės kopijomis ir kuriais, turint gramofoną, galima įvairiose vietose atkartoti vieną sykį į gramofono ruporą PP padainuota daina arba pasakyta prakalba. Tokios gramafono plokštelės šiandien daromos masėmis iš kieto kaučiuko.

Gramofonas, daugiausia amerikiečių dėka, šiandien tiek ištobulintas, kad bet kur mes galime turėti puikiausį atkartojimą koncertų, paskaitų, prakalbų ir t. t. Reikia dar atsiminti, kad laužtomis svirtimis galima žymiai sustiprinti garsai, paduoti į gramofoną, nemainant jų tembro arba kokybės, o tiktai didinant vibracijų amplitudą.

Bet dar didesnės reikšmės gramofonas šiandien turi akustikos srityje, analizuojant įvairių įvairiausius garsus ir balsus, ir todel jis turi reikšmės ne tik fizikai, bet ir filologui folkloristui, muzikos studentui ir t. t., nes juo galima išskaidyti ištartą žodį į jo elementus ir pavyzdžiu konstatuoti, kad įvairiose žemės vietose pas įvairias rases atsikartoja tie patys pagrindiniai garsai, ta pati modulacija, tos pačios pagrindinės notos ir t. t. Galima nurodyti, kad paukščių melodijos iš esmės nieku nesiskiria nuo žmonių melodijų. Todel suprantama, kad šiandien kai kuriuose civilizuotuose centruose, kaip Berlynas, Paryžius, prie valstybinių knygynų atidaromi fonautografiniai skyriai nurodytoms studijoms garsų srityje varyti.

Grįšime dabar vėl prie balsių, kurių tolimesnį nagrinėjimą, kaip jau paminėta, tęsia Hermannas Edisono fonografu. Hermannas konstatavo analizuodamas balsių kreivas linijas, kad jų kokybė arba tembras iš tikrųjų pareina nuo obertonų, bet kad tie obertonai mainosi tam tikrose ribose, vadinasi, nėra fiksuoti. Hermannas mano, kad balsis yra tokios rūšies akustikos fenomenas, kuris pareina nuo „charakteringo" obertono, kuris tačiau gali mainytis tam tikrose siaurose ribose, neatsiliepdamas į balsių kokybę. Taip, pavyzdžiui, balsiui a „charakteringas" obertonas gali būti kaip f" taip ir a", vadinasi, šitose ribose tasai „charakteringas" obertonas gali mainytis. Tas pat reikia pasakyti ir apie kitus balsius. Taigi šiandien greta su Helmholtz'o fiksuotų obertonų teorija yra ir kita balsių teorija, būtent, „relatyvaus" augštumo teorija, einant kuria to ar kito balsio kokybė pareina nuo tam tikro pastovaus santykio tarp „charakteringų" obertonų ir pagrindinio tono dažnumo. Deja, fonografas nepadėjo galutinai išspręsti ginčus tarp šitų dviejų teorijų. Jeigu būtų tikra fiksuoto augštumo teorija, tai balsis, paduotas į fonografo ruporą, būtų tikrai atkartotas tik tada, kada fonografas atkartodamas suktųsi tuo pačiu greitumu, kaip jis sukėsi priimdamas balsį. Jeigu gi būtų tikra „relatyvaus" augštumo teorija, tai fonografas atkartotų suteiktą jam balsį prie bet kurio fonografo greitumo. Iš tikrųjų gi balsių tyrinėjimas fonografu rodo, kad balsių kokybė mainosi mainantis fonografo cilindro greitumui ir pasidaro visiškai kitokia, kada tas greitumas žymiai padidės, sakysime, pasidarys dusyk didesnis kaip buvo priimant fonografui balsį. Bet, antra vertus, žymus greitumo pasikeitimas nepanaikina galimumo pažinti tą ar kitą balsį. Šitas faktas, tarytum, remia Hermanno teoriją. Dalykas tas, kad nėra dviejų individų, kurie, tardami tą ar kitą balsį, suteiktų jam tuos pačius pagrindinius tonus ir obertonus, ir tame yra visas panašių tyrinėjimų sunkumas. Šiaip ar taip, reikia konstatuoti, kad balsių teorija šiandien dar nebaigta, ir todel reikalingi yra tolimesni tos problemos tyrinėjimai.

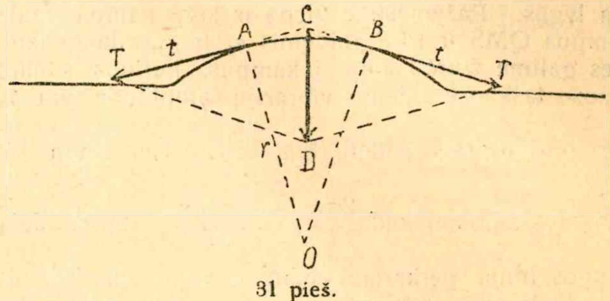
## 4 §. Ištemptų šniūrų ir stygų skersos vibracijos ir tų vibracijų skleidimosi greitumas. Monochordas, arba sonometras, stygų vibracijų dėsniams patikrinti. Melde eksperimentai. Išilginės stiebų vibracijos. Skersos stiebų vibracijos. Kamertonas. Plokštelių vibracijos ir Chladni figūros. Varpai. Membranos.

Praktikoje vartojami trijų rūšių muzikaliai instrumentai: stygų instrumentai, kaip fortepianas, smuikas, arfa, gitara, citra ir panašūs; plokštelių instrumentai, kaip cimbolai, gongas, varpai, ir oro instrumentai, kaip vargonai ir įvairios rūšies dūdos (fleita, klarnetas, kornet a pistonas, trombonas ir panašūs). Neliesdami įvairių muzikalių instrumentų konstrukcijos, mes šitame ir kitame paragrafe užsiimsime stygų, stiebų, plokštelių ir dūdų vibracijomis, kurios sudaro įvairios rūšies muzikalių instrumentų veikimo pagrindą.

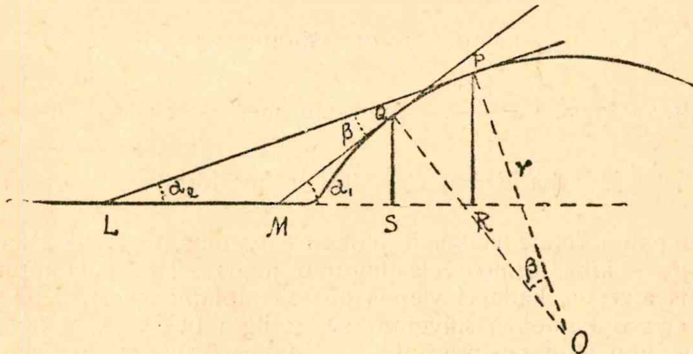
Pradėsime nuo stygų vibracijų. Plonų stygų, vadinasi, tokių, kurių diametras yra labai mažas palyginus su jų ilgiu, vibracijų dėsniai yra tie patys, kaip ir lanksčių, įtemptų šniūrų vibracijų dėsniai. Jeigu pakabinus tokį šniūrą už vieno galo ir įtempus jį išlenkti bet kurioj vietoj, tai del įtempimo susidaro atstatomoji jėga, kuri stengiasi grąžinti išlenktą dalį į jos pusiausviros padėtį. Antra vertus, šniūras reiškia inercijos, ir todel išorinė jėga reikalinga yra tam tikro laiko, kad sudarytų šniūro atsilenkimą.

Taigi įtemptas šniūras charakterizuojasi tokiais požymiais ir yra tokiose sąlygose, kad jame gali susidaryti ir skleistis banga. Savaime aišku, kad ta banga visuomet bus skersa, nes šniūro išlenkimas galimas tiktai skersai jo ilgiui.

Visų pirma išspręsime klausimą, nuo kurių veiksnių pareina bangų greitumas ištemptame šniūre. 31 piešinys vaizduoja dalį vienoje vietoje išlenkto šniūro. Fiksuosime to išlenkimo mažą dalį, būtent, mažą lanką AB taip, kad į šitą lanką mes galėtume žiūrėti kaip į dalį rato apskritimo. Taškuose A ir B veikia įtempimo jėgos. Tos dvi jėgos lygios, nes šniūras įtemptas tam tikra išorine jėga ir, vadinasi, jo įtempimas per visą jo ilgį yra tas pats. Kadangi svarstomoji mūsų šniūro dalis išlenkta, tai tos dvi lygios jėgos AT ir BT, veikiančios taškuose A ir B išilgai liečiamųjų linijų, sudaro kampą savo kryptimis ir, vadinasi, atstojamoji tų dviejų jėgų gali būti surasta iš paralelogramo dėsnio. Taigi papildydami šonus CT ligi paralelogramo, mes gausime dviejų lygių jėgų AT ir BT atstojamąją CD, kuri atkreipta taip, kad ji stengiasi atstatyti išlenktos šniūro dalies pusiausviros padėtį. Tai ir bus atstatomoji jėga. Pravedus statmenis taškuose A ir B liečiamoms linijoms AT ir BT tie statmens persikirs taške O, į kurį galima žiūrėti kaip į rato centrą, kurio mažą dalį sudaro lankas AB. Kadangi kampai AOB iš vienos pusės ir CTD iš kitos pusės sudaryti statmeniškais šonais, tai tie kampai lygūs. Be to, trikampiai CTD ir AOB iš konstrukcijos lygiašoniai trikampiai. Vadinasi, tie trikampiai panašūs ir iš jų panašumo išeina $\frac{CD}{CT} = \frac{AB}{OA}$, iš kur išeina $CD = CT \frac{AB}{OA}$. CT yra veikiantis įtempimas. Pažymėsime jį raide t. OA yra radijus rato, kuriam priklauso lankas AB. Pažymėsime jį raide r. Tad atstatomoji jėga $CB = t. \frac{AB}{r}$. $= CD$



31 pieš.



32 pieš.

Antra vertus, einant antruoju Newton'o mechanikos dėsniu, kiekviena jėga yra lygi sandaugai iš masės į greitėjimą a. Tegu šniūro ilgio vieneto masė (sakysime, šniūro 1 cm. masė) bus m. Tada masė lanko AB bus AB. m ir atstatomoji jėga $CD = AB. m. a.$ Taigi $AB. m. a = t. \frac{AB}{r}$, iš kur išeina $a = \frac{t}{rm}$. Dabar nustatysime santykį tarp bangos įtemptame šniūre greitumo V ir greitėjimo a, pasinaudoję 32 pie-

šniu. Čia QP yra labai mažas lankas, kuris sudaro dalį šniūro išlenkimo, vadinasi, dalį skersos bangos, kuri skleidžiasi per šniūrą ir kurios ašis — abscisa yra gulsčia linija LMSR. Iš taškų P ir Q ištiesime liečiamas linijas iki persikirtimo su bangos ašimi taškuose L ir M. Iš tų pačių taškų P ir Q nuleisime statmenis PR ir QS į bangos ašį. Tie statmens bus taškų P ir Q atsilenkimai svarstomuoju laiko momentu. Pagaliau iš tų pačių taškų P ir Q pravesime statmenis liečiamoms linijoms QM ir PL. Tų statmenų persikirtimas taške O bus centras rato, kurio mažą dalį sudaro lankas QP. Kadangi kampai QOP ir LQM sudaryti atatinkamai statmeniškais šonais, tai jie yra lygūs. Pažymėsime vieną ir kitą kampą raide $\beta$. Taip pat pažymėsime iš eilės kampus QMS ir PLR raidėmis $\alpha_1$ ir $\alpha_2$. Jeigu lankas PQ mažas, tai į šituos kampus mes galime žiūrėti kaip į kampus, kuriuos sudaro bangos linija su ašimi atatinkamuose taškuose. Jeigu vibracijų amplituda yra lygi a, tai dalelės greitumas, einant per pusiausviros padėtį, bus $\frac{2\pi a}{T}$. (Čia T yra vibracijų periodas). Iš IV skyriaus 1 § mes žinome, kad $\frac{2\pi a}{T} : V = \frac{2\pi a}{TV} = \text{tg.}\, \alpha$, Jeigu $\alpha$ reiškia kampą, kurį sudaro bangos linija perkertant bangos ašį — abscisą. Pažymėsime dabar greitumus taškų P ir Q iš eilės raidėmis $v_2$ ir $v_1$. Tad einant čia nurodytu santykiu mes turėsime:

$$\frac{v_2}{V} = \text{tg.}\, \alpha_2 = \frac{PR}{LR} \text{ ir } \frac{v_1}{V} = \text{tg.}\, \alpha_1. = \frac{QS}{MS}.$$

Bet kadangi mes čia turime darbo su mažais lankais ir mažais kampais, tai mes galime priimti, kad šituo atveju $\frac{PR}{LR} = \alpha_2$ ir $\frac{QS}{MS} = \alpha_1$. Vadinasi, $v_2 = V.\, \alpha_2$ ir $v_1 = V.\, \alpha_1$. Pereinant nuo taško P ligi taško Q greitumas padidės per $v_1 - v_2 = V(\alpha_1 - \alpha_2)$. Tegu judėjimas nuo taško P pasieks tašką Q per laiką z sekundų. Tada greitėjimas $a = \frac{V(\alpha_1 - \alpha_2)}{z}$. Bet judėjimas skleidžiasi greitumu V, vadinasi, lanką PQ tas judėjimas apims per $\frac{QP}{V} = z$ sekundų. Bet lankas $QP = \beta r$. Taigi $z = \frac{\beta r}{V}$, ir greitėjimas $a = \frac{V^2(\alpha_1 - \alpha_2)}{\beta r}$. Kadangi kampas $\alpha_1$ yra išorinis kampas kampų $\alpha_2$ ir $\beta$ atžvilgiu, tad $\alpha_1 - \alpha_2 = \beta$ ir, vadinasi, $a = \frac{V^2}{r}$. Augščiau mes del a radome $\frac{t}{rm}$. Taigi $\frac{V^2}{r} = \frac{t}{mr}$, arba $V^2 = \frac{t}{m}$, arba $V = \sqrt{t/m}$. Tai ir bus formula bangų greitumui įtemptame šniūre. Ta pati formula veikia ir plonoms stygoms, jeigu tik išlenkiant jas nesireiškia kietumo jėgos arba formos elastingumo jėgos. Taigi šita formula atatiks tikrenybei visais tais atvejais, kada iš vienos pusės tempianti išorinė jėga yra tiek didelė, o iš kitos pusės stygos diametras sulyginus su jos ilgiu tiek mažas, kad galima visiškai nesiskaityti su kietumo jėgų pasipriešinimu. Kitaip sakant, tokiu atveju kietumo jėgos visiškai neprisideda prie stygos pusiausviros atstatymo, ir atstatomoji jėga pareina tik nuo iš oro veikiančios tempiančios jėgos. Pabrėšime čia dar, kad tos sąlygos nustoja veikę, kada stygos išlenkimas darosi didelis, taip kad nustatyta formula veikia tik mažiems stygų išlenkimams. Taigi išeina, kad skersų bangų įtemptuose šniūruose ir plonose stygose greitumas yra tiesiai proporcingas kvadratinei šakniai iš įtempimo ir atvirkščiai proporcingas kvadratinei šakniai iš stygos ilgio vieneto masės.

Jeigu šniūras bet kurioje savo vietoje įdėtas į spaustuvus, tai sudaryta ant jo laisvo galo banga pasiekia tik spaustuvus ir spaustuvų užpakaly nesireiškia. Vadinasi,

spaustuvai panaikina judėjimą. Mes interpretuojame šitą faktą taip, kad pasiekus spaustuvus mainosi judėjimo fazė per $\pi$ ir, vadinasi, susideda dvi vibracijos tos pačios amplitudos, bet priešingose fazėse (žiūr. IV skyriaus 7 §, „Bangų atspindis"). Taigi tokiu atveju banga atsimuša ir dabar žengianti atgal atsimušusi banga ir žengianti į priekį nuo šniūro laisvo galo banga interferuoja viena su kita ir kaip superpozicijos ir interferencijos išdava ant šniūro susidaro stovinčios bangos (žiūr. IV skyriaus 4 § 18 piešinį).

Jeigu šniūras suspaustas spaustuvais dviejose vietose, arba kada jo abudu galai įdėti į spaustuvus ir jis ištemptas, tai išjudinus šniūrą bet kurioje vietoje bangos skleidžiasi iš tos vietos į abi puses, atsimuša nuo spaustuvų ir skleidžiasi atgal, vėl atsimuša nuo spausuvų ir t. t. ir, vadinasi, ir šituo atveju, kaip pirmuoju atveju, susidaro stovinčios bangos tarp abiejų įdėtų į spaustuvus šniūro galų (skaityk IV skyriaus 4 § „Stovinčios bangos"). Kas čia pasakyta apie šniūrą, liečia ir stygas.

Tegu styga ilgio l ištempta tarp dviejų spaustuvų (žiūr. 33 pieš. a). Pabraukus ją stryku arba atlenkus ją pirštais į šoną arba augštyn-žemyn, ji ims vibruoti ir duos tam tikrą toną. Kadangi mes čia turėsime stovinčią bangą, tai stygos taškai spaustuvuose bus tos stovinčios bangos mazgai ir, vadinasi, atokumas tarp dviejų mazgų bus lygus pusei bangos. Kadangi atokumas tarp dviejų mazgų čia yra lygus stygos ilgiui, tad $l = \frac{\lambda_0}{2}$ ir $\lambda_0 = 2l$. ($\lambda_0$ — bangos ilgis). Antra vertus, $\lambda_0 = VT_0$, iš kur $T = \frac{\lambda_0}{V}$ ir

$$\frac{1}{T_0} = n_0 = \frac{V}{\lambda_0} = \frac{V}{2l}\left(V = \sqrt{\frac{t}{m}}\right)$$

$2l = 2\lambda,$

$n = \frac{1}{l}\sqrt{\frac{t}{m}}$

(a) $n_0 = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{t}{m}}$

(b) $n = \frac{1}{l}\sqrt{\frac{t}{m}} = 2n_0$

(c) $n = \frac{3}{2l}\sqrt{\frac{t}{m}} = 3n_0$

(d) $n = \frac{2}{l}\sqrt{\frac{t}{m}} = 4n_0$

(e) $n = \frac{5}{2l}\sqrt{\frac{t}{m}} = 5n_0$

33 pieš.

Pastatysime dabar per stygos vidurį oželį, arba paliesime jos vidurį pirštais arba mažu šepečiuku ir pabrauksime stygą stryku tarp šepečiuko ir vieno spaustuvo, arba išlenksime ją šitoje vietoje į šoną pirštais. Čia irgi susidarys stovinti banga, bet čia ant stygos ilgio mes jau turėsime tris mazgus: du tose vietose, kur styga įdėta į spaustuvus, ir trečiąjį, kur styga paliesta šepečiuku. Taigi šituo atveju, kadangi šepečiukas liečia stygą per jos vidurį, $\frac{\lambda_1}{2} = \frac{l}{2}$, arba $\lambda_1 = l$, iš kur išeina $n_1 = \frac{V}{l}$ (žiūr. 33 pieš. b).

Padalinsime toliau mūsų stygą į tris lygias dalis ir $^1/_3$ atokume nuo vieno iš spaustuvų padėsime oželį, arba uždėsime toje vietoje ant stygos šepečiuką. Išlenkę šitą trečdalį šonan mes gausime naują stovinčią bangą ilgio $\lambda_2$. Kadangi šituo atveju atokumas tarp spaustuvų ir artimiausio mazgo yra lygus $\frac{l}{3}$, tad $\frac{\lambda_2}{2} = \frac{l}{3}$, iš kur išeina $\lambda_2 = \frac{2}{3}l$ ir $n_2 = \frac{3V}{2l}$ (žiūr. 33 pieš. c). Toliau galima padalinti stygą į 4 lygias dalis, 5 lygias dalis ir t. t., ir nustatyti dažnumus $n_3$, $n_4$ ir t. t. šitiems atvejams (žiūr. 33 pieš. d. ir e). Taigi išeina, kad ta pati styga gali vibruoti įvairiais būdais ir duoti tonus

$$n_0 = \frac{V}{2l}$$

$$n_1 = \frac{V}{l} = 2\,n_0$$

$$n_2 = \frac{3V}{2l} = 3\,n_0$$

$$n_3 = \frac{4V}{2l} = 4\,n_0$$

$$n_4 = \frac{5V}{2l} = 5\,n_0 \text{ ir t t.}$$

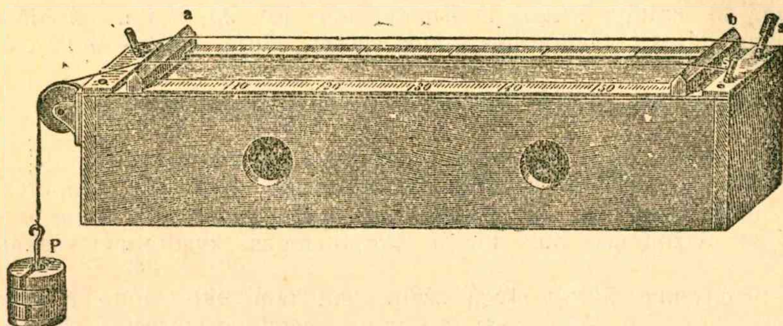
Taigi ta pati styga gali duoti eilę tonų, kurių dažnumai santykiuoja kaip 1:2:3:4:5.... Žemiausias iš tų tonų vadinasi stygos pagrindinis tonas, kiti gi tonai vadinasi obertonais (tiksliau „harmonikais"). Dažnai galima konstatuoti obertonus iki dažnumo 10 $n_0$.

IV skyriaus 5 § kalbant apie Fourier'o teoremą aprašytas jau Melde eksperimentas, kuriuo galima demonstruoti, kad styga gali vibruoti pasidalinus į bet kurį skaičių segmentų (žiūr. nurodyto § 21 pieš.). Prijungus vieną stygos galą prie kamertono šakos, permetus kitą jo galą per skridinį ir užkabinus ant to kito galo svorį W, trumpinant arba ilginant stygą, arba pagaliau mainant jos įtempimą mes galime atsiekti tokią padėtį, kad stygos pagrindinis tonas bus tas pats, kaip ir kamertono tonas, jeigu kamertonas vibruoja skersai stygos (žiūr. 21 pieš. B). Bangos ilgis pagrindiniam stygos tonui $\lambda = 2\,l = VT$, iš kur išeina $\frac{1}{T} = n = \frac{V}{2\,l}$. Antra vertus, $V = \sqrt{\frac{t}{m}} = \sqrt{\frac{W}{m}}$, nes čia įtempimas t yra lygus pakabintam ant stygos galo svoriui W. Taigi $n = \frac{\sqrt{W}}{\sqrt{m}.\ 2\,l}$ arba $n.\ 2\,l = k\,\sqrt{W}$, jeigu mes $1/\sqrt{m}$ priimsime kaipo konstantą k, nes tai bus atvirkščias dydis kvadratinei šakniai iš stygos ilgio vieneto masės. Šitas santykis veikia tam atsitikimui, kada styga vibruoja vienu segmentu. Kada styga vibruoja dviem segmentais (oktava), tai veikia santykis $\frac{n.\ 2\,l}{2} = k\,\sqrt{\frac{W}{4}}$, kada ji vibruoja trimis segmentais $\frac{n.\ 2\,l}{3} = k\,\sqrt{\frac{W}{9}}$, kada vibruoja keturiais segmentais $\frac{n.\ 2\,l}{4} = k\,\sqrt{\frac{W}{16}}$ ir t. t. Taigi ir atvirksčiai, jeigu prie svorio W ir stygos ilgio l mes turime vibracijas vienu segmentu (pagrindinis tonas), tai kad gautume vibracijas dviem segmentais, reikia paliekant tą patį stygos ilgį, sumažinti įtempimą 4 sykius, kad gautume vibracijas trimis segmentais, reikia sumažinti įtempimą 9 sykius ir t. t.

Priminsime čia dar, kad padėjus kamertoną taip, kad jis vibruotų išilgai stygos, stygos vibracijų skaičius arba dažnumas bus lygus pusei kamertono dažnumo. Dalykas tas, kad tuomet, kada sujungta su styga kamertono šaka pasieks maksimum atsilenkimą į vidurį (nuo stygos), styga pasieks maksimum įtempimo. Kada gi kamertono šaka pasieks maksimum atsilenkimą iš oro (į stygos pusę), tai styga bus palaida (pasieks minimum įtempimo). Taigi aišku, kad tuomet, kai kamertonas padarys pusę savo svyravimo, styga padarys tik ¼ savo svyravimo (žiūr. 21 pieš. A).

Kaip jau mes žinome, vibruojant stygai ji duoda notą, kuri susideda iš pagrindinio tono ir eilės obertonų. Visi tie obertonai stygai yra „harmonikai", nes jų dažnumų santykis išreiškiamas eile paprastų sveikų skaičių. Mes jau kalbėdami apie

Helmholtz'o harmonijos teoriją nurodėme, kaip galima izoliuoti tuos obertonus, naudojantis fortepianu arba naudojantis sistema rezonatorių, nustatytų įvairiems tonams. Tas pat galima demonstruoti ir sonometru arba monochordu. Tai yra aparatas, kuris vartojamas stygų vibracijų dėsniams patikrinti. Jį sudaro rezonatorius, ilgokos medinės dėžės pavidalo (žiūr. 34 pieš.). Ant viršaus dėžės padėtos dvi skalės ir išilgai tų skalių ištemptos dvi stygos. Bandomoji styga vienu galu užkabinta už kuolelio ir remiasi dviem oželiais, b ir a. Kitas jos galas permestas per skridinį ir ant to galo užkabintas svoris P kilogramų. Kita styga, reikalinga sulyginti, užkabinta už dviejų kuolelių ant vieno ir ant kito dėžės galo ir irgi remiasi dviem oželiais b ir a. Šitos stygos įtempimą galima mainyti užsukant ją raktu ant kuolelio s daugiau ar mažiau; pirmosios gi stygos įtempimas mainomas didinant arba mažinant užkabintą svorį P. Priediniais oželiais ar šepečiukais mes bet kurioj stygos vietoj galime sudaryti mazgą. Išlenkus stygą ir palietus ją pirštu arba šepečiuku bet kurioje vietoje, styga skambės ne savo pagrindiniu tonu, bet obertonu, kuris atatinka paliestai stygos vietai, kaipo mazgui. Taip išlenkus stygą ir palietus ją per vidurį, ji skambės oktava, palietus ją taške stygos trečdalio atokume nuo vieno iš oželių, ji skambės duodecima (oktavos kvinta). Jeigu gi stygą išlenkti to ar kito mazgo vietoje, tai kaip tik atatinkančio tam mazgui „harmoniko“ nebus.




34 pieš.

Norint demonstruoti „harmonikus“ ant sonometro, galima dar pasiremti ir tuo faktu, kad styga rezonuos ne tik savo pagrindinį toną, bet ir savo „harmonikus“. Suderinkime abidvi sonometro stygas, įtempę vieną iš jų svoriu P, o kitą raktu, taip kad jos abidvi duotų tą patį toną ir kad skambant jom abiem tuo pačiu laiku nebūtų mušimų ir tonas būtų sustiprintas. Paimsime trečiąjį oželį ir pakišime jį po antrosios stygos viduriu ir išlenksime tos stygos pusę. Ta styga duos savo oktavą. Palietę pirštu sustabdysime toną. Pirmoji styga skambės ta pačia oktava. Padėsime trečiąjį antrosios stygos oželį trečdalio atokume nuo oželio b ir išlenksime šitoje vietoje stygą, arba pabrauksime ją šitoje vietoje stryku, — ji skambės duodecima (savo oktavos kvinta). Sustabdžius jos skambėjimą mes išgirsime, kad ta pačia duodecima skamba pirmoji styga. Mes galime styga ba, sudarydami įvairiuose jos taškuose mazgus, gauti bet kurį toną ir, vadinasi, surasti, kokius obertonus duoda pirmoji styga, nes ji atsilieps tik į tokius tonus, kurie yra jos obertonai. Į kitus tonus ji visiškai neatsilieps.

Pagrindinio stygos tono dažnumas

$$n_0 = \frac{V}{2l} = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{t}{m}} = \frac{1}{2l}\sqrt{{}^{Pg}/_{p}}\,.$$

Čionai masė m pakeista stygos ilgio vieneto svoriu p, išeinant iš formulos $p = mg$ (iš kur $m = \frac{p}{g}$), o įtempimas t pakeistas pakabintu ant stygos galo svoriu P. Taigi

išeina, kad stygos tono dažnumas atvirkščiai proporcingas jos ilgiui, tiesiai proporcingas kvadratinei šakniai iš tempiančios jėgos ir atvirkščiai poporcingas kvadratinei šakniai iš stygos ilgio vieneto svorio. Šitas paskutinis veiksnys rodo, kaip stygos tono dažnumas pareina nuo jos medžiagos, nes prie to paties diametro stygų iš įvairios medžiagos, stygos ilgio vieneto svoris bus nevienodas.

Šituos stygų vibracijų dėsnius galima patikrinti sonometru.

1) Paimsime keleta kamertonų nevienodo, bet žinomo dažnumo. Paimsime kamertoną dažnumo n ir mainysime trečiuoju oželiu stygos ilgį tol, kol gausime pilną rezonansą tarp stygos ir kamertono. Paimsime dabar kitą kamertoną dažnumo $n_1$, ir vėl mainysime oželiu stygos ilgį, kol vėl gausime pilną rezonansą tarp stygos ir kamertono ir t. t. Paėmus sandaugas iš pavartotų kamertonų dažnumų ir atatinkančių stygos ilgių, mes konstatuosime, kad $nl = n_1\, l_1 = n_2\, l_2 \ldots$ Vadinasi, konstatuosime, kad ta sandauga yra pastovus dydis. Tai reiškia, kad stygos dažnumas yra atvirkščiai proporcingas jos ilgiui.

2) Padėsime oželį po antrąja styga taip, kad ji duotų tam tikro dažnumo notą. Pakabinę ant pirmosios stygos galo svorį P oželiu suderinsime šitos stygos toną su antrosios stygos tonu, išmatavę pirmosios stygos ilgį iki trečiojo oželio, skaitant nuo vieno iš nuolatinių oželių.

Pakeisime dabar pakabintą ant pirmosios stygos galo svorį ir vėl oželiu suderinsime šitą stygą su antrąja styga ir išmatuosime jos ilgį ir t. t. Padalinę surastus pirmosios stygos ilgius į kvadratines šaknis svorių, kurie kabėjo ant jos galo, darydami atskirus bandymus, mes konstatuosime, kad $\frac{l}{\sqrt{P}} = \text{const.}$ yra pastovus dydis. Tai reiškia, kad stygos ilgiai bus tiesiai proporcingi kvadratinėms šaknims iš pakabintų svorių, nesimainant tonui, o kadangi dažnumas yra atvirkščiai proporcingas stygos ilgiui, nesimainant įtempimui, tai reiškia, kad nemainant stygos ilgio, o mainant tik įtempimą, tono dažnumas bus tiesiai proporcingas kvadratinei šakniai iš tempiančio svorio.

3) Vėl nustatysime antrąją stygą oželiu ant tam tikro tono ir surasime oželiu tokį pirmosios stygos ilgį, kuris visai rezonuoja nustatytą antrosios stygos toną. Nuimsime dabar šitą pirmąją stygą ir išpjovę iš jos vieną centimetrą, atidėsime į šalį. Jos vieton ant sonometro padėsime dabar kitą stygą iš kitos medžiagos, sakysime, iš sidabro. Įtempsime ją tuo pačiu svoriu P ir oželiu nustatysime tokį jos ilgį, prie kurio ji rezonuos antrąją stygą. Padarę tai, nuimsime ją nuo sonometro ir išpjausime iš jos 1 cm. Tokį pat eksperimentą padarysime su stygomis iš vario, platinos, nikelio ir t. t. Atsvėrę atidėtus centimetrus iš įvairios medžiagos ir padauginę tais svoriais surastus įvairios medžiagos stygų ilgius, kurie rezonavo su antrąja styga, mes konstatuosime, kad $l\sqrt{m} = \text{const.}$ Tai reiškia, kad stygų ilgiai bus atvirkščiai proporcingi kvadratinėms šaknims iš masių, kitaip sakant, tai reiškia, kad paliekant įvairioms stygoms tą patį ilgį jų tonai bus atvirkščiai proporcingi kvadratinėms šaknims iš jų ilgių vienetų masių.

Pagaliau sonometru, nors ir nepertiksliai, galima surasti kamertono dažnumas. Reikia paėmus kamertoną suderinti su juo stygos tonas arba mainant tos stygos įtempimą, arba paliekant tą patį įtempimą, mainant oželiu stygos ilgį. Pasiekę rezonansą, mes turėsime $n = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{Pg}{p}}$. Vadinasi, mes surasime kamertono dažnumą n, jeigu išmatuosime stygos ilgį, kuris rezonuoja kamertono toną, žinosime svorio didumą, kuris pakabintas ant stygos galo, ir surasime vieno centimetro stygos svorį p.

Eidami dabar nuo stygų prie stiebų mes turėsime kaip išilgines, taip ir skersas vibracijas. Išilginės vibracijos galima sudaryti ir stygose, bet jos ten neturi nei praktikos, nei teorijos reikšmės. Išilginės vibracijos stiebuose susidaro tempiant juos arba spaudžiant, lygiai kaip skysčiuose ir dujose. Taigi ir čia išilginė banga susidarys iš

kompresijos tr dilatacijos ir čia jau mums teks skaitytis su atstatymo jėgomis, kurios pareina nuo stiebo medžiagos elastingumo. Kol stiebų storumas nedidelis palyginant su jų ilgiu, stiebo siaurėjimas tempiant jį arba jo skerskrodžio ploto mažėjimas spaudžiant jį, galima bus ignoruoti palyginant su stiebo ilgėjimu arba trumpėjimu, ir todel tokiais atvejais mes turėsime darbo tik su išilginėmis bangomis, kurių greitumas $V = \sqrt{\frac{Y}{d}}$. Čia d reiškia stiebo tankumą, Y yra Young'o modulis (žiūr. II skyriaus „Skysčiai ir Dujos“ 2 §, 6 pusl.). Prie šitos formulos išilginėms bangoms stiebuose galima prieiti tokia pat argumentacija, kaip nustatant išilginių bangų greitumą ore (žiūr. IV skyriaus 6 §). Bet turint storus stiebus, tempiant juos, jų skerskrodžio plotas žymiai mažės, ir atvirkščiai, trumpinant juos (spaudžiant) tas skerskrodžio plotas žymiai didės. Vadinasi, skleidžiantis tokiuose stiebuose išilginei bangai mes turėsime ir vadinamą radialį atsilenkimą, kitaip sakant, kartu su išilgine banga turėsime ir skersą banga. Tokiais atvejais nurodytoji formula nebeveikia.

Paimsime stiklo stiebą arba stiklo vamzdį ir įdėsime vieną jo galą į spaustuvus. Kitą galą pabrauksime drėgna gelumbe. Paprastai stiklo stiebas arba vamzdis tuo atveju duos gan augštą notą — čyps, ir šituo atveju mes gausime kaip tik stiebo pagrindinį toną. Tegu stiebo ilgis bus l. Kadangi ir stiebe del atspindžio susidaro stovinčios bangos ir kadangi ten, kur stiebo galas įdėtas į spaustuvus, mes turėsime mazgą, o laisvas stiebo galas bus smarkiausio judėjimo vieta arba antimazgas, tai $l = \frac{\lambda}{4}$, nes stovinčioje bangoje nuo mazgo iki antimazgo mes turime kaip tik $1/4$ bangos. Vadinasi, $\lambda = 4l$ ir $n = \frac{V}{4l}$. Tai ir bus pagrindinio tono dažnumas. Tą patį pagrindinį toną mes gausime paėmę stiklo stiebą arba vamzdį ilgio 2 l, suspaudę jį spaustuvais per vidurį ir pabraukę išilgai nuo spaustuvų laisvo galo link drėgna gelumbe. Abudu stiebo laisvi galai čia bus smarkiausio judėjimo vietos, vadinasi, antimazgai, ir todel $2l = \frac{\lambda}{2}$ arba $\lambda = 4l$ ir $n \frac{V}{4l}$.

Tą patį fenomeną mes turėsime su medžio ir metalo stiebais, trindami juos oda, apibarstyta kanifolės milteliais.

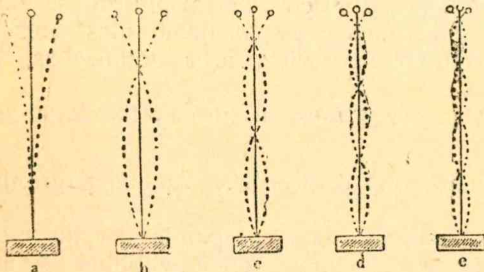
Įdėję į spaustuvus stiebą taip, kad iš vienos pusės būtų išsikišęs jo ketvirtdalis, o iš kitos $3/4$, ir pabraukę $1/4$ dalį, mes gausime augštesnį toną. Kadangi stiebo galas yra antimazgas, o jo vieta spaustuvuose mazgas, ir nuo mazgo ligi antimazgo mes turime $1/4$ bangos, tad $\frac{l}{4} = \frac{\lambda}{4}$, arba $\lambda = l$, arba $n_1 = \frac{V}{l} = \frac{4V}{4l}$.

Įdėję stiebą į spaustuvus taip, kad būtų išsikišęs jo $1/3$, ir pabraukę tą $1/3$ mes gausime kitą obertoną, kuriam veikia $\frac{l}{3} = \frac{\lambda}{4}$ arba $\lambda = \frac{4}{3}l$, arba $n = \frac{3V}{4l}$. Įdėję gi stiebą į spaustuvus per vidurį, gausime jo pirmąją oktavą, kuriai veikia $\frac{l}{2} = \frac{\lambda}{4}$ arba $\lambda = 2l$, arba $n = \frac{V}{2l} = \frac{2V}{4l}$. Taigi sudarydami mazgus įvairiose stiebo vietose mes galime priversti stiebą vibruoti įvairiais būdais (įvairiais segmentais) ir įvairių tonų dažnumai, kuriuos duoda stiebas, santykiuoja kaip $\frac{V}{4l} : \frac{2V}{4l} ; \frac{3V}{4l} \ldots = 1 : 2 : 3 \ldots$. Iš tikrųjų gi ir su stiebais atsitinka, kad sykiu su pagrindiniu tonu jie duoda dar ir tą ar kitą obertoną.

Vėliau mes pamatysime, kad stiebai vibruoja visiškai tais pačiais būdais, kaip ir atdaros iš abiejų galų dūdos.

Nurodyti čia santykiai stiebams komplikuojasi, kada jų diametras (ar skerskrodžio plotas) nebemažas palyginant su jų ilgiu. Tada ims reikštis skleidžiantis išilginei bangai radialis sąjudis, kurio nebegalima ignoruoti, ir todel bangų greitumas V mažėja, būtent, per $\frac{\mu^2\pi d^2}{4\lambda^2}V$. Cia $\mu$ reiškia Poisson'o skaičių (skerskrodžio ploto relatyvaus sumažėjimo ir ilgio relatyvaus padidėjimo santykis, žiūr. II skyriaus „Skysčiai ir Dujos" 2 §, pusl. 7). Iš šitos formulos aišku, kad trumpesnėms bangoms, vadinasi, obertonams, tas greitumas mažėja smarkiau, kaip ilgesnėms bangoms, vadinasi, pagrindiniam tonui. Taigi tokiais atvejais reiškiasi jau savotiška tonų dispersija, nes pagrindinis tonas skleidžiasi greičiau kaip obertonai.

Smarkiai atlenkus statmeniškai ašiai stygą arba stiebą, juose susidaro sukimo vibracijos, kurios skleidžiasi greitumu $V = \sqrt{\eta/d}$. Čia $\eta$ reiškia medžiagos kietumo modulį. Bet tos sukimo vibracijos neturi jokios praktikos reikšmės muzikaliu atžvilgiu.



35 pieš.

Svarbesnės yra skersos stiebų vibracijos, nes kai kurie muzikaliai instrumentai, kaip cimbolai, harmonika, susideda iš skersai vibruojančių stiebų. Bet matematiškas šitų vibracijų nagrinėjimas yra labai komplikuotas dalykas, nes čia tenka jau skaitytis ne tik su tūrio elastingumo pasipriešinimu, bet ir su deformacijos elastingumo jėgomis (su medžiagos kietumu) ir, be to, dar reikia atsiminti sukimo inercijos momentas. Matematiškai skersas stiebų vibracijas yra ištyręs garsus anglų fizikas lordas Rayleigh'as (žiūr. jo knygą „Garsas") ir mes čia trumpai duosime tik jo išvadas.

Čia gali būti šie trys atsitikimai: 35 piešinys vaizduoja įvairius skersų vibracijų būdus stiebo, kuris vienu galu įdėtas į spaustuvus ir kurio kitas galas laisvas. Mes čia turime pagrindinį stiebo toną (figūra a) ir eilę obertonų (figūros b, c, d, e), kurie pareina nuo to, kiek ir kuriose stiebo vietose susidaro arba dirbtinai sudaroma mazgų. Aišku, kad juo daugiau bus mazgų, juo augštesnis bus obertonas. Bet čia skirtumas nuo stygų ir išilgai vibruojančių stiebų yra tas, kad tie obertonai ne harmonikai pagrindinio tono. 35 piešinys vaizduoja vibracijas, kurioms veikia Rayleigh formula $n = \frac{\pi V R m^2}{2l^2}$. Čia $V = \sqrt{\frac{Y}{d}}$, vadinasi, išilginių bangų greitumas, l — stiebo ilgis ir R vadinamasai gyracijos radijus iš reiškinio $J = MR^2$ sukamo kūno inercijos momentui, einančios per tą kūną masės centrą ašies atžvilgiu (žiūr. I skyriaus „Mechanika", 4 §, 85 pusl.). Taigi dažnumas skersai vibruojančio stiebo, kurio vienas galas laisvas, tiesiai proporcingas kvadratinei šakniai iš Young'o modulio, padalinus jį į tankumą (tas pats kaip stygoms), bet atvirkščiai proporcingas kvadratui ilgio (o ne ilgiui kaip stygoms). Be to dar, čia dažnumas tiesiai proporcingas skaičiui $m^2$. Tas skaičius turi įvairių reikšmių. Paprasčiausiais atsitikimais $m = 1{,}194\frac{\pi}{2}$, arba $2{,}989\frac{\pi}{2}$, arba pagaliau $5\frac{\pi}{2}$, $7\frac{\pi}{2}$... (viena iš šitos serijos reikšmių). Ši lentelė duoda mazgų skaičių ir jų padėtį (išreikštą kaipo stiebo ilgio dalis, skaitant nuo laisvo galo) pagrindiniam tonui ir obertonams, kurie atvaizduoti 35 piešiny.

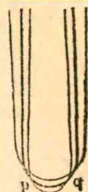
| Mazgų skaičius | Padėtys (stiebo ilgio dalimi nuo laisvo galo) | Dažnumas (santykiu pagrindinio tono atžvilgiu) |
|---|---|---|
| 0 | — | 1 |
| 1 | 0,226 | 6,25 |
| 2 | 0,132; 0,5 | 17,5 |
| 3 | 0,094;0,356;0,644 | 34,3 |

(Del a, b, c, d 35 piešinio).

Taigi mes matome, kad čia obertonai neharmoniški ir kad jie auga daug smarkiau kaip išilginiai vibruojančiose sistemose arba stygose. Pavyzdžiui, pirmutinis obertonas yra augštesnis kaip pagrindinis tonas daugiau kaip 2,5 oktavomis, o antrasai obertonas augštesnis kaip pagrindinis daugiau kaip 4 oktavomis. Bet juo didesnis vibracijų skaičius, juo greičiau tokios vibracijos nuslopinamos, ir todel galima tvirtinti, kad skersai vibruojant stiebams jeigu ir reiškiasi nuo pat pradžios obertonai, tai jie greitai išnyksta (nuslopinami), ir mes girdime tik pagrindinį toną.

Kamertonas yra ne kas kita, kaip kombinacija dviejų stiebų, padėtų lygiagrečiai, kurių vieni galai suspausti, o kiti galai laisvi (žiūr. 36 pieš., kuris demonstruoja kamertonų vibracijų būdą). Taigi kamertonui reikia pritaikinti visa tai, kas čia pasakyta apie skersas vibracijas stiebų, suspaustų ant vieno galo ir laisvų ant kito galo. Vadinasi, pirmasai kamertono obertonas yra augštesnis kaip pagrindinis tonas daugiau kaip 2,5 oktavos, ir todel pradėjus kamertonui vibruoti jis tuojau nuslopinamas ir išnyksta. Savaime aišku, kad tas pat reikia pasakyti ir apie kitus obertonus. Todel kamertonas iš visu muzikalių instrumentų duoda gryną toną, kuris sudarytas paprastų harmoningų vibracijų. Todel tai kamertonai ir vartojami kaip tonų standartai.

Kaip rodo 36 piešinys, kamertono šakos vibruoja lankais ir kiekvienos šakos masės centras vibruojant tai pasikelia truputį augštyn, tai nuslenka truputį žemyn. Kaipo šitų masės centrų vibracijų išdava reiškiasi harmoniška jėga į kamertono koją. Taigi jeigu ta koja pastatyta ant stalo arba ant dėžės rezonatoriaus, tai ta harmoniška jėga sudaro stalo arba rezonatoriaus vibracijas.



36 pieš.

Kad tinkamai nustatytų kamertono toną, paprastai nupjauna truputį metalo. Kad pakeltų kamertono toną, brūžekliu metalas nuimamas nuo šakų galų. Tuo būdu mes mažina šakų inercijos momentą nekeičiant jų kietumo. Kad pažemintų kamertono toną, nuima brūžekliu truputį metalo nuo bazės, kur šakos jungiasi. Tatai mažina elastingą stangrumą, neliečiant arba labai mažai liečiant šakų inercijos momentą.

Temperatūros įtaka kamertonui reiškiasi visų pirma jo šakų tūrio padidėjimu ir metalo elastingumo sumažėjimu. Plieno kamertonams, kurie, galima sakyti, vieni ir vartojami, pastarasis efektas yra smarkesnis kaip pirmasis ir reiškiasi tono pažemėjimu. M'Leod ir Clarke duoda tokią formulą temperatūros pataisos kamertonui:

$$n_t = n_o\ (1 - 0{,}00011 \cdot t).$$

Aplamai temperatūros $1^0$ pakilimas žemina kamertono toną gangreit 1%.

Muzikalis instrumentas, vadinamas muzikale dėže, vartojamas dažnai laikrodžiuose, albomuose, tabokinėse ir gatvėse elgetų; jis sudarytas iš tokių stiebų arba plokštelių, kurių vieni galai laisvi, o kiti galai suspausti. Braukiant per jų laisvus galus tuo ar kitu būdu, jie skersai vibruoja ir duoda muziką.

Kita stiebų skersų vibracijų rūšis bus tada, kada abudu stiebo galai laisvi. Tokiam atsitikimui veikia ši lordo Rayleigh'o formula:

$n = \frac{V \cdot R \cdot m^2}{2\pi l^2}$. Čia vėl $V = \sqrt{Y/d}$ reiškia išilginių bangų greitumą stiebuose, R gyracijos radijų, l stiebo ilgį ir m tam tikrą skaičių, kuriam suteikiama įvairių reikšmių, būtent, $3{,}011\ \frac{\pi}{2}$, $5\ \frac{\pi}{2}$, $7\ \frac{\pi}{2}$.... Pagrindinis tokio laisvo abiem galais stiebo tonas duoda

du mazgus, pirmutinis obertonas 3 mazgus, antras obertonas 4 mazgus ir t. t. Mazgų skaičių, lygiai kaip jų padėtį stiebe ir relatyvų dažnumą duoda ši lentelė:

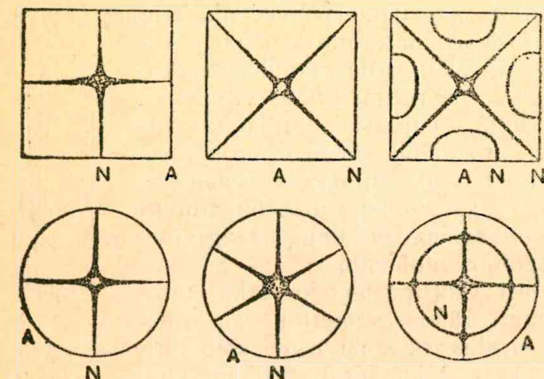
| Mazgų skaičius | Padėtys dalimi 1 skaitant nuo vieno stiebo galo | n |
|---|---|---|
| 2 | 0,224; 0,776 | 1 |
| 3 | 0,132; 0,5; 0,868 | 2,76 |
| 4 | 0,094; 0,357; 0,643; 0,906 | 5,4 |

Aišku, kad ir čia obertonai ne pagrindinio tono harmonikai. Remiantis lordo Rayleigh'o dažnumo formulomis kaip abiem galais laisviems stiebams, taip ir vienu galu laisviems stiebams, galima pasakyti, kad stiebo pagrindinio tono ir jo obertonų dažnumai santykiuoja kaip eilė nelygių skaičių kvadratų, būtent, kaip $3^2 : 5^2 : 7^2$.., nes tie dažnumai proporcingi $m^2$. Šitie santykiai reiškiasi juo tiksliau, juo augštesni obertonai imami galvon, nes augštesniems obertonams

$$m = 5\frac{\pi}{2}, 7\frac{\pi}{2}, 9\frac{\pi}{2}...$$

Kad laisvu abiem galais stiebu galima būtų pasinaudoti kaipo muzikaliu prietaisu, reikia jis paremti mazgų vietose. Taip žydų harmonika, arba cimbalai, susideda iš tokių stiebų, paremtų dviejuose mazguose atokume truputį daugiau kaip $^1/_5$ dalis stiebo ir $^4/_5$ stiebo ilgio, skaitant nuo vieno jo galo, ir mušamų dviem plaktukais per vidurį.

Pagaliau trečią skersų stiebų vibracijų atsitikimą turėsime tada, kada abudu stiebo galai įdėti į spustuvus. Tuo atveju pagrindinis tonas visiškai neduoda mazgo stiebe. Pirmutinis obertonas duoda vieną mazgą per stiebo vidurį ir antrasai obertonas duoda du mazgus atokume 0,359 ir 0,641 nuo vieno stiebo galo. Augštesni obertonai duoda daugiau mazgų, bet muzikaliu atžvilgiu suspausti abiem galais stiebai neturi jokios reikšmės.



37 pieš.

Pabrėšime čia, kad duotosios Rayleigh'o formulos skersai vibruojančių stiebų dažnumui apskaityti ir aplamai išdėstytieji stiebų skersų vibracijų dėsniai veikia tik visais tais atvejais, kada stiebo storumas lygiagrečiai vibracijų krypčiai yra mažas, palyginant su stiebo ilgiu.

Einant prie plokštelių skersų vibracijų, visų pirma reikia konstatuoti, kad į plokštelę galima žiūrėti kaip į stiebą, kurio platumas nebemažas, palyginant su ilgiu, ir dažnai lygus ilgiui, paėmus kvadratinės formos plokštelę (žiūr. 37 pieš. NA figūrą). Tokia plokštelė gali vibruoti kaip apie vieną kvadrato vidurinę liniją, taip ir apie kitą, ir pabraukus plokštelę stryku arba kitu kuriuo būdu iššaukus jos vibracijas, ji ims vibruoti apie abidvi linijas.

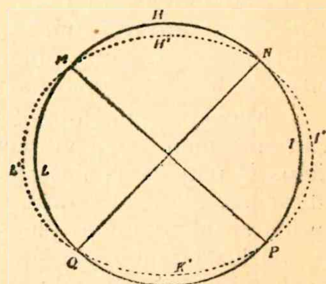
Matematiškas tokių plokštelių vibracijų nagrinėjimas yra dar painesnis, kaip stiebų, ir šitas uždavinys šiandien išspręstas tik paprasčiausios formos plokštelėms ir cilindriniams metalų lapams. Bet Chladni, kuris ypatingai daug yra prisidėjęs prie plokštelių vibracijų ištyrimo, yra suradęs labai paprastą būdą demonstruoti mazgų linijas ant apskritų ir kvadratinių plokštelių smulkiu ir sausu grynu smėliu. Kadangi tos mazgų linijos sudaro gražias didelio įvairumo figūras, tai tyrinėtojai noromis užsiima panašiais eksperimentais ir todel eksperimentiškai skersos plokštelių vibracijos gan gerai yra ištirtos.

Norint gauti Chladni figūras reikia paimti apskrita arba kvadratinė homogeninė vienodo storumo stiklinė arba metalinė plokštelė ir įdėti per vidurį į spaustuvus su

kamščio pamušalais, kad stiklo plokštelė nesprogtų, o metalinė plokštelė neišsilenktų, gulsčioje padėtyje (galima, žinoma, suspausti tokią plokštelę kitam taške, ne per vidurį, tada gausime painesnes figūras). Jeigu dabar bet kurioje vietoje plokštelės kranto smarkiai pabraukti iš arklio uodegos gerai patrintu kanifoliu stryku, tai plokštelė ims vibruoti duodama tą ar kitą sudėtinę notą. Jeigu plokštelės paviršius apibarstytas smėliu (tik kad smėlio būtų neperdaug, geriau mažiau), tai smėlys ypatingai smarkiai blaškomas antimazgų srityse, vadinasi, tose srityse, kurios yra smarkiausio judėjimo stovyje, ir pagaliau susitaupo silpniausio judėjimo srityse, vadinasi, tose vietose, per kurias eina mazgų linijos. Jeigu braukiant stryku paliesim pirštu tą ar kitą plokštelės kranto vietą, tai toje vietoje judėjimas bus slopinamas ir todel gangreit visuomet ten susidarys mazgas, iš kurio tęsis mazgo linija, jeigu tiktai plokštelė turi ir tokį vibracijos būdą, kuriam mazgo linija eina per tašką, paliestą pirštu. 37 piešinys duoda po 3 įvairias Chladni figūras ant kvadratinių ir apskritų plokštelių. Norint gauti tas figūras, pirštu arba pirštais reikia paliesti taškai NN, o stryku braukti taškuose A. Paprasčiausios figūros, sudarytos dviem statmeniškom vidurinėm linijom arba dviem diagonalėm, rodo pagrindinių tonų vibracijas; painesnės figūros atatinka obertonų vibracijoms.

Kaip rodo piešinys, apskritos plokštelės reiškia du skirtingus vibracijos būdus su mazgais išilgai diametrų ir su mazgais ratų linijomis. Norint gauti žemiausią apskritos plokštelės notą su mazgų linija ratu, reikia paliesti apskrita plokštelė $2/3$ radijaus atokume nuo centro ir pabraukti ją stryku $45^0$ atokume nuo paliesto taško N. Tada gausime mazgų liniją pavidalo rato, einančio per tašką N, ir dar dvi mazgų linijas išilgai dviejų statmeniškų diametrų. Taigi mes čia visgi turėsime tuo pačiu laiku dvi skirtingas vibracijas. Norint gauti vibraciją tik su mazgų linija ratu, reikia paimti tarp nykščio ir smiliaus apskrita plokštelė $2/3$ atokume nuo jos centro (arba įdėti plokštelė tuo būdu į spaustuvus) ir suteikti jai smūgį per patį centrą kaučiuko plaktuku. Tada visas smėlys susirinks ratu. Jeigu gi suspausim apskritą plokštelę $2/5$ radijaus atokume nuo centro ir suduosim per patį centrą kietu plaktuku, tai gausime du mazgo ratus.

Taigi vibracijoms ratais mažiausias mazgų ratų skaičius bus vienas. Vibracijoms radijais arba diametrais (išilgai) mažiausias diametrų skaičius (mazgų linijų skaičius) bus 2. Šituo atveju dvi iš eilės sritys, į kurias diametrai padalina apskritą plokštelę, visuomet esti priešingose judėjimo fazėse. Tas pat reikia pasakyti ir apie sritis, į kurias kvadratinė plokštelė padalinama mazgų linijomis. Prie radialių vibracijų mazgų diametrų skaičius gali būti didesnis kaip 2. Visais atvejais tono dažnumas yra proporcingas diametrų skaičiaus kvadratui. Kada mes turime tuo pačiu laiku ir radiales ir ratines (cilindrines) vibracijas, tai tada dažnumas proporcingas skaičiui: $(m+2p)^2$, kur m reiškia mazgų diametrų skaičių, o p mazgų ratų skaičių.



38 pieš.

Gongai ir varpai sudaro ypatingas vibruojančių plokštelių rūšis. Taip paėmus apskritą plokštelę ir išlenkus ją krantais žemyn, taip kad susidarytų figūra panaši į varpą, manoma, kad tokios plokštelės radialės arba diametralės vibracijos pilnai atatinka varpų vibracijoms. Bet iš tikrųjų varpų vibracijų būdai yra daug painesni ir tų vibracijų problema galima išspręsti šiek tiek patenkinamai cilindrų vibracijų teorija (vadinasi, plokštelių, sulenktų cilindrų pavidalu). 38 piešinys vaizduoja tokio cilindro skrodį skersai jo ašies vibracijos stovyje ir, būtent, tada, kada cilindras duoda žemiausią notą. Sudavę iš vidaus ar iš oro tokį cilindrą, mes jį išlenksime smūgio vietoje ir iššauksime elastingų atstatymo jėgų veikimą. Kaip rodo 38 piešinys cilindro skrodis vibruojant priima elipsės formą. Aišku, kad taškuose H, J, K, L judėjimas bus radialis. Į šituos taškus mes galime žiūrėti kaip į smarkiausio judėjimo vietas arba kaip į antimazgus. Bet mazgai M, N, P, Q jokiu būdu negali būti parimę, nors jie ir ne-

dalyvauja radialiame judėjime. Dalykas tas, kad lankas M H' N yra mažesnis kaip lankas M H N, ir lankas M L' Q yra didesnis kaip lankas M L Q Taigi turi būti tangentinis mazgų judėjimas, nes kitaip nebeturėtų vietos nurodytoji lankų ilgio variacija. Vadinasi, išeina, kad mazgai radialiam judėjimui yra tuo pačiu laiku antimazgai tangentiniam judėjimui ir atvirkščiai. Vadinasi, į varpą galima žiūrėti kaip į vibruojantį cilindrą, prispaustą per jo viršaus vidurį ir išlenkta iš apačios (suteikus smūgį), kuris tuo pačiu laiku atlieka radiales ir tangentines vibracijas. Kad tokios tangentinės vibracijos turi vietos, aišku iš to žinomo fakto, kad stiklo taurė, pabraukta drėgnu pirštu, duoda notą. Jeigu nebūtų tangentinio judėjimo, tai pabraukimas pirštu negalėtų iššaukti garso.

Taigi skambant varpui turi vietos dvi vibracijos rūšys: radialė ir tangentinė. Jeigu varpo forma cilindrinė, tai jos skrodis skersai ašies virsta tai elipse, ištempta išilgai vieno diametro, tai elipse, ištempta išilgai kito statmeniško diametro. Be to dar, reikia turėti galvoje visą eilę mazgų sluogsnių arba mazgų plokščių varpo masėje, kurių skaičius pareina nuo varpo storumo. Aplamai varpų teorija šiandien toli gražu dar nebaigta ir gerą varpą gali nulieti tiktai prityręs liejikas—menininkas. Mušimai, kurie girdisi apmirštant varpo garsui, pareina nuo tų ar kitų netaisyklingumų varpe. Savaime aišku, kad varpo obertonai, nuo kurių pareina varpo garso kokybė, ne harmonikai.

Sąryšy su plokštelių vibracijomis tenka pasakyti keletas žodžių apie plėkšnelių (plonų plokštelių), arba membranų, vibracijas. Tarp membranų ir plokštelių šituo atžvilgiu tas pats santykis kaip tarp stygų ir stiebų. Stygos atstatomoji jėga pareina tik nuo iš oro tempiančios jėgos, tuo tarpu kai stiebų atstatomoji jėga pareina nuo deformacijos elastingų jėgų. Taip pat plėkšnelių, arba membranų, atstatomoji jėga pareina nuo jos išorinio įtempimo, kuris dažniausiai būna vienodas per visą membraną. Plokštelių gi atstatomoji jėga pareina nuo jų elastingų jėgų pasipriešinimo, deformuojant jas. Aprišus rėmelius drėgnu popierium, tas popierius džiūdamas susitrauks ir duos mums iš oro vienodai ištemptą membraną. Paėmus eilę nevienodo dažnumo dūdų, popierinė membrana smarkiai rezonuoja su ta dūda, kurios dažnumas atatinka membranos natūraliam vibracijos būdui. Jeigu membraną apibersim smėliu, tai smėlys susiburia išilgai mazgų linijų. Šitais eksperimentais galima įsitikinti, kad membranos svyravimo būdai yra tokie pat kaip plokštelių. Taigi, pavyzdžiui, ant apskritos membranos susidaro arba mazgų ratai, pradedant nuo vieno, kuris susidaro ant membranos periferijos, arba mazgų diametrai, pradedant nuo vieno diametro. Pagaliau gali susidaryti ir kombinacijos mazgų ratais ir diametrais.

Muzikos tyrinėtojas Sedley Taylor'as pavartojo labai gražų metodą demonstruoti įvairiems membranų vibracijų būdams. Jis ištempia muilo plėkšnelę ant rėmelių iš vielos ir padeda ją ties rezonatorium pavidale indo su oru. Suteikiant dūda indo orui vibracijas, atatinkant dažnumams, ima vibruoti ir membrana. Kadangi mazgų linijos, kurios susidaro muilo plėkšnelėje, skiriasi savo storumu nuo kitų plėkšnelės vietų, tai jos reiškiasi muilo plėkšnelėje gražiomis interferencijos spalvomis, kurias galima atmesti proekcijos aparatu ir ekrane. Įvairiems vibracijų būdams atatinka įvairių spalvų piešiniai ir, aplamai, mes čia turime labai gražų reginį. Šitas Toylor'o prietaisas vadinasi foneidoskopas.

Tarp tyrinėtojų dar ir šiandien yra ginčų, ar membrana rezonuoja į bet kurias vibracijas, vadinasi, ar galima joje sudaryti priverstos vibracijos, ar tiktai ji rezonuoja tokias vibracijas, kurios atatinka jos natūraliams dažnumams. Aplamai galima pasakyti, kad membrana smarkiai rezonuoja tik savas vibracijas. Bet ji gali duoti ir priverstas vibracijas, tačiau tiek silpnas, kad demonstruoti tokių vibracijų mazgų linijas smėliu negalima.

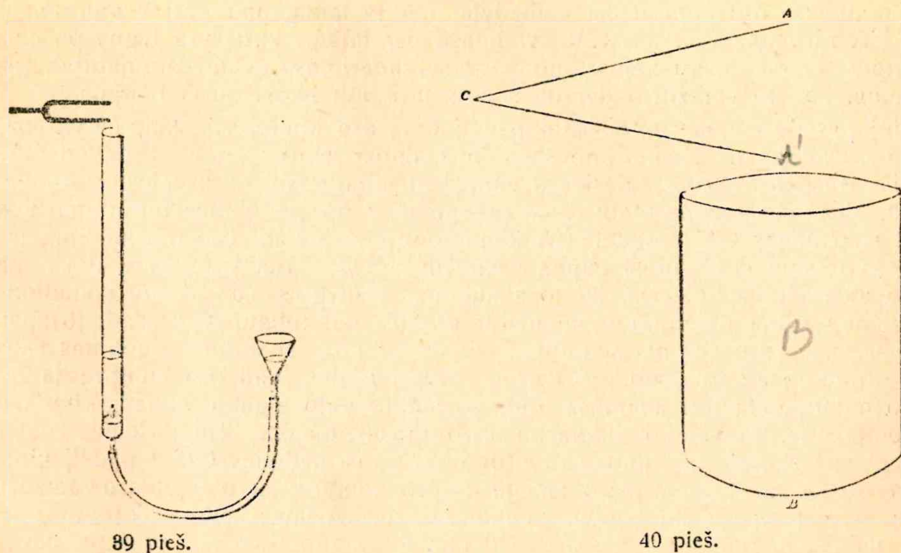
Reikia pasakyti, kad membranų vibracijos išnagrinėtos kaip teorijoj, taip ir eksperimentais. Bet teorijos ir eksperimento išdavos sutinka tik mazgų linijų skaičiaus ir padėties atžvilgiu, bet skiriasi dažnumo atžvilgiu, tur būt, todel, kad oro vibracijos keičia šiek tiek membranų dažnumą.

Būgnas yra muzikalis instrumentas, kur mes turime membranos pritaikinimą. Dažniausiai tai katilo pavidalo indas, ant kurio krantų užtempta plėkšnelė. Sudavus ją, jis duoda savo natūralę notą.

Ausies būgnelis (tympanum) irgi yra membrana, kuri vibruoja ją pasiekančių oro bangų įtakoje. Taigi mes čia turime priverstas vibracijas ir todel netenka abejoti, kad būgnelio įtempimas savaime keičiasi be mūsų sąmonės ir valios įsikišimo ir tuo būdu būgnelis prisitaikina prie įvairių vibracijų. Kadangi būgnelis yra sujungtas su mažų kaulelių sistema vidurinėje ausies dalyje, tai reikia manyti, kad būgnelio atstatomoji jėga nėra proporcinga atsilenkimui, ir todel būgnelio vibracijos nėra paprastos harmoningos vibracijos.

## 5 §. Dūdų vibracijos. Stovinčios bangos dūdose. Obertonai atdarų iš abiejų galų ir uždarytų iš vieno galo dūdų. Kundto vamzdis ir jo pritaikinimai garso greitumui įvairiose dujose surasti ir Young'o kietų kūnų moduliui nustatyti. Vargonų dūdos: lūpų dūdos ir liežuvėlių dūdos. Kiti oro instrumentai.

Kad suprastume, kaip susidaro dūdoje oro vibracijos tokio stiprumo, kad duotų tam tikrą notą, pasinaudosime prietaisu, kurį vaizduoja 39 piešinys. Mes čia turime stiklo vamzdį 50 cm. ilgio ir nuo 2 iki 3 cm. diametro. Vamzdis pastatytas stačiai. Apatinis jo galas uždarytas kamščiu su skyle, per kurią eina trumpas stiklo vamzdelis. Tas stiklo vamzdelis kaučiuko vamzdžiu sujungtas su koštuvu, pripiltu vandens, taip kad keliant koštuvą augštyn vandens lygis vamzdyje kils augštyn, leidžiant gi koštuvą žemyn, vandens lygis vamzdyje slinks irgi žemyn. Padėsime dabar ties vamzdžio atdaru galu tam tikro tono kamertoną šakomis gulsčiai vertikalėje plotmėje. Smarkiai suspau-




39 pieš. 40 pieš.

sime kamertono šakas ir paleisime jas. Kamertonas ims vibruoti, duodamas gan silpną toną, nes jo šakų išjudintas oro kiekis yra nedidelis. Oras vamzdyje irgi bus išjudintas, bet jeigu to oro dažnumas, kuris pareina nuo vamzdžio didumo, skiriasi nuo kamertono dažnumo, tai oro vibracijos vamzdyje bus priverstos ir todel silpnos. Bet keliant augštyn koštuvą arba leidžiant jį žemyn, kitaip sakant, mainant vamzdžio ilgį, mes visuomet galime suteikti oro stulpui vamzdyje tokį didumą, prie kurio to oro stulpo natūralis dažnumas bus lygus paimto kamertono dažnumui. Pasiekus tokią

padėtį oras rezonuos į kamertono vibracijas, tos vibracijos bus sustiprintos, ir kamertonas smarkiai skambės. Prie tokios padėties visa kamertono vibracijų energija bus suteikiama orui ir oras iš savo pusės visą tą energiją atiduos garso pavidalu. Paėmus kitą kamertoną reiks suteikti oro stulpui vamzdyje kitą augštį, mainant vandens lygumos padėtį vamzdyje, kitaip sakant, reikės suteikti vamzdžiui kitą ilgį, prie kurio oras vamzdyje rezonuos su tuo kitu kamertonu. Tuo patim prietaisu lengva įsitikinti, kad paliekant tą patį kamertoną oras rezonuos su juo ne tik prie tam tikro vamzdžio ilgio l, bet ir prie ilgių $\frac{l}{3}$, $\frac{l}{5}$, $\frac{l}{7}$..., lygiai kaip ir prie ilgių 3l, 5l, 7l.

Taigi šitie eksperimentai rodo, kad vamzdis su oru, vadinasi, dūda, veikia kaip rezonatorius. Taip pat veikia ir visokios kitos dūdos. Dūda iš tonų mišinio (trukšmas, ūžimas, šnypimas) atsiliepia į savo natūralį toną, tą toną stiprina ir duoda tuo būdu aiškią notą, priversdama pagaliau vibruoti savo periodu vibracijų išorinį šaltinį.

Kad dar geriau suprastume rezonanso tarp dūdos ir kamertono mechanizmą, pažiūrėsime, kas darosi su dūdos oru darant kamertonui vieną pilną vibraciją. 40 piešinys vaizduoja vieną kamertono šaką dviejose padėtyse CA ir CA' maximum atsilenkimo į vieną ir kitą pusę. Ta šaka padėta ties dūdos atdaru galu. Dūdos galas B uždarytas. Kada kamertono šaka vibruodama ima slinkti iš padėties CA į padėtį CA', tai ji spaudžia orą iš priekio ir varo tą suspaustą orą į vamzdį. Oro kompresija pasiekia vamzdžio dugną B ir atsimuša nuo jo, taip kad žemiausias oro sluogsnis ima kilti augštyn ir stumia augštyn antrąjį sluogsnį, tasai trečiąjį ir t. t. Taigi išeina, kad oro kompresija pasiekus dugną atsimuša nuo to dugno kaip kompresija ir kaip tokia pasiekia vėl vamzdžio atdarą galą, padarius kelią 2l, jeigu vamzdžio ilgis bus l, arba kelią $\frac{\lambda}{2}$, jeigu vamzdžio ilgis bus $\frac{\lambda}{4}$, vadinasi, bus lygus 1/4 bangos ilgio daliai. Mat, tokį kelią atlieka oro kompresija vamzdyje per tą laiką, per kurį kamertono šaka iš padėties CA nuslenka į padėtį CA', vadinasi, per laiką, kuris yra lygus pusei kamertono periodo. Taigi jeigu kamertono periodas suderintas su vamzdžio natūraliu periodu, tai ir išeina, kad to vamzdžio dvigubas ilgis turi būti lygus pusei bangos.

Taigi pasiekus kamertono šakai padėtį CA', oro kompresija kaip tik yra pasiekusi vamzdžio atdarą galą. Kamertono šaka ims dabar slinkti atgal į padėtį CA. Tuo pačiu laiku suspaustas oras, pasiekęs vamzdžio atdarą galą, ims plėstis, išeidamas iš vamzdžio. Vadinasi, kamertono šakos judėjimas ir oro judėjimas bus pilnai suderinti. Slenkant iš padėties CA' į padėtį CA kamertono šaka sudaro oro praskiedimą iš vamzdžio pusės ir siunčia tą praskiedimą į vamzdį žemyn. Bet suspaustas oras, pasiekęs vamzdžio atdarą galą, plečiasi iki jo spaudimas išsilygins su išoriniu spaudimu. Bet taip plečiantis įgyja judėjimo momentą ir plečiasi dar toliau, taip kad jo spaudimas darosi mažesnis kaip išorinis spaudimas, ir dabar tasai spaudimo puolimas skleidžiasi vamzdyje nuo jo atdaro galo ligi dugno. Taigi išeina, kad oro kompresija pasiekus vamzdžio atdarą galą irgi atsimuša nuo to atdaro galo atgal į vamzdį, bet jau nebe kaipo kompresija, bet kaipo dilatacija (oro praskiedimas). Taigi išeina, kad banga, kuri skleidžiasi žemyn, grįžtant kamertono šakai iš padėties CA' į padėtį CA, pilnai suderinta su banga, kuri susidaro atsimušus oro kompresijai nuo atdaro vamzdžio galo ir kuri, kaipo praskiedimo banga, slenka žemyn. Aišku, kad tas oro praskiedimas, pasiekęs vamzdžio dugną B, atsimuš vėl nuo to dugno kaip oro praskiedimas, vadinasi, be jokio fazės pasikeitimo, bet pasiekus vamzdžio atdarą galą vėl atsimuš nuo to galo atgal į vamzdį, bet jau kaip oro kompresija, vadinasi, pasikeitus fazei per $\pi$. Taigi kamertono ir oro vibracijos čia pilnai suderintos. Kamertonas visą laiką atlieka darbą oro atžvilgiu, suteikdamas tam orui savo energiją, kol visas oras vamzdyje ims vibruoti tokia pat amplituda kaip kamertonas, atiduodamas iš savo pusės visą energiją tam tikro tono pavidalu.

Kad dar geriau suprastume aprašytą čią procesą pasinaudosime kaipo mechaniška analogija spyruoklio paprastais harmoningais svyravimais. Tegu spyruoklis, pakabintas

vertikaliai, taip kad spyruoklio pakabinimo vieta atatinka vamzdžio dugnui. Ištempsime spyruoklį ir paleisime jį. Jis vibruos vertikaliai ir jo vibracijos bus visais atžvilgiais panašios į oro vibracijas vamzdyje. Per pusę periodo visas spyruoklis susitrauks. Taip pat ir visas oras per pusę periodo susitrauks vamzdyje. Per kitą pusę periodo spyruoklis išsitemps. Taip pat ir visas oras išsitemps vamzdyje. Didžiausias įtempimo pasikeitimas spyruoklyje bus toje vietoje, kurioje spyruoklis pakabintas. Tuo pačiu laiku toje vietoje bus mažiausias spyruoklio judėjimas. Taigi šitą spyruoklio vietą mes galime pavadinti mazgu iš analogijos su stygų vibracijomis. Taip pat vamzdyje smarkiausia spaudimo variacija bus dugne, bet užtat visų mažiausias judėjimas. Taigi vamždžio dugnas bus mazgo vieta. Antra vertus, laisvasai spyruoklio galas bus smarkiausio judėjimo vieta, bet tuo pačiu laiku mažiausio įtempimo pasikeitimo. Iš analogijos tai bus antimazgas. Taip pat atdaras vamzdžio galas bus smarkiausio judėjimo vieta kartu su mažiausio oro spaudimo pasikeitimu. Taigi atdaras vamzdžio galas bus oro bangos išsigaubimas (antimazgas).

IV skyriaus 7 §, kalbant apie skersų bangų atspindį kietame elastingame mediume, mes konstatavome, kad atsimušant tokioms skersoms bangoms nuo kietos sienos arba nuo ribos paviršiaus, kuris skiria retesnį mediumą nuo tankesnio mediumo, visuomet įvyksta fazės pasikeitimas ta prasme, kad atmušta banga skiriasi fazėje nuo žengiančios į priekį bangos per $\pi$. Bet atsimušant bangai nuo paviršiaus, kuris skiria ją nuo retesnio mediumo, fazės pasikeitimo neįvyksta. Išilginės kompresijos ir dilatacijos bangos, išeinant iš to, kas anksčiau pasakyta, elgiasi kitaip. Jos nekeičia savo judėjimo fazės atsimušdamos nuo kietos sienos arba, kitaip sakant, atsimušdamos nuo paviršiaus, kuris jas skiria nuo tankesnio mediumo. Priešingai, tokios bangos keičia savo fazę per $\pi$ atsimušdamos nuo paviršiaus, kuris jas skiria nuo tuštumos arba nuo retesnio mediumo. Šitą skirtumą reikia turėti galvoje kalbant apie fazės pasikeitimą atsimušant skersoms ir išilginėms bangoms.

Dabar mums bus suprantama, kad dūdoje, ar ji bus atdara iš abiejų galų, ar uždaryta iš vieno galo, turi susidaryti stovinčios bangos tokiu pat būdu, kaip susidaro skersos stovinčios bangos (žiūr. IV skyriaus 4 §. 18 pieš.). Žengianti į priekį banga ir atsimušusi banga, lygiai kaip ir bangos, kurios atsimuša nuo vieno vamzdžio galo ir nuo kito vamzdžio galo, interferuoja ir duoda žinomą jau mums statinį judėjimą.

Priminsime čia trumpai stovinčių bangų ypatingumus. Kiekviena stovinti banga susideda iš eilės segmentų, atskirtų vienas nuo kito mazgais, kurie skiriasi fazėje per $\pi$, vadinasi, visuomet esti priešingose judėjimo fazėse. Visi vieno segmento taškai yra visuomet toje pačioje judėjimo fazėje, vadinasi, tuo pačiu laiku pasiekia maksimum atsilenkimo ir tuo pačiu laiku eina per pusiausviros padėtį, taip kad visi tie taškai skiriasi vienas nuo kito tik svyravimo amplituda. Taigi taškai vydury tarp dviejų mazgų visuomet būna smarkiausio judėjimo vietomis, t. y. antimazgais. 18 piešiny (IV skyriaus 4 §) tokiais antimazgais bus taškai $V_1$, $V_2$, $V_3$, $V_4 \ldots$, o mazgais bus taškai $N_1$, $N_2$, $N_3$ $N_4$.

Kad suprastume, kokio dažnumo vibracijos gali susidaryti uždarytame iš vieno galo vamzdyje ir atdarame iš abiejų galų vamzdyje, mes galime pasinaudoti 18 piešinio figūra R, priimdami, kad mazgai, kaip minimum judėjimo vietos, atatinka dūdos arba vamzdžio uždarytam galui, o antimazgai, kaipo maximum judėjimo vietos, atatinka dūdos atdaram galui. Taigi dūda, uždaryta iš vieno galo, gali turėti ilgius nuo mazgo $N_1$ (uždarytas galas) ligi antimazgo $V_2$, arba ligi antimazgo $V_3$, arba ligi antimazgo $V_4$, kitaip sakant, dūdos ilgis, išreikštas bangos ilgiu, gali būti $\frac{\lambda}{4}, \frac{3}{4}\lambda, \frac{5}{4}\lambda \ldots$ ir, vadinasi, uždaryta iš vieno galo dūda gali duoti pagrindinius tonus ir obertonus bangų ilgio $\lambda = 4\,l\, \frac{4}{3}\,l, \frac{4}{5}\,l \ldots$, jeigu mes raide l pažymėsime dūdos ilgį (paprastai uždarytos iš vieno galo dūdos ilgis visuomet sudaro $^1|_4$ dalį jo pagrindinio tono bangos ilgio). Taigi tokios dūdos pagrindinio tono ir obertonų dažnumai santykiuos kaip

$\frac{V}{4l} : \frac{3V}{4l} : \frac{5V}{4l} \ldots = 1 : 3 : 5 \ldots$, žodžiais sakant, santykiuos kaip eilė nelygių sveikų skaičių.

Bet kuris linijos R 18 piešinio antimazgas, sakysime $V_1$, atatinka dūdos atdaram galui. Taigi atadara iš abiejų galų dūda gali turėti ilgius nuo antimazgo $V_1$ ligi antimazgo $V_2$, arba ligi antimazgo $V_3$, arba ligi antimazgo $V_4$ ir t.t., kitaip sakant, tokios dūdos ilgis, išreikštas bangos ilgiu, gali būti $\frac{\lambda}{2}, \frac{2\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{4\lambda}{2} \ldots$ Tai reiškia, kad jeigu atdara iš abiejų galų dūda turi ilgi l, tai tos dūdos pagrindinio tono ir obertonų bangų ilgiai bus iš eilės $2l, l, \frac{2}{3}l, \frac{1}{2} \ldots$ Iš čia išeina, kad tokios dūdos pagrindinio tono ir obertonų dažnumai santykiuoja kaip $\frac{V}{2l} : \frac{V}{l} : \frac{3V}{2l} : \frac{2V}{l} \ldots = \frac{V}{2l} : \frac{2V}{2l} : \frac{3V}{2l} : \frac{4V}{2l} \ldots =$ $= 1 : 2 : 3 : 4 \ldots$, žodžiais, atdaros iš abiejų galų dūdos pagrindinio tono ir obertonų dažnumai gali būti išreikšti natūrale eile sveikų skaičių. Tuo būdu išeina, kad atdara iš abiejų galų dūda duoda pilnesnį toną kaip uždaryta iš vieno galo dūda, nes pastaroji neturi obertonų, atatinkančių sveikiems lygiems skaičiams. Taigi tokios dūdos garsas yra duslesnis, kaip atdaros iš abiejų galų dūdos.

Prie tų pačių išvadų, liečiančių abiejų rūšių dūdų vibracijų būdus, mes galime prieiti pasinaudoję 41 piešiniu, kuris vaizduoja mazgų ir antimazgų galimą padalinimą vienos ir kitos rūšies dūdoje. Mazgai čia pažymėti punktyrais (y), o antimazgai zigzago linijomis (n). Taigi paėmus uždarytą iš vieno galo dūdą (apatinė piešinio dalis) jos uždarytas galas visuomet bus mazgas, o atdaras galas visuomet bus antimazgas. Kitaip sakant, dūdos ilgis bus 1|4 dalis bangos, kuri atatinka pagrindiniam dūdos tonui, vadinasi, $\frac{\lambda_0}{4} = l$ ir $\lambda = 4l$, nes nuo mazgo iki artimiausio antimazgo mes turime visuomet 1|4 dalį bangos.

Kiek pagalvojus nesunku įsitikinti, kad padidinti mazgų ir antimazgų skaičių tokioje dūdoje galima tik vienu būdu, būtent, dalinant dūdą arba į tris, arba į penkias, arba į septynias lygias dalis, vienu žodžiu, dalinant dūdą į nelygų skaičių lygių dalių. Kitokio padalinimo čia negali būti, nes padalinus, sakysime, tokią dūdą į dvi, arba į keturias, arba šešias dalis nebus atatinkamybės tarp mazgų ir antimazgų ta prasme, kad tarp dviejų antimazgų visuomet būtų mazgas, arba atvirkščiai. Dar galima sau įsivaizduoti, kad mūsų dūda sudaroma iš sveiko skaičiaus trumpesnių uždarytų iš vieno galo dūdų, pridėtų prie viena kitos atidarytais galais. Tad irgi aišku, kad tokia ilgesnė dūda galima sudaryti paėmus arba 3, arba 5, arba 7 trumpesnes dūdas. Tuo būdu išeina, kad pirmasai uždaryto iš vieno galo dūdos obertonas turės du mazgus ir du antimazgus, kurių padėtį gausime padalinę dūdą į tris dalis ir iš eilės skaitant antimazgą ant atdaro galo dūdos 1|3 atokume nuo to antimazgo imant mazgą (y), 2|3 atokume vėl antimazgą (n) ir pagaliau 3|3 atokume vėl mazgą (dūdos uždarytas galas). Taigi skaitant nuo mazgo iki artimiausio mazgo arba nuo antimazgo iki artimiausio antimazgo mes turėsime $\frac{2}{3}\ l = \frac{\lambda_1}{2}$, nes nuo mazgo ligi mazgo arba nuo antimazgo iki antimazgo mes turime pusę bangos. Taigi $\lambda_1 = \frac{4}{3}\ l$.

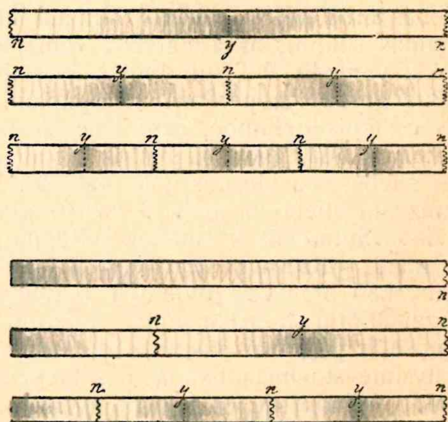
Antras obertonas bus padalinus dūdą į penkias lygias dalis. Iš piešinio čia aišku, kad $\frac{2}{5}l = \frac{\lambda_2}{2}$, iš kur išeina $\lambda_2 = \frac{4}{5}l$ ir t. t. Vadinasi, pagrindinio tono ir obertonų bangų ilgiams mes turime $\lambda = 4l, \frac{4}{3}l, \frac{4}{5}l \ldots$ ir dažnumams $n = \frac{V}{4l}, \frac{3V}{4l}, \frac{5V}{4l} \cdots$ taip

kad dažnumai santykiuoja kaip 1 : 3 : 5 ... Einant prie atdaros iš abiejų galų dūdos (žiūr. 41 pieš. viršutinę dalį), susidarant joje pagrindiniam tonui jos abudu galai bus antimazgai, vadinasi, tarp tų antimazgų per dūdos vidurį bus mazgas. Taigi čionai $l = \frac{\lambda_0}{2}$ ir $\lambda_0 = 2l$. Aišku, kad mes gausime atatinkamą padalinimą mazgų ir antimazgų tokioje dūdoje padalinę ją į 4, 6, 8 ... lygias dalis, vienu žodžiu, į lygų skaičių lygių dalių. Taigi tokios atdaros iš abiejų galų dūdos pirmasai obertonas susidaro tada, kada dūdos ketvirtdalio atokume nuo pirmojo antimazgo ant atdaro dūdos galo (n) susidaro mazgas (y), $^2/_4$ atokume susidaro antimazgas (n), $^3/_4$ atokume vėl mazgas (y) ir pagaliau $^4/_4$ atokume, vadinasi ant kito dūdos atdaro galo, vėl antimazgas (n). Kadangi nuo antimazgo iki antimazgo arba nuo mazgo iki mazgo mes turime pusę bangos, tai čia $\frac{l}{2} = \frac{\lambda_1}{2}$, arba $\lambda_1 = \frac{2l}{2}$.

Trečias obertonas susidaro padalinus dūdą į 6 lygias dalis su atatinkamu padalinimu mazgu ir antimazgu. Tada mes turime $\frac{l}{3} = \frac{\lambda_2}{2}$, arba $\lambda_2 = \frac{2l}{3}$. Taigi atdarai iš abiejų galų dūdai pagrindinio tono ir obertonų bangos ilgiai bus $2l, \frac{2l}{2}, \frac{2l}{3}, \frac{2l}{4} \dots$ ir dažnumai bus $\frac{V}{2l}, \frac{2V}{2l}, \frac{3V}{2l}, \frac{4V}{2l} \dots$ vadinasi, dažnumai santykiuos kaip $1 : 2 : 3 : 4 \dots$

Taip pat galima sau įsivaizduoti, kad atdara iš abiejų galų dūda sudaroma iš trumpesnių iš vieno galo uždarytų, sudedant jas uždarytais galais. Tuo būdu ilgesnė dūda gali būti sudaryta paėmus arba dvi (pagrindinis tonas), arba 4, arba 6, vienu žodžiu, lygų skaičių trumpesnių dūdų.

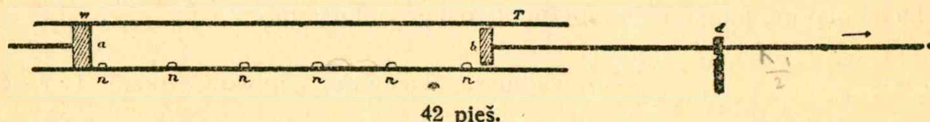
Kalbant apie būdą, kuriuo susidaro vibracijos ir stovinčios bangos dūdoje, mes matėme, kad dūdos dugnas yra mažiausio judėjimo ir didžiausios spaudimo atmainos vieta, vienu žodžiu, mazgas, ir kad dūdos atdaras galas yra didžiausio judėjimo ir mažiausio spaudimo atmainos vieta, vienu žodžiu, antimazgas. Be to, mes matėme, kad nuo dugno banga atsimuša nekeisdama judėjimo fazės, o nuo atdaro galo atsimuša keisdama judėjimo fazę per $\pi$. Mat, išorinis oras gali laisvai plėstis į visas puses ir todel pasiekus, sakysime, oro kompresijai dūdos galą, spaudimas išsilygina iki normalio išorinio spaudimo. Bet visgi čia nebus tokio spaudimo sumažėjimo, kaip būtų, jeigu išorinio oro tankumas būtų mažesnis kaip oro dūdoje tankumas. Tai reiškia, kad atdaras dūdos galas nebus pilno spaudimo išsilyginimo vieta, vadinasi, nebus pilnai didžiausio judėjimo vieta, o tik gangreit tokia vieta, žodžiu, bus gangreit tik antimazgas. Taigi ir dūdos ilgis nebus $^1/_4$ bangos ilgio, o bus trumpesnis. Kad, išeinant iš dūdos ilgio, galima būtų apskaityti bangos ilgis, reikia įvesti tam tikra pataisa dūdos ilgiui del augščiau nurodytos priežasties, vadinamoji „dūdos galui“ pataisa. Apskritai šita pataisa sudaro apie 0,6 dūdos radijaus. Taigi pažymėjus dūdos ilgį raide $l_0$ ir dūdos radijų raide r, pataisytas dūdos ilgis bus $l = l_0 + 0{,}6r$ atdarai iš vieno galo dūdai, $l = l_0 + 2{\cdot}06r$ atdarai iš abiejų galų dūdai. Duodant santykius dūdų ilgiams ir bangų ilgiams turėta galvoj toksai pataisytas dūdų ilgis. Su ta pataisa reikia skaitytis visais tais atvejais,



41 pieš.

kada dūdų vibracijos vartojamos garso greitumui nustatyti. Pavyzdžiui, aparatu, kurį atvaizduoja 39 piešinys, galima surasti garso greitumas ore, jeigu mes žinome paimto kamertono dažnumą n. Keliant augštyn koštuvą su vandeniu arba leidžiant jį žemyn, mes surandame tokį dūdos ilgį $l_0$, prie kurio mes turime pilną rezonansą. Tada $\lambda = 4l$, kur $l = l_0 + 0{,}6r$ ir $V = n\lambda$. Paėmę gi dūdos ilgį be pataisos mes gausime garso greitumui mažesnį skaičių kaip reikia. Bet ir imant pataisytą dūdos ilgį mes visgi gauname garso greitumui dūdoje kiek mažesnį skaičių kaip laisvame ore todel, kad čia būna judėjimo momento nuostolis del trynimosi į dūdos šonus. Iš Regnault'o tyrinėjimų, apie kuriuos buvo kalba šito skyriaus 1 §, mes jau žinome, kad juo mažesnis dūdos diametras, juo mažesnis garso greitumas dūdoje, ir augant diametrui tas greitumas didėja ir pasiekia tam tikras ribas. Kirchhofas ir Helmholtz'as davė formulą, kuri nustato santykius tarp garso greitumo, dūdos diametro ir notos dažnumo, būtent: $V = V_0 \left(1 - \frac{C}{D\sqrt{N}}\right)$.

Čia $V_0$ reiškia garso greitumą laisvame ore, V garso greitumą dūdoje, D dūdos diametrą, N notos dažnumą ir pagaliau C tam tikrą koeficientą. Remiantis nurodytu eksperimentu ir šita formula gaunama toks skaičius garso greitumui laisvame ore temperatūroj $0^0$ : 331,676 metrų per sekundą.



42 pieš.

Kundtas surado labai gražų būda stovinčioms bangoms dūdoje demonstruoti. Mes čia kalbame apie vadinamą Kundto vamzdį. Kadangi tas vamzdis turi didelės reikšmės kai kurioms svarbioms fizikos konstantoms nustatyti, tai mes čia jį aprašysime (žiūr. 42 pieš.). Imamas ilgokas stiklo vamzdis arti 2—3 cm. diametro. Vienas to vamzdžio galas uždaromas hermetiškai stumekliu a. Į kitą gi galą laisvai įeina stumeklis b iš kamščio arba iš medžio, prilipdytas prie metalinio arba stiklinio stiebo bc galo. Patsai stiebas arba net ir stiklinis vamzdis kietai įdėtas į spaustuvus per savo vidurį d. (Jeigu imamas stiklinis arba metalinis vamzdis, tai jo diametras turi būti ne didesnis kaip ½ cm.). Stiklo vamzdis WT turi būti sausas ir jame pripilta lykopodiumo irgi sausų miltelių (sėkla grybo lycoperdon). Braukdami stiebo arba vamzdžio bc galą dc linkmėje nuo d į c šlapia gelumbe, jeigu stiebas arba vamzdis iš stiklo, arba apibarstyta kanifolės milteliais oda, jeigu stiebas iš metalo, mes gausime gan augštą pagrindinį stiebo toną, nes stiebas čia vibruos kaip atdara iš abiejų galų dūda, vadinasi, susidarant antimazgams ant stiebo bc galų ir susidarant mazgui per stiebo vidurį d, kur jis įdėtas į spaustuvus. Stumeklis b suteikia judėjimą orui vamzdyje WT, ir stumekliu a, stumiant jį į vamzdį giliau arba traukiant jį prie vamzdžio galo arčiau, galima pasiekti tokia padėtis, kad oras vamzdyje WT pilnai rezonuos su stiebu bc. Tada mes turėsime ypatingai stiprią ir aiškią notą. Lykopodiumo milteliai bus pagauti judėjimo antimazgų vietose ir pagaliau susirinks didesnėmis krūvelėmis mazgų vietose. Taigi mes aiškiai matysime stovinčią bangą, nes kiekvienas stiebo galo bc pabraukimas iššauks lykopodiumo miltelių debesis, kurie sudarys stovinčias bangų kilpas arba segmentus. Judėjimui parimus iš lykopodiumo krūvelių skaičiaus ir iš jų padėties galima bus spręsti apie stovinčios bangos mazgų skaičių ir jų padėtis, ir, vadinasi, išmatavus atokumą nuo mazgo iki mazgo, nuo krūvelės iki krūvelės, galima bus surasti sudarytos ore bangos ilgis. 42 piešiny tos lykopodiumo krūvelės pažymėtos raidėmis n. Kadangi garso greitumas stiebe yra daug sykių didesnis kaip garso greitumas ore, tai mazgų - krūvelių vamzdyje WT bus gana daug. Pirmasai iš tų mazgų bus vietoje a, o paskutinis netoli nuo b. Dalykas tas, kad stumeklis b yra čia energijos išteklius ir suteikia visą judėjimą orui vamzdyje WT. Bet oro vibracijų amplituda greitai darosi žymiai didesnė kaip stiebo vibracijų amplituda, ir todel judėjimas stumeklio b sulyginti tiek silpnas, kad tas

stumeklis greičiau vaidina mazgo vaidmenį kaip antimazgo. Savaime aišku, kad mes čia turime darbą su išilginėmis vibracijomis kaip stiebe taip ir oro vamzdyje.

Visų pirma pažymėsime, kad tokiu Kundto vamzdžiu galima surasti išilginių bangų greitumas kietuose kūnuose — stikle ir įvairiuose metaluose, žinant garso greitumą ore, bet tai neturi praktikos reikšmės. Pažymėsime garso greitumą ore raide V ir stiebe raide $V_1$, ir stiebo ilgį raide L. Pabraukus keletą sykių stiebą, lykopodiumo milteliai pasidalys krūvelėmis. Išmatavus atokumą l nuo vienos krūvelės iki artimiausios krūvelės, mes turėsime $\frac{\lambda}{2} = l$ ir $\lambda = 2l$. Kad gautum tikslesnius rezultatus reikia išmatuoti atokumas tarp bet kurių dviejų tolimesnių krūvelių ir tas atokumas padalinti į tarpų skaičių tarp šitų krūvelių. Antra vertus, rezonuojant vamzdžio WT orui su stiebu, stiebo notos dažnumas ir oro vibracijų dažnumas bus tas pats, sakysime n. Tad $n\lambda = n \cdot 2l = V$.

Kadangi stiebo ilgis L ir suspaustas per vidurį su abiem laisvais galais jis duoda savo pagrindinį toną, tai to tono bangos ilgis $\lambda_1$ išeina iš santykio $\frac{\lambda_1}{2} = L$, nes ant abiejų stiebo galų bus antimazgai, o atokumas tarp dviejų antimazgų yra lygus pusei bangos. Taigi išeina, kad stiebo pagrindinio tono bangos ilgis $\lambda_1 = 2$ L, iš kur išeina $n \cdot \lambda_1 = n \cdot 2L = V_1$

Iš šitos ir anksčiau paduotos lygties išeina $\frac{V_1}{V} = \frac{L}{l}$. Žodžiais, garso greitumas kietame stiebe santykiuoja su garso greitumu ore taip, kaip stiebo ilgis santykiuoja su atokumu tarp dviejų kaimynių lykopodiumo krūvelių. Taigi šitas santykis ir duoda apskaityti garso greitumą kietame stiebe.

Bet didelės praktiškos reikšmės turi Kundto vamzdis kaip labai patogus būdas Young'o moduliui tiksliai nustatyti. Išilginių bangų greitumas $V_1$ kietuose kūnuose, kaip jau mes žinome, yra lygus $\sqrt{Y/d}$, iš kur išeina $V_1^2 \cdot d = Y$. Čia, kaip paprastai, Y reiškia Young'o modulį, o d kieto kūno tankumą. Antra vertus, $V_1 = n \cdot \lambda_1 = n \cdot 2$ L. Dažnumą gi n mes surasime iš lygties $n\lambda = V$, kur V reiškia garso greitumą ore ir $\lambda$ bangos ilgį ore, kada oras vamzdyje WT rezonuoja su stiebu kaip jau anksčiau išdėstyta. Taigi visa tai atsimindami mes gausime tokį reiškinį Young'o moduliui:

$$Y = V^2 \cdot d \cdot \frac{L^2}{l^2}$$

Situo metodu Wertheim'as nustatė Young'o modulį visai eilei metalų ir stiklui ir tuo pačiu laiku nustatė tą modulį matuojant katetometru vielų ir stiebų iš metalų ir stiklo ištempimą arba pailgėjimą tempiant juos svoriais (Šitas metodas aprašytas skyriuje „Skysčiai ir Dūjos“ 2 §). Skaičiai gauti Young'o moduliui abiem metodais skiriasi tiek mažai vienas nuo kito, kad dažniausiai tas skirtumas neišeina iš neišvengiamų matavimo klaidų ribų.

Aišku taipogi, kad Kundto metodu galima pasinaudoti garso greitumui įvairiose dujose surasti, aprūpinus vamzdį WT dviem kranais ir iš eilės prileidžiant į tą vamzdį oro, anglies rūgšties, amoniako ir kitų dujų. Reikia tik tada žinoti paimto stiebo medžiagos Young'o modulį. Tegu vėl atokumas tarp dviejų gretimų lykopodiumo krūvelių bus l ir garso greitumas paimtose dujose V. Tad $n\lambda = n \cdot 2l = V$.

Antra vertus $n\lambda_1 = n \cdot 2L = V_1$ (tai liečia paimtą stiebą). Iš čia $n = \frac{V_1}{2L}$ ir, vadinasi, $V = V_1 \frac{l}{L}$, o $V_1 = \sqrt{Y/d}$. Tuo būdu Wüllneris, naudodamasis Kundto

vamzdžiu ir šitame paragrafe duota Helmholtz'o ir Kirhchofo lygtimi garso greitumui vamzdeliuose, nustatė šiuos garso greitumus žemiau pažymėtose dujose:

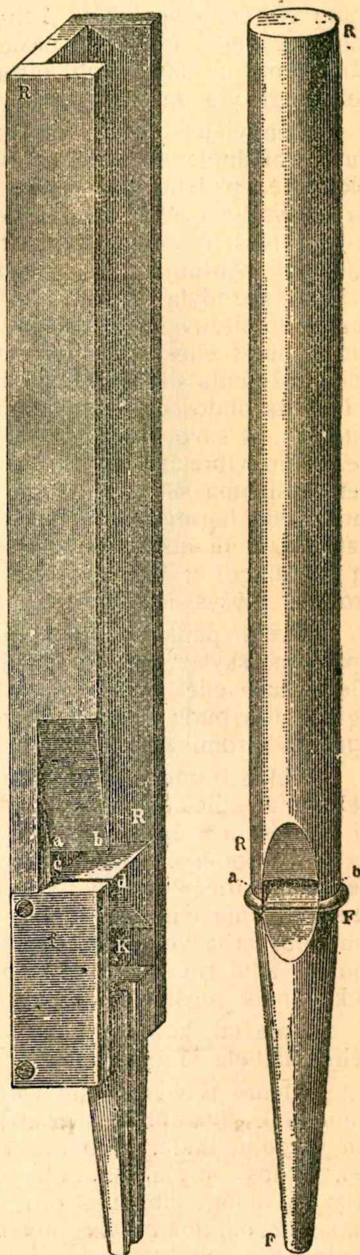
| | metr. sek. |
|---|---|
| Oras . . . . . . . . . . . . | 331,90 |
| Anglies monoksidas . . . . . . | 337,13 |
| Anglies rūgštis . . . . . . . . | 259,28 |
| Azoto oksidas . . . . . . . . | 259,64 |
| Amoniakas . . . . . . . . . | 415,99 |
| Etilenas . . . . . . . . . . | 315,90 |

Pagaliau išeinant iš Laplace garso greitumo dujose ir skysčiuose formulos $V = \sqrt{k \frac{P}{p}}$ (žiūr. IV skyriaus 6 § ir šito skyriaus 1 §) galima pasinaudoti Kundto metodu, kad surastume įvairioms dujoms $k = \frac{c_p}{c_v}$, svarbų termodinamikoje santykį tarp dujų dviejų lyginamųjų šilimų nuolatinio spaudimo ir nuolatinio tūrio. Reikia tik anksčiau nurodytu būdu surasti garso greitumas tose ar kitose dujose ir einant formula apskaityti k. Pažymėsime čia tik, kad Kundtas ir Warburgas nustatė šitą santykį gyvojo sidabro garams, modifikavę Kundto vamzdį ta prasme, kad jų buvo paimta du vamzdžiai su stumekliais. uždarančiais tolimesnius tų vamzdžių galus. Į gretimus gi vamzdžių galus, padėtus vienas ties kitu, buvo įdėtas metalinis stiebas kamščiais iš nedegamos medžiagos ir taip, kad tarp abiejų vamzdžių buvo 2/4 stiebo ilgio, o kiekviename vamzdyje kitos 2/4 stiebo ilgio. Ant stiebo galų vamzdžiuose buvo prilydyti stumekliai mažesnio diametro kaip vamzdžio diametrai. Braukiant dabar šitą stiebą per jo vidurį apibarstyta kanifoliu oda mes gausime pirmąjį stiebo obertoną, nes čia pusė bangos bus kaip tik lygi pusei stiebo ilgio. Viename iš abiejų paimtų vamzdžių buvo oras, kitame gyvasai sidabras. Tasai antrasai vamzdis buvo įdėtas į karštą krosnį, taip kad gyvasai sidabras buvo garų stovyje. Stumekliais, uždarančiais tolimesnius vamzdžio galus, galima suderinti oro stulpas viename vamzdyje ir gyvojo sidabro garų stulpas kitame vamzdyje, taip kad oras ir gyvojo sidabro garai rezonuos su stiebu. Taigi mes dabar galime surasti garso greitumą gyvojo sidabro garuose ir iš to greitumo apskaityti tiems garams santykį k. Kundtas ir Warburgas rado tuo būdu skaičių 1,66. Tai reiškia, kad gyvojo sidabro garai susideda iš vienatominių molekulų.

Kundto vamzdžiu, bet ne dvigubu, o tuo, kurį vaizduoja 42 piešinys, Rayleigh'as ir Ramsay nustatė santykį k argonui ir helijui ir rado, kad tas santykis abejoms dujoms yra lygus 1,66. Vadinasi, ir šitos dujos susideda iš vienatominių molekulų.

Pereinant prie įvairių oro muzikalių instrumentų mes kiek smulkiau aprašysime vargonų dūdų veikimą, nes vargonai turi gal didesnės reikšmės muzikos srityje kaip kiti oro instrumentai. Vargonų dūdos būna dviejų rūšių: vadinamos lūpų dūdos ir liežuvėlių dūdos. 43 piešinys vaizduoja dvi vargonų lūpų dūdas: vieną medinę kvadratinės formos, kitą metalinę cilindrinės formos. Šitos dūdos gali būti atdaros iš abiejų galų ir uždarytos iš vieno galo. Kaip susidaro oro vibracijos tokiose dūdose ir kaip jos duoda tam tikrą toną, klausimas gan painus ir šiandien nėra dar galutinai išspręstas. Atvaizduota 43 piešiny medinė dūda atidaryta iš vienos pusės, kad būtų matyti jos konstrukcija. Apačioje mes turime čia kanalą, pro kurį pučiamas į dūdą oras iš dumtuvų. Ant šito kanalo yra prizma d, kurios briauna cd atskirta nuo dūdos priešingos sienos kranto nedideliu plyšiu cd. Ties tuo plyšiu kaip tiktai stovi aštrus krantas ab nuožulniai išpjautos dūdos sienos dalies, kad susidarytų pakankamo didumo skylė, vadinama dūdos burna, apatinėje dūdos dalyje. Mechaninį procesą, kuris pagaliau sudaro dūdos skambėjimą, galima įsivaizduoti sau taip. Pučiamas tam tikru nuolatiniu spaudimu oras, eidamas pro plyšį, kaip visokios srovės eidamos pro plyšius, sudaro

verpetus. Taigi dalis to oro pateks iš vidaus aštraus kranto ab atžvilgiu, vadinasi, pateks į viršutinę dūdos dalį. Tas oras prisidės prie oro dūdoje, vadinasi, jo tankumas pasidarys didesnis, ir mes turėsime oro kompresiją, kuri skleisis dūdoje augštyn. Uždaviniui suprastinti priimsime, kad dūda iš viršaus uždaryta stumekliu, kaip tai būna su vargonų dūdomis, atdaromis iš vieno galo. Oro kompresija, pasiekus uždarytą dūdos galą atsimuš kaip kompresija ir kaip tokia sugrįš prie atdaro galo toje vietoje, kur yra dūdos burna. Taigi čia oras turi išeiti, ir jis išsiplės. Vadinasi, šitoje dūdos srityje susidarys dabar oro praskiedimas. Tas praskiedimas bus dar sustiprintas tuo, kad pučiamas į dūdą oras, eidamas pro plyšį ir verpetuodamas slenka ne tik viduje kranto ab, bet ir iš oro, vadinasi, srovės pavidale teka iš dūdos laukan. Kaipo būtina tokios srovės išvada, prasideda oro čiulpimas iš dūdos, kaip tai būna srovės siurbliuose. Taigi tas čiulpimas kartu su išsiplėtimu oro, atmušto nuo dūdos uždaryto galo, sudaro dabar žymią oro dilataciją, kuri pradedant nuo dūdos burnos skleidžiasi augštyn (vadinasi, į dūdos burną su plyšiu cd mes žiūrime kaip į atdarą dūdos galą, kur kompresija atsimuša kaipo dilatacija ir atvirkščiai, kur, vienu žodžiu, mes turime fazės pasikeitimą atsimušant išilginei bangai). Šita dilatacija, pasiekus uždarytą dūdos galą, atsimušusi ten kaipo dilatacija, ties krantu ab vėl susiduria su ta oro dalimi, kuri praėjus pro plyšį cd varoma augštyn iš kranto ab vidaus. Taigi čia vėl susidaro kompresija, kuri skleidžiasi augštyn ir t. t. Taigi kompresijos ir dilatacijos, kurios seka iš eilės viena kitą, stiprėja tol, kol darbas, atliktas pučiamos oro srovės oro dūdoje atžvilgiu, pasidarys lygus energijai, kurią duoda dūda garso pavidalu. Aišku, kad laikas, per kurį pilna banga, susidedanti iš kompresijos ir dilatacijos, išeina iš dūdos, yra lygus laikui, per kurį dilatacija ir kompresija atliks du kelius augštyn ir žemyn nuo dūdos burnos ligi uždaryto galo ir atgal. Taigi išeina, kad dūdos ilgis yra lygus ketvirtai bangos ilgio daliai.



43 pieš.

Atdaroje iš abiejų galų dūdoje tonas susidaro tokiu pat būdu, tik su tuo skirtumu, kad atsimušant bangai nuo abiejų atdarų galų keičiasi fazė, vadinasi, kompresija ir dilatacija atlieka kelią išilgai dūdos tik po vieną sykį, kad susidarytų pilna banga. Taigi čia dūdos ilgis yra lygus pusei bangos.

Aplamai dalyko esmė čionai yra ta, kad einant oro srovei pro plyšį cd, susidaro verpetai, ir tie verpetai yra vietinių spaudimo ir greitumo variacijų priežastys, kurios ir suteikia dūdos orui impulsus, iš pradžios gal ir netaisyklingus. Bet ėmus oro masei dūdoje pulsuoti, ji iš savo pusės veikia ploną oro srovę, kuri eina pro plyšį cd, ir varo tą srovę tai laukan iš dūdos, tai čiulpia ją į dūdą. Taigi pagaliau oro verpetų pulsacija ir oro masės dūdoje pulsacija susiderina periodo atžvilgiu veikdamos viena kitą, taip kad pagaliau didelė oro masė dūdoje vartoja einančios pro plyšį cd srovės verpeto energiją savo notai sudaryti, nelyginant kaip sunki švytuoklė ima energiją mažais

sulyginant postūmiais nuo nedidelio laikrodžio rato, bet švytuoja savo periodu. Taigi į dūdą visais atvejais galima žiūrėti kaip į rezonatorių, kuris stiprina oro srovės, einančios pro plyšį cd, pulsacijas ir užmeta toms pulsacijoms savo periodą.

Reikia tačiau pasakyti, kad išdėstytas čia procesas toli gražu neišaiškina kai kurių dūdų vibracijų ypatybių. Taip, stiprėjant oro srovei, labai dažnai kįla augštyn ir dūdos tonas, ir kada oro srovė pasiekia tam tikrą stiprumą, dūda nustoja duoti savo pagrindinį toną ir ima duoti pirmąjį obertoną. Taigi vargonų dūdų vibracijos problema reikalinga yra dar tolimesnių nagrinėjimų.

Lengviau suprasti, kaip susidaro garso vibracijos vadinamojoje liežuvėlio dūdoje, kurią vaizduoja 44 piešinys dviejuose variantuose. Liežuvėliu vadinasi lanksti metalinė plokštelė, padėta ties plyšiu ir kietai pritraukta vienu savo galu prie to plyšio. Yra dvi rūšys liežuvėlių: laisvas liežuvėlis, kada jis yra siauresnis kaip plyšys ir vibruojant įeina į plyšį ir išeina iš jo; ir mušantis liežuvėlis, kuris yra platesnis kaip plyšys ir, vadinasi, vibruojant tai pridaro plyšį, tai atidaro jį. Oras varomas iš dumtuvų pro kanalą, parodytą dūdos apačioje, prasiskverbdamas į plyšį ties liežuvėlio krantais iššaukia to liežuvėlio vibracijas. Vibruodamas liežuvėlis tai pridaro, tai atidaro plyšį ir tuo būdu iš eilės tai sulaiko oro srovę, tai paleidžia ją pro plyšį. Ant plyšio su liežuvėliu užmauta dūda dažniausiai kūgio pavidalo, kuri vaidina rezonatoriaus vaidmenį. Taigi tos dūdos orui suteikiami impulsai liežuvėlio vibracijų periodu, oras dūdoje ima pulsuoti, iš savo pusės veikia liežuvėlio vibracijas, ir pagaliau oro dūdoje vibracijos ir liežuvėlio vibracijos pilnai susiderina, ir dūdos oras, imdamas energiją nuo oro impulsų per plyšį, ima smarkiai vibruoti ir duoda savo toną. Tokiuose gi muzikos instrumentuose kaip harmonika ir fisharmonija veikia tiktai liežuvėliai be jokių dūdų kaip rezonatoriai, ir tų liežuvėlių nota galima sakyti išimtinai pareina nuo jų elastingumo, nuo jų medžiagos ir formos. Reikia tik ir čia pasakyti, kad esencialės reikšmės turi oro srovė ir plyšys, ir kad ta oro srovė keičia liežuvėlio savąjį dažnumą.

Fleita panaši yra į vargonų atdarą dūdą. Tiktai čia pučiamas oras iš burnos į apskritos skylės aštrius krantus, kuri padėta iš šono arčiau prie vieno fleitos galo. Fleita turi eilę skylių, kurias uždarant pirštais arba atidarant galima mainyti dūdos ilgis ir tuo būdu mainyti tonas. Skylės gali būti uždarytos klapanais, arba vožtuvais, kurie uždaromi arba atidaromi pirštais.

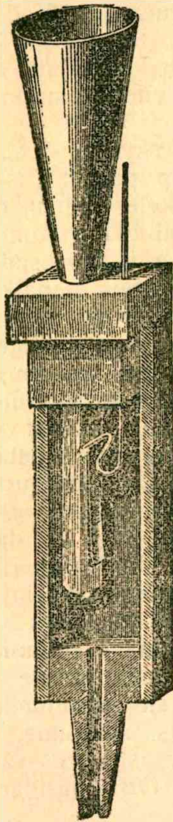
Tokie burnos instrumentai, kaip klarnetas ir hobojis, turi liežuvėlius. Bet čia liežuvėliai atlieka priverstas vibracijas, kurios žymiai pareina nuo dūdos ilgio. Tokiuose gi burnos instrumentuose, kaip trimitas arba cornet a pistonas, vibracijos sudaromos griežėjo lūpomis, prispaustomis prie mundštuko, taip kad mes čia turime dvigubą liežuvėlį. Griežikas gali iššaukti arba pagrindinį toną tokių instrumentų arba vieną iš obertonų, mažiau arba labiau įtempdamas lūpas. Kai kurie iš tų instrumentų turi klapanus arba vožtuvus, taip kad atidarant arba uždarant tuos klapanus, galima mainyti tonas. Atidarius vieną iš klapanų, faktinai dūdos ilgis sutrumpinamas, ir tuo būdu pekeliamas augštyn kaip pagrindinis tonas, taip ir obertonai.

Apie tai, kad žmogaus garso organas irgi yra oro instrumentas su dvigubu liežuvėliu, kalbėta jau anksčiau.

Atdara iš vieno galo vargonų dūda paprastai uždaroma ant kito galo iš viršaus stumekliu. Įvarant tą stumeklį gilau arba pakeliant jį augščiau, nesunku suderinti tokia vargonų dūda. Atdaros iš abiejų galų vargonų dūdos suderinamos keičiant šiek tiek dūdos formą, pavyzdžiui, įlenkiant labiau į vidų viršutinio galo dūdos krantus arba išlenkiant labiau iš oro: pirmuoju atveju nota darosi aštresnė, antruoju žemesnė. Labai dažnai tokios vargonų dūdos turi šonines plokšteles iš abiejų pusių burnos ir įlenkiant tas plokšteles į vidų arba išlenkiant jas labiau iš oro, irgi šiek tiek galima pakeisti veikiančios dūdos ilgis ir, vadinasi, jos pagrindinis tonas.

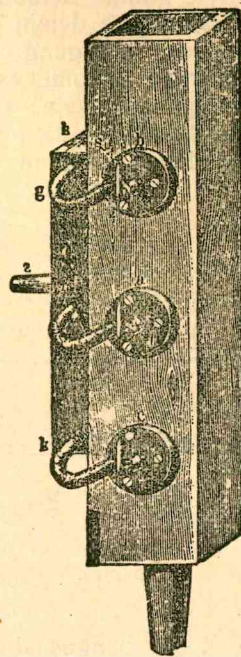
Liežuvėlių dūdoms suderinti vartojamas ypatingas prietaisas išlenktos tamprios vielos pavidalo (žiūr. 44 pieš. C). Įvarant šitą vielą giliau į dūdą arba traukiant ją augštyn tos vielos galas prispaudžia liežuvėlį tai vienoj, tai kitoj vietoj, ir tuo būdu keičia jo pagrindinį periodą.

Norint demonstruoti oro judėjimą atdaroje vargonų dūdoje, galima ištempti popierių ant grandies iš vielos ir pakabinti tokį popierinį būgną ant siūlo. Užbėrę ant popieriaus truputį sauso smėlio ir leisdami šitą popierinį būgną į dūdą mes pastebėsime, kad dūdoje yra tokios vietos, kur popierius pasilieka parimęs. Tai bus mazgų vietos, kur paprastai būna tik spaudimo variacijos ir minimum judėjimo. Bet peržengus mazgo vietą ir artinantis prie antimazgo vis labiau ir labiau ima reikštis judėjimas, popierius purtomas, ir smėlys ima smarkiai šokinėti.






44 pieš.



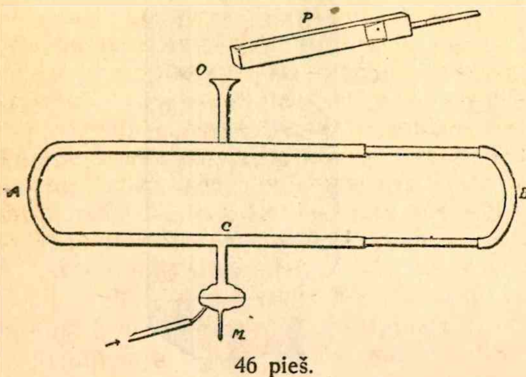

45 pieš.

45 piešinys vaizduoja Koenigo dūdą su jautriomis liepsnomis, kuriomis galima aiškiai parodyti mazgų ir antimazgų vietos. Elastingos membranos ištemptos trijose vieno dūdos šono vietose (b, a, c,). Tos membranos sudaro vieną sieną dujų kameros kiekvienai liepsnai. Iš kairės piešinio pusės mes matome kamerą kk su kanalu z, pro kurį dujos pasiekia liepsnos kameras b, a, c. Kada dūda duoda savo pagrindinį toną, tai jos vidurys (a) bus mazgas ir, vadinasi, toje vietoje mes turėsime mažiausią judėjimą, bet užtat smarkiausias spaudimo variacijas, ir todel šitoje vietoje manometrinė liepsna šokinėja ypatingai smarkiai, tuomet kai liepsnos b ir c būna gangreit parimę. Jeigu dabar sustiprinsim oro srovę tiek, kad dūda imtų duoti pirmutinį obertoną, tai per vidurį a susidaro antimazgas, vietose gi b ir c mazgai. Taigi dabar liepsna a žiba ramiai, liepsnos gi b ir c šokinėja.

## 6 §. Garso bangų interferencija. Interferencijos vamzdis. Mušimai ir kombinacijos tonai. Kombinacijos tonų reikšmė konsonanso ir disonanso fenomenuose.

Jeigu dvi bangos to paties ilgio pasiekia tą pačią vietą, tai, kaip mes jau žinome, tos bangos superponuojasi ir kaip išdava keičiasi kiekvienos bangos kaip dažnumas, taip ir amplituda. Kada amplitudos ir fazės lygios, tai sudėtinio judėjimo amplituda bus dusyk didesnė kaip komponentų amplituda. Tuo būdu susidaro vibracijos, kurių energija bus keturis sykius didesnė, kaip komponentų energija. Kada dvi tokios bangos pasiekia ta pačią vietą priešingose judėjimo fazėse, tai įvyksta judėjimo panaikinimas, ir vieton garso mes turime tylą. Tarp tų dviejų kraštutinių atsitikimų yra visa eilė vibracijų amplitudomis nuo nulio iki dvigubos vienos komponentos amplitudos.

Panaši bangų sudėtis vadinasi interferencija (žiūr. IV skyriaus 7 §), ir jos veikimas garso srityje galima demonstruoti įvairiais būdais. Taip paėmę trišakį vamzdį Y ir padėję dvi šakas prie dviejų gretimų vibruojančios plokštelės sričių, o trečią šaką pridėję prie ausies, mes gangreit negirdėsime garso, nes abidvi gretimos vibruojančios plokštelės sritys visuomet esti priešingose judėjimo fazėse, ir todel sudarytos jų oro bangos, susijungdamos vamzdžio šakoje, kuri pridėta prie ausies, panaikina judėjimą. Bet padėję dvi šakas ties ta pačia vibruojančios plokštelės sritimi mes aiškiai girdėsime toną, nes dabar judėjimas per abidvi šakas pasieks ausį toje pačioje fazėje.



46 pieš.

46 piešinys vaizduoja vadinamą interferencijos vamzdį (Quinke vamzdis), kuriuo galima aiškiai demonstruoti garso interferencija ir net nustatyti tono dažnumas. Čia mes turime uždarytą vamzdį, kuris susideda iš dviejų dalių OAC ir OBC, taip kad dalis OBC gali būti įkišta į OAC kaip į makštį, arba ištraukta kaip rodo piešinys. Per vidurį vienos vamzdžio šakos yra nedidelis ruporas O tonams priimti. Per vidurį kitos šakos mes turime čia elastingą membraną su manometrine liepsna M. Paleidus, sakysime, iš dūdos P toną į O ir ištraukus vamzdį B tiek, kad šaka OB pasidarytų ilgesnė kaip OA per $\frac{\lambda}{4}$, oro bangos, dūdos P sudarytos, pasieks manometrinės liepsnos M kamerą dviem keliais: per OAC ir per OBC. Bet kelias OBC bus ilgesnis kaip OAC per $\frac{\lambda}{4}+\frac{\lambda}{4}=\frac{\lambda}{2}$ ir, vadinasi, abidvi bangos pasieks manometrinės liepsnos kamerą M priešingose judėjimo fazėse. Taigi judėjimas bus panaikintas, ir manometrinė liepsna žibės ramiai. Jeigu gi skirtumas kelių bus didesnis arba mažesnis kaip $^1/_2$ bangos, tai liepsna drebės. Žiūrint į šitos liepsnos atspindį sukamame veidrodyje, mes pamatysime zigzagų (gimbių) liniją, kurios pavidalas duos mums supratimą apie vibracijų būdą.

Suduosime kamertoną, pastatytą ant rezonatoriaus netoli nuo sienos. Išeinančios iš kamertono bangos, pasiekusios sieną, atsimuš ir, vadinasi, mes turėsime žengiančių į sieną ir atgal nuo jos bangų superpoziciją. Tegu bet kurioje vietoje tarp sienos ir kamertono tiesioginių ir atmuštų bangų atliktas kelias skiriasi per $\frac{\lambda}{2}$. Tad toje vietoje judėjimas bus panaikintas ir bus tono minimumas. Jeigu gi kelio skirtumas bus O arba $\lambda$, tai

tai toje vietoje abidvi bangos sustiprins viena kitą, ir mes turėsime tono maksimumą. Taigi tolinant nuo sienos skambantį kamertoną mes iš eilės turėsime tono minimumus ir maksimumus, kada tiesioginių ir atmuštų bangų atliktų kelių skirtumas, pradedant nuo skirtumo 0, bus $\frac{\lambda}{2}$, $\lambda$, $\frac{3\lambda}{2}$, $2\lambda$...

Antra išdava žengiančių į priekį ir atmuštų bangų interferencijos tai yra susidarymas stovinčių bangų tarp sienos ir kamertono. Kadangi čia atmušta banga žengia priešinga kryptimi tiesiai bangai, tai judėjimo krypties apgręžimas veikia čia kaip judėjimo pasikeitimas per $\pi$, ir todel pirmą mazgą stovinčių bangų mes turėsime ant sienos, antrą tokiame atokume nuo sienos, kur kelių skirtumas tarp tiesių ir atmuštų bangų yra lygus $\lambda$, tolimesnis mazgas ten, kur tas skirtumas kelių yra lygus $2\lambda$, paskui $3\lambda$ ir t. t. Antimazgai gi susidarys tokiuose atokumuose nuo sienos, kur skirtumas kelių tiesių ir atmuštų bangų bus lygus iš eilės $\frac{\lambda}{2}$, $\frac{3\lambda}{2}$, $\frac{5\lambda}{2}$...

Pagaliau trečia bangų interferencijos išdava, kada tos bangos skiriasi savo periodais, tai bus žinomi jau mums mušimai arba tono svyravimai, apie kuriuos buvo kalba kaip pirmame, taip ir trečiame šito skyriaus paragrafuose.

Kadangi skambant tuo pačiu laiku dviem notom mes dažnai turime įspūdį dar trečiojo ir ketvirtojo tonų, kurių dažnumai iš eilės yra lygūs skirtumui ir sumai abiejų skambančių tonų dažnumų ir kadangi mušimų skaičius visuomet yra lygus dviejų tonų dažnumų skirtumui, tai apsvarstysime čia dar sykį mušimų fenomeną. Kada dvi sistemos bangų, kurios truputį skiriasi savo periodu, pasiekia mūsų ausį, tai mes paprastai girdime ne du tonus, bet vieną toną, kuris tai stiprėja, tai silpnėja. Šitas tono vibracijas mes ir vadiname mušimais arba tonų svyravimais. Tasai fenomenas pareina nuo to, kad per tam tikrus lygius laikotarpius abidvi bangų sistemos susitinka toje pačioje judėjimo fazėje ir, vadinasi, sustiprina judėjimą, per vidurį gi tų laikotarpių bangos susitinka priešingose judėjimo fazėse ir todel naikina judėjimą. Šitos maksimum ir minimum vibracijos vietos žengia pirmyn garso greitumu ir pasiekusios mūsų ausį sudaro mušimus. Paimsime, pavyzdžiui, du tonus dažnumų 256 ir 260. Tegu tam tikroje vietoje bangos, sudarančios tuos tonus, susitinka toje pat judėjimo fazėje. Kadangi $256\lambda_1 = 260\lambda_2 = V$, tai $64\lambda_1 = 65\lambda_2$, vadinasi, atokume nuo pažymėtosios vietos 64 bangų vieno tono arba 65 bangų kito tono mes vėl turėsime pilną sutikimą abiejų bangų sistemų fazės judėjimo atžvilgiu ir, vadinasi, atatinkamoje vietoje mes vėl turėsime judėjimo sustiprinimą, tuomet kai per vidurį nurodyto atokumo bangos bus priešingose judėjimo fazėse ir mes turėsime toje vietoje judėjimo išnykimą.

Aišku taipogi, kad 128 bangų pirmojo tono arba 130 bangų antrojo tono atokume, skaitant nuo pirmos bangų susitikimo vietos judėjimo fazės atžvilgiu, mes vėl turėsime tokį pat sutikimą, o per vidurį šito atokumo turėsime vėl judėjimo išnykimą ir t. t. Kadangi per 1 sekundą garsas nukeliauja kelią $256\lambda$, tai kelią $64\lambda$ garsas nukeliauja per $\frac{64}{256} = \frac{1}{4}$ sek. Vadinasi, garsui reikia tiek laiko, kad nukeliautų kelią tarp dviejų vietų, kur bangos susitinka toje pat judėjimo fazėje, kitaip sakant, šituo atveju per sekundą mes išgirsime 4 mušimus arba skaičių mušimų, kuris yra lygus dažnumų skirtumui. Aplamai, jeigu mes turime tonus dažnumų $m$ ir $m+n$, tai mes turėsime per sekundą $n$ mušimų, nes tiek sykių per sekundą bus pilnas sutikimas judėjimo fazės atžvilgiu tarp abiejų bangų sistemų.

Tegu sudarančios tuos tonus bangos turi amplitudą $a$. Tada mes galime išreikšti sudarytą abiejų bangų atsilenkimą bet kurioje vietoje šia formula: $a \sin 2\pi mt + a \sin 2\pi (m+n)t = 2a \cos \frac{2\pi nt}{2} \sin 2\pi \left(m + \frac{n}{2}\right) t$, atsimenant, kad $m = \frac{1}{T_1}$, $m+n = \frac{1}{T_2}$ (žiūr. IV skyriaus 1 §) ir, vadinasi, kad $2\pi mt$, $2\pi(m+n)t$, $2\pi\left(m+\frac{n}{2}\right)t$ yra judėjimo fazės. Taigi išeinant iš šitos formulos mes galime skaityti, kad skambant dviem

tonam tuo pačiu laiku mes girdime tik vieną toną dažnumo $m + \frac{n}{2}$ ir amplitudos $A = 2a \cos \frac{2\pi nt}{2}$. Ta amplituda bus lygi 2a, kada $\frac{2\pi nt}{2} = 0$, ir bus lygi nuliui, kada $\frac{2\pi nt}{2} = 90^0$, toliau amplituda bus lygi — 2a, kada $\frac{2\pi nt}{2} = 180^0$ ir t. t., vienu žodžiu, amplituda mainysis nuo 2a per nulį iki — 2a per laiką $T = \frac{1}{n}$; kitaip sakant, mes turėsime n sykių per sekundą tono sustiprėjimą arba turėsime n mušimų. Šita išdava pilnai atatinka pastebėjimui, nes klausytojas girdi ne du tonus, o tik vieną toną, kurio stiprumas čia didėja čia silpnėja, ir kurio dažnumas yra aritmetinis vidurys tarp abiejų tonų dažnumų.

3 § buvo nurodyta, kad mušimai yra tikra ir vienintelė disonanso priežastis ir kad konsonansas charakterizuojasi tuo, kad nėra jokių mušimų. Paimsime, pavyzdžiui, du tonus c" = 512. Skambant jiems tuo pačiu laiku mes turėsime pilną konsonansą be jokių mušimų. Imsime dabar žeminti vieną iš tų tonų. Tuojau apsireikš disonansas tam tikru skaičium mušimų, ir tas disonansas bus ypatingai žiaurus, kada mes vieną iš paimtų tonų pažeminsime iki b' = 480. Tada mes turėsime 32 mušimus per sekundą ir kaip tik pustonio intervale nuo c". Žemindami šitą toną dar toliau mes pastebėsime, kad žiaurumas mažėja, ir kada mes pasieksime $a^1 = 427$, žiaurumas visiškai išnyksta, ir mes nebejaučiame jokių mušimų. Vadinasi, kada mušimų skaičius darosi lygus 85 per sekundą ir intervalas tarp dviejų skambančių notų yra lygus mažajai tercijai, tai mušimai nebedaro mums disonanso įspūdžio. Reikia tačiau atsiminti, kad nei intervalas, nei mušimų skaičius nėra pastovūs dydžiai maksimum disonansui. Einant muzikalei skalei augštyn, skaičius mušimų maksimum disonansui auga, bet ne proporcingai dažnumui, ir todel intervalas maksimum disonansui mažėja. Taigi mušimų skaičius, kuris daro labai nemalonų įspūdį tarp dviejų augštų notų, labai dažnai nėra disonanso tarp dviejų žemų notų priežastis, ir atvirkščiai. Taigi tas, kas buvo pasakyta apie konsonansą ir disonansą 3 §, reikia papildyti išdėstytais čia Helmholtz'o pastebėjimais. Be to, kalbant minėtame paragrafe apie Helmholtz'o harmonijos teoriją, mes turėjome galvoj tik pagrindinius skambančių notų tonus ir obertonus. Aišku, kad jeigu tų obertonų susidarytų daug, tai mes turėtumėm disonansą tarp pagrindinio tos pačios notos tono ir obertonų. Jeigu gi mes tokio disonanso nepastebėsime, tai tik todel, kad susidaro visgi palyginant nedidelis skaičius pirmųjų obertonų. Be to, ir muzikaliai instrumentai, sakysime, fortepianas, gaminami taip, kad kiekviena nota duoda tik aprėžtą skaičių obertonų. Ne sunku įsitikinti, kad darosi nemalonus įspūdis, jeigu sudarysim mazgą arti nuo stygos galo ir išauksim tokios stygos vibracijas. Tada mes kaip tik turėsime pagrindinio tono skambėjimą su vienu iš augštesnių obertonų.

Bet išdėstyta trečiame paragrafe Helmholtz'o harmonijos teorija reikia papildyti dar šiais faktais. Paimsime du kamertonus, pastatytus ant rezonanso dėžių, vadinasi, du grynus tonus. Skambant tuo pačiu laiku mes turėsime aiškų disonansą, jeigu intervalas tarp abiejų tonų pakankamai didelis. Taip du kamertonai, tarp kurių intervalas yra lygus oktavai, skambėdami tuo pačiu laiku duoda aiškų disonanso įspūdį ir net galima girdėti mušimus, jeigu prima ir oktava nepakankamai suderintos. Dalykas tas, kad Helmholtz'as ir kiti tyrinėtojai konstatavo, kad tokiais atvejais mūsų ausis girdi ne tik abudu tonus, bet dar vadinamus kombinacijos tonus, kurių nėra nė viename iš paimtų tonų ir kurie susidaro tik tada, kada du tonai skamba tuo pačiu laiku. Lengviausiai susidaro kombinacijos tonas, kuris yra lygus abiejų paimtų tonų dažnumų skirtumui ir kuris vadinasi diferencijos tonas. Aišku, kad tasai diferencijos tonas dažnai bus žemesnis kaip abudu paimti tonai. Kadangi diferencijos tonas dažnumo atžvilgiu atatinka mušimų skaičiui, tai kai kurie tyrinėtojai, o ypač Young'as, manė, kad mušimai ir sudaro tą diferencijos toną. Bet reikia pasakyti, kad anksčiau išdėstyti dviejų bangų sudėties dėsniai veikia pilnai tik tada, kada atstatomoji jėga yra

proporcinga atsilenkimui, o tatai esti tik tada, kada tie atsilenkimai maži. Taigi skambant dviem tonam, tiek silpniem, kad mes tų tonų gangreit negirdime, mes visgi aiškiai pastebėsime tono stiprėjimą ir jo silpnėjimą. Bet niekuomet tokiais atvejais mes nepastebėsime diferencijos tono. Tokį diferencijos toną mes galime išgirsti tik tada, kada skamba du stiprūs tonai. Be to, toną paprastai sudaro eilė bangų, taisyklingai sekančių viena kitą ir taip, kad oras, sakysime, pirmoje bangos pusėje žengia į priekį ir spaudimas yra didesnis kaip normalis spaudimas, tuo metu kai antroje bangos pusėje oras žengia atgal ir spaudimas yra žemesnis kaip normalis spaudimas. Taigi čia ausies būgnelį veikia spaudimo variacijos. Jeigu gi mes paimsime mušimus, tai kiekvieno mušimo pusė susideda iš eilės variacijų atsilenkimo ir spaudimo, taip kad kiekvienos mušimo pusės vidutinis oro atsilenkimas yra lygus nuliui ir vidutinis spaudimas yra normalis. Taigi nėra to veiksnio, kuris galėtų iššaukti ausies būgnelio vibracijas. Antra vertus, nėra jokio pamato skaityti, kad vien tik garso stiprumas, arba garsingumas, sudaro ausies būgnelio spaudimą į vidų ir garso silpnumas paleidžia šitą spaudimą. Taigi Helmholtz'as duoda šią interpretaciją kombinacijos tonams. Jis laiko, kad ausies būgnelis del jo ryšio su vidurinės ausies kauleliais yra nesimetriška membrana, ir todel, jo nuomone, atstatomoji tos membranos jėga nėra proporcinga atsilenkimui. Tegu bet koks grynas ir stiprus tonas pasiekia mūsų ausį. Spaudimo variacijos, kurį jis sudaro būgnelio atžvilgiu, yra periodinė harmoninga jėga. Bet būgnelio atsilenkimai nesudaro harmoningos atstatymo jėgos, nes atstatymo jėga čia neproporcinga atsilenkimui. Augant tiems atsilenkimams, judėjimo kreivoji nebus harmoninga periodinė kreivoji, bet ji visgi bus periodinė kreivoji, nes jos periodas bus tas pats, kaip ir periodas iš oro veikiančios harmoningos jėgos. Taigi einant Fourier'o teorema šita kreivoji gali būti išdėstyta į eilę paprastų harmonikų, kurių periodai santykiuos kaip 1 : 2 : 3... Vienu žodžiu, paprasta harmoninga jėga, veikianti ausies membraną arba nedidelę oro dubumą, ne tiktai sudarys paprastą harmoningą vibraciją savo dažnumo, bet ir visą eilę harmoningų vibracijų, kurios bus vadinamų obertonų priežastis. Taigi Helmholtz'as ir vadina obertonus **savikombinacijos tonais**. Bet kada ausies būgnelį veikia ne viena, bet dvi harmoningos jėgos nevienodo dažnumo, tai tada susidaro vibracijos, kurių dažnumas yra lygus veikiančių dviejų dažnumų skirtumui harmoningų jėgų, arba jų harmonikų dažnumų skirtumui. Tuo būdu susidaro įvairūs **diferencijos kombinacijos tonai**, iš kurių pirmutinis turi dažnumą, lygų mušimų skaičiui. Be to, veikiant dviem harmoningom jėgom susidaro dar vibracijos, kurių dažnumas yra lygus veikiančių jėgų dažnumų sumai, arba jų harmonikų dažnumų sumai. Tokie tonai vadinasi **sudėties kombinacijos tonai**.

Taigi kada du gryni dažnumų m ir n tonai pasiekia mūsų ausį, tai gali susidaryti kai kurie arba net ir visi žemiau nurodyti tonai.

| | |
|---|---|
| m, n . . . | pirmykščiai |
| 2m, 2n . . . | savikombinacijos tonai |
| m — n . . . | pirmutinis diferencijos tonas |
| m + n . . . | pirmutinis sudėties tonas |
| 2m — n . . . | pirmojo diferencijos tono sudėties tonas ir vieno iš pirmykščių tonų |
| m — 2n . . . | pirmojo diferencijos tono diferencijos tonas ir vieno iš pirmykščių. |

Dažniausiai reiškiasi žemesnieji kombinacijos tonai, bet augant vibracijų amplitudai įgyja vis didesnės ir didesnės reikšmės ir kiti čia pažymėti kombinacijos tonai.

3 § mes konstatavome, kad notos kokybė pareina nuo skaičiaus ir rūšies obertonų, kurie susidaro kartu su notos pagrindiniu tonu. Mes matome dabar, kad garso kokybė yra gan painus dalykas ir kad ta kokybė pareina ne tik nuo obertonų arba nuo savikombinacijos tonų, bet ir nuo eilės diferencijos ir sudėties kombinacijos tonų. Taigi visi tie tonai turi reikšmės svarstant konsonanso ir disonanso sąlygas.

Demonstruoti, kokios reikšmės turi konsonansui kombinacijos tonai, paimsime paprasčiausį oktavos atsitikimą. Tegu tonai $c^{\prime} = 256$ ir $c^{\prime\prime} = 512$ skamba tuo pačiu laiku. Pirmutinis diferencijos tonas bus čia 256 ir, vadinasi, susilies su vienu iš pirmykščių tonų. Pirmutinis gi sudėties tonas bus 768, vadinasi, bus trečiasai žemesnio tono harmonikas. Aišku, kad kiti kombinacijos tonai irgi susilies su vieno arba kito pirmykščio tono harmonikais. Jeigu antrasai pirmykštis tonas turi dažnumą 480, tai abudu tonai duos tada 224 mušimus per sekundą, kuris skaičius, kaip jau mes matėme anksčiau, išeina iš disonanso ribų. Bet pirmasai diferencijos tonas turės dažnumą 224 ir duos disonansą su pirmykščiu žemesniu tonu, nes duos 32 mušimus per sekundą. Taigi tasai diferencijos tonas bus žemesnio pirmykščio tono disonanso ribose.

Geriau suprasti, kaip susidaro kombinacijos tonai einant Helmholtz'o teorija, pasinaudosime tokiu pavyzdžiu. Paimsime dvi elastingas plokšteles ant tos pačios rezonanso dėžutės ir, vadinasi, vibruojančias tos pačios oro srovės veikimu. Tegu vienos plokštelės natūralus dažnumas bus m, o kitos n. Tegu vibracijų amplituda bus a ir oro spaudimo perteklius bus p, kuris yra pastovus dydis. Bet kurios plokštelės sąjūdis bet kuriuo laiko momentu t bus proporcingas spaudimo pertekliui p, kuriuo palaikoma oro srovė, ir amplitudai a, vadinasi, tas sąjūdis galima išreikšti formula $pa \sin 2\pi m t$ $\left(\text{atsiminkit, kad } m = \frac{1}{T}\right)$. Tegu iš pradžios vibruoja tik viena plokštelė dažnumo m. Jos vibracijos įtakoje spaudimo perteklius p tampa periodiniu ir, vadinasi, yra reikalingas tam tikros pataisos, kad juo galima būtų tiksliai išreikšti matematiškai plokštelės vibracijos. Taigi vieton nuolatinio spaudimo pertekliaus p reikia čia paimti periodinės to spaudimo variacijos, būtent: $p[1 + b \sin(2\pi mt + e^{1})]$. Imant pataisytą spaudimo perteklių, plokštelės vibracijos bus išreikštos tokia formula:

$$p a \sin 2\pi mt[1 + b \sin (2\pi mt + e^{1})] = p a \sin 2\pi mt - \frac{pab}{2}\cos(4\pi mt + e^{1}) + \frac{pa\, b \cos e^{1}}{2}.$$

Taigi vibruojant vienai plokštelei, mes turime greta su pagrindiniu tonu $(2\pi mt)$ ir oktavą $(4\pi mt)$. Imant pataisytą spaudimo perteklių oktavai, kaip tai čia buvo padaryta pagrindiniam tonui, mes gausime kitą augštesnį harmoniką ir t. t. Vienu žodžiu, vibruojant vienai plokštelei susidaro vadinamieji savikombinacijos tonai (kitaip sakant, greta su pagrindiniu tonu eilė obertonų).

Tegu dabar tuo pačiu laiku vibruoja abidvi plokštelės. Ignoruodami spaudimo pertekliaus variacijas, kurias sudaro plokštelės m vibracijos, atsiminsime tik plokštelės n sudarytas spaudimo variacijas. Tada pataisytas spaudimo perteklius bus $p[1 + c \sin(2\pi nt + e'')]$, ir pirmosios plokštelės vibracijos, įtakoje tokių spaudimo variacijų, bus išreikštos tada formula: $pa \sin 2\pi mt\, [1 + c \sin (2\pi nt + e'')] =$
$= pa \sin 2\pi mt + \frac{pac}{2} \cos[2\pi(m - n)t + e'')] - \frac{pac}{2} \cos[2\pi(m + n)t + e'')]$. Taigi čia kartu su pirmosios plokštelės pagrindiniu tonu $(2\pi mt)$ pasirodo pirmasai diferencijos tonas $[2\pi(m - n)t]$ ir pirmasai sudėties tonas $[2\pi(m + n)t]$. Imdami šitiems tonams pataisytus spaudimus ir išreiškę matematiškai tų pataisytų spaudimų įtakoje susidarančias vibracijas, mes gausime kombinacijos tonus antros eilės ir t. t.

Taigi pasiekiant dviem notom ausies būgnelį, kiekviena nota susiduria su būgnelio elastingumu, kurio periodiškumas pareina nuo kitos notos dažnumo. Viena nota, taip sakant, yra priversta naudotis elastingomis būgnelio jėgomis tokio periodo, kurį sudaro kita nota, ir atvirkščiai. Todel aišku, kad tokio dalykų būvio išdava bus ta pati, kaip su dviem plokštelėm nevienodo dažnumo, vibruojančiom tuo pačiu laiku.

Taigi pagal Helmholtz'o teoriją kombinacijos tonų iš oro nėra, nes jie susidaro tik del ausies būgnelio asimetrijos ir del to, kad veikiant būgnelį dviem notom, būgnelyje reiškiasi elastingos dviejų įvairių periodų jėgos. Helmholtz'as remia tokią savo nuomonę tuo faktu, kad negalima šitą kombinacijos toną sustiprinti atatinkamais rezonatoriais. Jeigu tokie tonai turėtų išorinį buvimą, tai parinkus atatinkamą tam ar

kitam tonui rezonatorių, tasai tonas skambėtų daug smarkiau. Bet iš tikrųjų rezonatoriais kombinacijos tonų negalima sustiprinti.

Antra vertus, žinomi atsitikimai, kada vartojant kai kuriuos muzikalius instrumentus, kaip, pavyzdžiui, harmoniką arba dar geriau dvigubą Helmholtz'o sireną, susidaro ore arba oro dubumoje kombinacijos tonai visais tais atvejais, kada mes turime tiek smarkias vibracijas (tokiomis didelėmis amplitudomis), jog atstatomoji jėga jau nebeproporcinga atsilenkimams. Tokius kombinacijos tonus galima sustiprinti rezonatoriais. Galima manyti, kad visuomet ore susidaro kombinacijos tonai, nes visuomet atstatomoji jėga nėra tiksliai proporcinga atsilenkimams. Bet tokie kombinacijos tonai tiek silpni, kad paprastai netenka skaitytis su jais.

Turint visa tai galvoj, reikia prisipažinti, kad Helmholtz'o teorija nesuteikia pilno kombinacijos tonų susidarymo išaiškinimo, nors ir negali būti jokios abejonės, kad labai dažnai kombinacijos tonai yra tik ausies padarai. Todel Koenigas nepriėmė Helmholtz'o teorijos ir palaikė „mušimo tonų" teoriją. Vienu žodžiu, manė, kad mušimai yra tonų priežastis, kurių dažnumas yra lygus mušimų skaičiui. Šiaip ar taip, kombinacijos tonų problema nėra dar šiandien galutinai išspręsta ir, tarp kita ko, lordas Rayleigh'as mano, kad reikėtų atkreipti ypatingą dėmesį į įvairių kombinacijos tonų stiprumą arba garsingumą. Jo nuomone, jeigu galima būtų parodyti, kad mušimo tono stiprumas yra proporcingas pirmykščio tono stiprumui, tai būtų aišku, kad jutimo efektas negalima išaiškinti vien tik kombinacijos tonais Helmholtz'o prasme. Aplamai, klausimas dar šiandien atviras, ar visi girdimi kombinacijos tonai gali būti išaiškinti Helmholtz'o teorija.

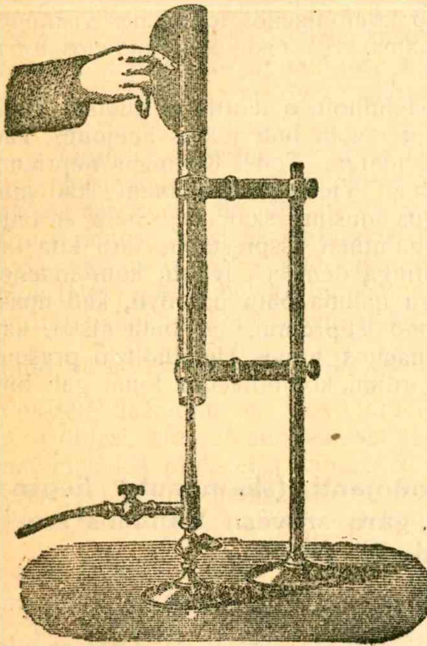
## 7 §. Šilima kaipo vibracijų šaltinis. Dainuojanti (skambanti) liepsna. Dainuojantis vamzdis. Jautrios liepsnos ir garų srovės. Vandens srovių garsams jautrumas. Muzikalis smėlys.

Kad šilimos judėjimas gali sudaryti garsą, galima gražiai demonstruoti vadinamu Trevelyan'o instrumentu, kuris aprašytas „Šilimos" skyriuje, 12 §, 63 pusl.

Kitas atsitikimas, kur šilimos veikimu susidaro tonai, tai bus vadinamoji dainuojanti liepsna (žiūr. 47 pieš.). Mes čia turime dujų lempą su ilgu kanalu ir su nedidele skyle to kanalo viršuje. Paleidus dujas ir uždegus jas, ant liepsnos užmaunamas stiklo vamzdis nuo 2 ligi 2, 5 cm. diametro. Tas stiklo vamzdis įdėtas į štatyvą, kuriuo jis galima užmauti ant liepsnos daugiau ar pakelti augščiau. Taip manipuliuojant lengva surasti tokia vamzdžio padėtis, kad vamzdis ima smarkiai skambėti, leisdamas savo pagrindinį toną. Kad geriau susireguliuotų vamzdžio ir lempos kanalo relatyvi padėtis, ant vamzdžio galo užmaunama popierinė tūta s. Šita tūta galima vamzdis padaryti šiek tiek ilgesnis ar trumpesnis. Kada lempos kanalas įeina į vamzdį, taip kad užima to vamzdžio $^{1}/_{5}$ dalį, liepsna darosi ypatingai ilga ir žiūrint į tokios liepsnos atspindį greitai sukamame veidrodyje mes pastebėsime ne vieną tolydinę šviesos juostą, bet visą eilę liepsnų, sudarančių gražų rožančių. Taigi išeina, kad mes čia turime darbo ne su tolydine dujų srove, bet su pertraukiama liepsna, kuri labai greitai šokinėja tai šaudama į vamzdį, tai įsitraukdama atgal į lempos kanalą ir net užgesdama, bet vėl užsidegdama šaunant į vamzdį.

Visų geriausiai panašūs eksperimentai pasiseka vartojant vandenilį kaipo degamas dujas ir stiklo vamzdį nedidelio diametro su maža skyle kaipo dujų kanalą. Tekant skysčiams arba dujoms per skylę, del trynimosi į skylės šonus, srovė labai lengvai darosi pertraukiama. Aplamai trynimo jėgos veikia ne tolydžio, bet su pertraukomis ir labai dažnai reiškia tam tikrą periodiškumą. Taigi kiekviena dujų srovė sudaro trukšmą, ir oras stiklo vamzdyje ima rezonuoti su tuo parcialiu trukšmo dažnumu, kuris atatinka natūraliam oro dažnumui vamzdyje. Rezonuodamas vamzdžio oras stiprina to dažnumo vibracijas srovėje ir pagaliau priverčia dujų srovę vibruoti savo periodu. Taigi čia užmautas ant srovės vamzdis veikia taip, kaip vargonų dūda, vadinasi, veikia kaip rezonatorius. Bet nesunku suprasti, kad ir turėdami tolydinę

liepsną, mes prieisime prie tų pačių rezultatų, nes suteikta orui užmauto ant liepsnos vamzdžio liepsnos šilima iššauks oro plėtimąsi (dilataciją), kuri skleisis vamzdyje augštyn, pasiekus atdarą vamzdžio galą atsimuš nuo jo kaipo kompresija ir kaip tokia pasieks lempos skylę. Taigi veikiant net ir tolydžio liepsnai oras stiklo vamzdyje ims vibruoti savu periodu ir pagaliau privers tuo pačiu periodu vibruoti liepsną, sudarydamas tuo būdu iš tolydinės liepsnos pertraukiamą liepsną. Aplamai kada šilima suteikiama orui vamzdyje kompresijos fazėje, vibracijos stiprės kol energija, išleista garso bangoms sudaryti, pasidarys lygi energijai, kuri suteikia šilimą mechaniškoje formoje. Kada oras vamzdyje smarkiai vibruoja, tai, kaip jau pasakyta, liepsna vibruoja tuo pačiu periodu darydama priverstas vibracijas. Tokia dalykų padėtis yra galima tik viena sąlyga, būtent, kad spaudimas lempos skylėje būtų tas pats ir lempos kanalo ir oro vamzdžio atžvilgiu. Tatai galima pasiekti tiktai tinkamai suderinus lempos kanalo ilgį ir oro vamzdžio ilgį.



47 pieš.

Ta pati liepsna gali sudaryti ne tik pagrindinį paimto vamzdžio toną, bet ir jo obertonus. Oro stulpas tokiam vamzdy pasidalina į maksimum judėjimo ir minimum judėjimo sritis taip pat, kaip atdaroje iš abiejų galų vargonų dūdoje, kada ta dūda duoda obertonus.

Labai dažnai degant liepsnai vamzdyje be tono, pakanka iš oro duoti tonas, kuris gangreit suderintas su vamzdžio natūraliu pagrindiniu tonu, liepsna tuojau ima šokinėti, ir jeigu tik padėtis vamzdyje yra tinkama, liepsna ima dainuoti šitą pašalinį toną. Kada liepsna dainuoja, tai sudarant tuo pačiu laiku kitą toną, kuris šiek tiek skiriasi nuo liepsnos savojo tono, susidaro mušimai arba tono svyravimai, ir liepsna svyruoja ritmiškai su tais tono svyravimais net ir tada, kada liepsna užima vamzdyje tokią padėtį, kurioj ji negali dainuoti. Ji visgi svyruoja tuo pačiu ritmu, kaip svyruojantis iš oro veikiantis tonas.

Be nurodytųjų sąlygų, kuriomis galima gauti dainuojanti arba skambanti liepsna, svarbu, kaip jau minėta, kad santykis tarp lempos ilgio ir vamzdžio arba dūdos ilgio būtų tam tikras, vadinasi, labai svarbu suderinti lempos ilgis ir dūdos ilgis. Iš lordo Rayleigh'o šito fenomeno tyrinėjimų išeina, kad lempos ilgis visais atvejais turi būti mažesnis kaip pusė vamdžio ilgio arba didesnis kaip visas vamzdžio ilgis, išlaikant sąlygą, kad apatinė lempos kanalo skylė, kur įeina į tą kanalą dujos, visuomet būtų antimazgo arba smarkiausio judėjimo vieta. Mes pabrėžėme čionai šituos dalykus, nes nekreipiant į juos dėmesio eksperimentai nepasiseka.

Vadinamojo Rijke dainuojančio arba skambančio vamzdžio veikimas pareina irgi nuo protarpiais vykstančio (periodinio) šilimos suteikimo vamzdžio orui. Paėmus gan platų ir ilgą stiklo vamzdį, padėjus jame $^1/_5$ dalies vamzdžio ilgio atokume metalinį tinklą, skaitant nuo apatinio galo stačiai pastatyto vamzdžio, įkaitinus šitą metalinį tinklą liepsna ir atitraukus liepsną, vėstant tinklui vamzdis smarkiai skamba (dainuoja, duodamas savo pagrindinę notą). Pakankamai atvėsus tinklui, skambėjimas sustoja. Jeigu gi palaikysim tinklą įkaitinus elektros srove, tai vamzdis dainuoja visą laiką. Čia mes turime tuos pačius veiksnius, kurie pagaliau sudaro vamzdžio oro smarkias vibracijas kaip ir dainuojančios liepsnos atsitikime. Iš apačios į dūdą patenka oras, kuris įgyja šilimos nuo įkaitinto metalinio tinklo. Tas oras kyla augštyn ir tuo būdu nuo šilimos susidaro vamzdyje oro konvekcijos srovė. Antra vertus, kiekvienas judėjimas

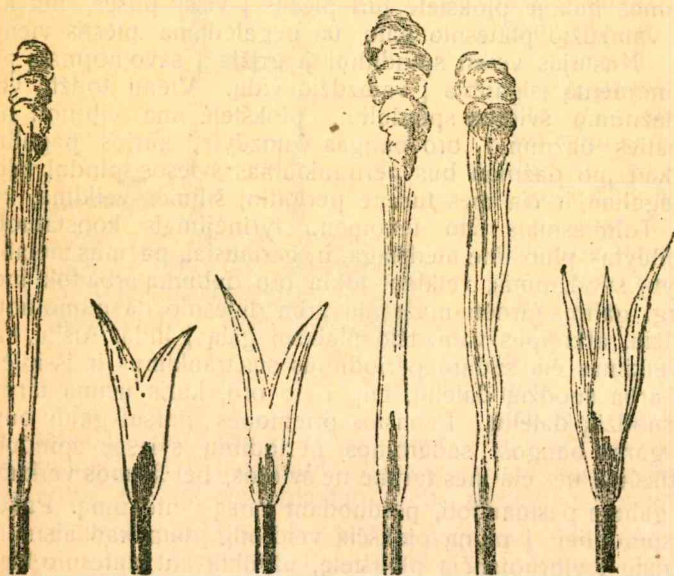
vamzdyje sudaro oro dalelių vibracijas tame vamzdyje. Taigi mes čia turime du judėjimus—oro dalelių translaciją (slinkimą augštyn del konvekcijos) ir oro dalelių svyravimą, šie du judėjimai susideda ir duoda atstojamąji vamzdžio periodinį oro judėjimą periodu, kuris atatinka savajam vamzdžio periodui. Šitas periodinis oro judėjimas veda pagaliau prie to, kad ir šilimos suteikimas orui nuo vėstančio tinklo darosi irgi periodinis ta prasme, kad oras įgyja šilimą daugiausia kondensacijos fazėje ir mažiausia išsiplėtimo fazėje. Taigi aišku, kad tokiomis sąlygomis vamzdis dainuoja. Jis nustoja tuojau dainavęs, jeigu jį paguldysim gulsčiai. Suprantama, nes tada nebėra oro konvekcijos srovės. Antra vertus, ir stačiai pastatytas vamzdis nedainuoja, kada konvekcijos srovė yra didelė palyginant su oro dalelių svyravimais, nes tokiomis aplinkybėmis negali susidaryti periodinis vamzdžio šilimos suteikimas orui.

Graham Bell pastebėjo, kad aptraukus plona metaline plokštele, arba net plokštele iš bet kurios medžiagos, klausymo vamzdžio platesnį galą, įdėjus siauresnį to vamdžio galą į ausį ir veikiant protarpiais šviesos spinduliu į plokštelę girdima nota, kurios dažnumas yra tas pats, kaip protarpiais veikiančio arba pertraukiamo spindulio. Aišku, kad tas šviesos spindulio pertraukimas turi įvykti bent 30—40 sykių per sekundą, kad galima būtų pastebėti žemiausia nota. Dalykas tas, kad šviesos spindulys suteikia plokštelei šilimą. Tos šilimos įtakoje plokštelė turi plėstis į visas puses, bet kadangi ji užvilkta ant klausymo vamzdžio platesnio galo, tai negalėdama plėstis vienodai į visas puses, ji išsigaubia. Nustojus veikti spinduliui ji grįžta į savo normalę padėtį, bet įsigydama judėjimo momentą įsigaubia į vamzdžio vidų. Vienu žodžiu veikiant protarpiais pakankamo dažnumo šviesos spinduliui, plokštelė ima vibruoti tuo pačiu dažnumu ir sudaro to paties dažnumo oro bangas vamzdyje, kurios pagaliau ir duoda tono įspūdį. Aišku, kad juo dažniau bus pertraukiamas šviesos spindulys juo augštesnis bus tonas. Taigi pagaliau ir čia mes turime periodinį šilimos veikimą, kuris sudaro garso bangas ore. Tolimesniais šito fenomeno tyrinėjimais konstatuota, kad paėmus oro dubumas, užpildytas pluoštine medžiaga, ir, geriausiai, paėmus metalinį arba net ir stiklo indą, pripildytą suodžiomis, veikiant tokią oro dubumą arba tokį indą protarpiais šviesos spinduliu, irgi galima girdėti mažesnio arba didesnio dažnumo nota, ypač klausant klausymo vamzdžiu, atkreipus vamzdžio platesnį galą į indą. Aišku, kad periodinis šviesos spindulio veikimas čia sudaro periodinius sus:traukimus ir išsiplėtimus kaip pluoštinės medžiagos arba suodžių dalelių, taip ir to oro, kuris užima tarpus tarp pluoštų arba tarpus tarp suodžių dalelių. Panašios priemonės garsui gauti buvo pavadintos radiofonu, nes čia garso bangos, sudaromos periodinių šviesos spindulių veikimu. Bet pavadinimas netikslus, nes čia mes turime ne šviesos, bet šilimos veikimą.

Panašiomis priemonėmis galima pasinaudoti, perduodant garsą į atokumą. Pavyzdžiui, galima paleisti šviesos spinduliai į ploną plokščią veidrodį, taip kad atsimušę nuo to veidrodžio spinduliai kristų į vibruojančią plokštelę, užvilktą ant platesnio klausymo vamzdžio galo, net kelių dešimtų metrų atokume nuo veidrodžio. Duodant notą ties veidrodžiu arba net kalbant ties veidrodžiu, mes iššauksime veidrodžio vibracijas— jo paviršiaus iškilimą čia į vieną, čia į kitą pusę. Vadinasi, iš plokščio veidrodžio darysis tai smarkiau, tai mažiau įgaubtas veidrodis, kurio fokus bus tai iš vienos, tai iš kitos pusės vibruojančios plokštelės, užvilktos ant klausymo vamzdžio. Taigi tai plokštelei bus suteikiama tai daugiau, tai mažiau šilimos atmuštais nuo veidrodžio spinduliais. Toji plokštelė ims vibruoti tuo pačiu periodu kaip ir veidrodis, ir mes atokume kelių dešimtų metrų aiškiai girdėsime tylią kalbą ties veidrodžiu.

Leconte pirmutinis pastebėjo, kad kai kurių dujų liepsnos yra labai jautrios kai kuriems muzikaliems garsams. Taip paėmęs dujų lempą su žiotimi žuvies uodegos pavidalu ir nustatęs dujų spaudimą taip, kad liepsna kaip tiktai rodo tendencijos šokinėti, Leconte pastebėjo, kad ta liepsna ima šokinėti sinchroniškai su girdimo tono svyravimais, sudarant tą toną tuo ar kitu muzikaliu instrumentu. Ypatingai tokia liepsna jautri violončėlės notoms. Kiek vėliau Barrett'as pastebėjo, kad ilga ir palyginant siaura liepsna, kuri galima gauti lempa su nedidele skyle, padidinus pakankamai dujų spaudimą, tik neperžengiant to spaudimo, prie kurio liepsna jau ima kriokti, yra ypatingai jautri Chladni plokštelės augštesniems harmonikams. Toji liepsna susi-

traukia ir išsikečia veikiant kaimynystėje augštoms notoms. Nagrinėdamas šitą fenomeną toliau, Barrett'as pasidirbo lempą iš stiklo vamzdžio diametru arti 1 cm. ištempęs to stiklo galą taip, kad žiotis turėjo diametrą arti 1,5 m/m., ir žirklėmis suteikęs tai žiočiai formą V. Tuo būdu Barrett'as gavo dujų liepsną nuo 40 ligi 50 cm. augščio, ir šita liepsna pasidarė ypatingai jautri augštoms notoms, balsiams ir ypač šnypščiantiems garsams, kaip, sakysime, konsonanta S. Kad suprastume tokios liepsnos veikmą, reikia visų pirma turėti galvoje, kad dujų srovė, eidama pro skylę, visuomet šiek tiek vibruoja, nes trynimas į kanalo šonus ir skylės krantus iššaukia srovės pulsacijas. Didinant dujų spaudimą, dujų srovė ir, vadinasi, liepsna ima tiek smarkiai vibruoti, kad liepsna ima kriokti. Taigi, norint gauti maksimum jautrumo visoms tokioms liepsnoms, visų pirma reikia nustatyti toksai dujų spaudimas, prie kurio liepsna kriokia, ir paskui atsargiai sumažinti tą spaudimą, taip kad liepsna nustotų kriokusi, bet būtų kriokimo atžvilgiu, taip sakant, nepastovios pusiausviros padėty, kaip akmuo ant kalno šlaito gali būti tokios nepastovios pusiausviros padėty, kad mažiausio išorinio veiksnio pakanka, kad tasai akmuo imtų slinkti žemyn. Taigi ir tokia liepsna silpniausio išorinio impulso įtakoje ima vibruoti. 48 piešinys vaizduoja panašias ištemptas ilgas liepsnas ir greta susitraukusias, bet tuo pačiu laiku išsikėtusias ir išsišakojusias liepsnas, paveikus kaimynystėje tam ar kitam garsui, ypač paveikus augštoms notoms. Barrett'as konstatavęs, kad paveikus kaimynystėje augštai notai jo jautri liepsna susitraukia, žiūrėjo į tokios susitraukusios liepsnos atspindį sukamam veidrody ir konstatavo, kad ta susitraukusi ir išsikėtusi liepsna smarkiai ir greitai vibruoja, ir kad tos vibracijos pilnai yra sinchroniškos su kaimynystėje skambančios notos vibracijomis. Augant dujų spaudimui aplamai auga ir liepsnos jautrumas. Mažinant lempos žiotį, liepsna darosi jautri vis augštesnėms ir augštesnėms notoms. Tiesioginiais eksperementais galima konstatuoti, kad jautrumo vieta yra žiotis arba lempos skylė, per kurią išeina dujų srovė, nes paleidus per vamzdį toną augščiau ar žemiau tos skylės, efektas darosi silpnesnis, būdamas visų smarkiausias tada, kada vamzdžio galas, iš kurio išeina garsas, yra kaip tik ties lempos skyle.



48 pieš.

Tyndall'is taip aprašo eksperimentus su tokia liepsna, kurią jis pavadino balsių liepsna (žiūr. Tyndall „Garsas").

„Jeigu aš judinu raktu ryšulį, liepsna smarkiai svyruoja ir ūžia. Jeigu aš nuo 18 metrų augščio paleidžiu metalinį pinigą taip, kad jis nukristų ant kito metalinio pinigo, tai suduodant vienam pinigui į kitą liepsna susitraukia. Aš vaikščioju kambary ir mano batų girgždėjimas sudaro didelį liepsnos neramumą. Popierio draskymas arba šilko rūbų šlamėjimas iššaukia irgi neramumą. Net lietaus nudribęs lašas iššaukia liepsnos drebėjimą. Aš priartinu prie liepsnos savo kišeninį laikrodį. Tamstos negirdėsite jo mušimo, bet aiškiai matote, kaip laikrodis muša, nes kiekvienas laikrodžio mušimas iššaukia griežtą liepsnos susitraukimą ir trukšmą. Aš raktuku užvedu

savo laikrodį: liepsna nerimauja. Toli už lango čirškia žvirblis: liepsna susitraukia ir kriokia. Aš deklamuoju poeto Spenserio eiles, liepsna tarytum pasirenka atskirus tonus iš mano tonų. Kai kuriuos tonus ji žymi lengvu nusilenkimu, ties kitais tonais ji nusilenkia aiškiau ir pagaliau prieš kai kuriuos tonus ji daro kuo žemiausį nusilenkimą, nereaguodama tuo pačiu laiku visai į daugybę tonų".

Aprašysime čia dar Govi jautrios liepsnos modifikaciją. Paėmus lempą, kurios žiotis turi diametrą nuo 1 iki 2,5 m/m., padėjus ties pat žiotimi ant jos smulkų metalinį tinklą ir paleidus dujų srovę, galima uždegti dujos ant tinklo (žiūr. „Šilima" 12 §, 61 pusl.). Toki liepsna dega visiškai ramiai, jeigu tik nėra oro srovių kambary, ir turi kūgio pavidalą, kurio viršutinė dalis smarkiau šviečia negu bazė. Keliant dabar augštyn metalinį tinklą, liepsna susitraukia, darosi tamsesnė, ir pasiekus tam tikrą atokumą tarp lempos žioties ir tinklo, liepsna ima šokinėti ir kriokti. Jeigu dabar atsargiai sumažinsim atokumą tarp lempos žioties ir tinklo, taip kad liepsna nustotų kriokti, bet būtų, taip sakant, pasiryžusi tuojau pradėti kriokti, mes gausime liepsną ypatingai jautrią augštoms notoms. Švilpukas, šnypimas, čypimas kambary, kur yra tokia liepsna, tuojau reiškiasi tuo, kad liepsna susitraukia, išsikečia ir ima kriokti. Juo mažesnė bus lempos skylė, juo augštesnės turi būti tokios notos, į kurias reaguoja liepsna.

Gegeris, užmovęs ant tokios liepsnos stiklo vamzdį, atdarą iš abiejų galų, 30 cm. ilgio ir 5 cm. diametro, konstatavo, kad jeigu prieš užmaunant vamzdį liepsna kriokė, tai vamzdis ima smarkai dainuoti duodamas savo pagrindinį toną. Tas tonas čia yra daug smarkesnis, kaip aprašytojo dainuojančio vamzdžio, užmauto ant žibančios dujų lemputės. Bet jeigu tokį didelį stiklo vamzdį užmausim viršuj tinklo ant liepsnos, sureguliuotos taip, kad ji nekrioktų, bet būtų pasiryžusi tuojau kriokti, tai toksai vamzdis paprastai nedainuoja, bet ima dainuoti tuojau, kaip tik kaimynystėje bus duota nota tokio dažnumo, kuris atatinka kriokiančios liepsnos dažnumui. Jeigu, pavyzdžiui, lempos žiotis turi diametrą tik arti 1 m/m., tai liepsna nuo tokios lempos ant tinklo yra ypatingai jautri labai augštoms notoms, pavyzdžiui, tokioms, kurios sudaro priebalsį S. Kalbant į tokią liepsną ji visiškai nereaguoja arba silpnai reaguoja į įvairius garsus, išskyrus garsą S. Kiekvieną sykį, kada atsikartoja šitas garsas, liepsna tiesiog žviegia.

Liečiant mechaninį pagrindą aprašytojo liepsnų elgesio, reikia atsiminti, kad šokinėjanti arba kriokianti liepsna yra išdava vibracijų, kurios susidaro išeinant dujų srovei iš lempos žioties. Kaip jau ne sykį buvo pabrėžta, trynimo procesas nėra tolydinis procesas, nes trynimas pareina nuo kontakto tarp šiurkščių paviršių, vadinasi, paviršių su įdubimais ir kalneliais, ir todel bet kuri srovė, einanti per mažą skylę, mažiau ar daugiau vibruoja. Tos vibracijos galima sustiprinti didinant dujų spaudimą. Atvirkščiai, jeigu bet kuriuo išoriniu veikimu suteiksim dujų srovei žiotyje vibracijas, tai liepsna ims šokinėti ir kriokti, jeigu ji prieš tai buvo nepastovios pusiausviros padėty, kitaip sakant, buvo tokiam stovyje, kad mažiausio išorinio impulso pakaktų priversti liepsną svyruoti arba šokinėti. Taigi tonų vibracijos net ir silpnos, pasiekus dujų srovę lempos skylėje arba ties pačia skyle, ir yra tas išorinis veiksnys, tais impulsais, kurie iššaukia liepsnos vibracijas, lygiai kaip tai iššaukia padidintas dujų spaudimas. Lordas Rayleigh'as, kuris tyrinėjo nepastovumo sąlygas dujiškų ir skystų srovių, davė šito fenomeno teoriją ir parodė, kad dujų arba skysčių srovės, kurių greitumas svyruoja tam tikrose ribose, yra nepastovios periodinių sąjūdžių atžvilgiu irgi tam tikrose ribose ta prasme, kad pradėjus išoriniam periodiniam veiksniui srovės svyravimą, tas svyravimas būtinai didės. Remiantis Lordo Rayleigh'o eksperimentais išeina, kad tolydinė srovė jautrios liepsnos atatinkamais išoriniais periodiniais veiksniais paverčiama periodine srove, kurios grafiškas vaizdas yra arba sinus linija, arba tokia periodinė kreiva linija, kurią galima išskaidyti į sinus linijas.

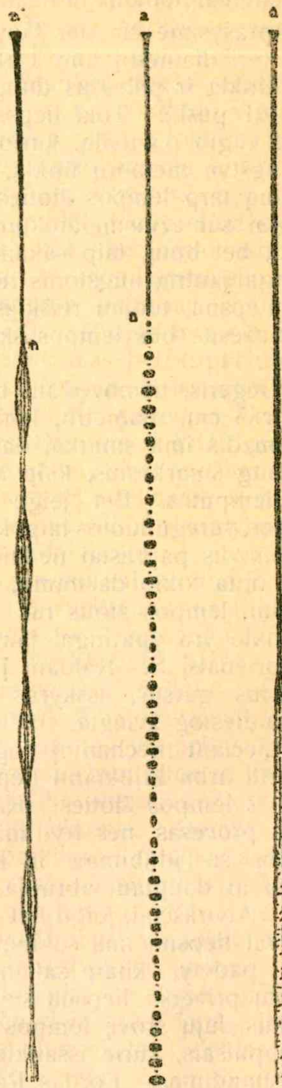
Išeinant iš šitos mechaniškos interpretacijos aišku, kad aprašytuose čia fenomenuose liepsna nėra esminis dalykas. Esminis dalykas čia yra dujų srovė, o jautri liepsna yra tik antraeilis reiškinys. Todel iš anksto galima buvo numatyti, kad greta su jautriomis liepsnomis būna ir jautrios dujų srovės. Iš tikrųjų jau anksčiau paminė-

tas tyrinėtojas Barrett'as, darydamas eksperimentus su dujų srovėmis, konstatavo tokių jautrių dujų srovių buvimą tonų atžvilgiu. 49 piešinys vaizduoja tokią jautrią tonų atžvilgiu dujų srovę. Kad dujų srovė pasidarytų matoma, reikia paimti dujos, oras ar kitos kurios dujos, sumaišyti su chloro vandenilio ir amoniako dujomis, sumaišant tas dvi dujų rūšis susidaro tiršti dūmai. Galima, sakysime, įdėti į gazometrą, kur yra oras, du indus— vieną su druskos rūgštimi, kitą su stipriu amoniako skiediniu. Tada gazometras prisipildys tirštų baltų dūmų (arba tiesiai primaišyti orui ar kitoms kurioms dujoms papieroso dūmų). Ramioje atmosferoje einant per mažą skylę tokių dujų srovė pasiekia gan didelį augštį iki 60 cm. ir augščiau. Reikia pasakyti, kad tokios dujų srovės yra daug jautresnės kaip jautriausios liepsnos, nes ne tik atskiri žodžiai, bet kiekvienas skiemuo, atskiri balsiai ir priebalsiai iššaukia didžiausį tokių dujų srovių neramumą. Srovė susitraukia dažnai gangreit iki žioties, smarkiai šakodamasi, kaip rodo piešinys. Dažnai tokia srovė įgyja krūmo pavidalą, bet to krūmo pavidalas mainosi mainantis veikiantiems garsams.

Remiantis tuo, kas anksčiau pasakyta, aišku, kad ir skysčių srovės, pavyzdžiui, vandens srovė, turi reikšti jautrumą tonų atžvilgiu. Paėmus stiklo cilindrą su vandeniu su išgręžta jo dugne nedidele skyle, sakysime, ne daugiau kaip 2,5 m/m. diametro, mes gausime vandens srovę, kuri yra jautri vibracijų atžvilgiu. 50 piešinys



49 pieš.



50 pieš.

rodo tokios srovės pavidalą. Paprastai srovė, išeinanti iš apskritos skylės, sudaro tolydinį skystą cilindrą, kuris tam tikram atokume nuo skylės taškosi į lašus. Kadangi tie lašai labai greitai seka vienas kitą, tai paprastai mes turime tolydinės srovės įspūdį tik su iškilimais ir susiaurėjimais, kurie taisyklingai seka vienas kitą tam tikram atokume nuo skylės. Tokia srovė yra dviejų jėgų įtakoje — paviršiaus įtempimo jėgos, kuri stengiasi palaikyti skysčių, taip sakant, natūralę formą, rutulio formą, ir svorio jėgos, kuri stengiasi ištempti rutulį, suteikdama jam cilindro formą. Plateau, kuris, kaip jau mes žinome, turi didžiausių nuopelnų fizikoje, kaip skystų plėkšnelių formos

tyrinėtojas paviršiaus įtempimo jėgų įtakoje, tiesioginiais eksperimentais nustatė, kad molekulinių jėgų veikimu cilindro forma palaikoma tol, kol cilindro ilgis pasidarys lygus $\pi d$, kur d reiškia skystos srovės diametrą. Vadinasi, cilindro ilgis gali pasidaryti daugiau kaip 3 sykius didesnis kaip srovės diametras ir vis dar tarp paviršiaus įtempimo jėgos ir svorio jėgos bus pusiausvira. Pasirodo, kad ta pusiausvira darosi vis mažiau ir mažiau pastovi tempiantis cilindrui vis labiau ir labiau ir reiškia maksimum nepastovumo tada, kada cilindro ilgis darosi lygus $\frac{3}{2}\pi d$, arba apskritai $^9/_2$ d. Pasiekus tokį ilgį cilindras skaldosi į lašus. Tie lašai iš pradžios turi mažesnių cilindrų formas, kurie paviršiaus įtempimo jėgų įtakoje gauna rutulio formas, pereidami per stačiai ištemptų elipsoidų formas. Bet pasiekdami rutulio formą lašai įgyja judėjimo momentą, peržengia rutulio formą spausdamiesi toliau ir įgyja gulsčiai ištemptų elipsoidų formą. Veikiant tūrio elastingumo jėgoms lašai grįžta vėl prie rutulio formų, peržengia ją ta prasme, kad virsta vėl elipsoidais, stačiais ištemptais ir t. t. Vidurinis 50 piešinio vaizdas rodo, kokį pavidalą turi vandens srovė, tekanti iš nedidelės apskritos skylės indo dugne. Reikia atkreipti dėmesys į mažučius rutuliukus, kurie skiria vienas nuo kito elipsoidus ir rutulius. Tie mažučiai rutuliukai susidaro tose cilindro vietose, kur mes turime srovės susiaurėjimą ir kur prasideda srovės subirėjimas į lašus. Taip atrodo vandens arba kito kurio skysčio srovė, kada skylė mažiau ar daugiau dreba, nors ir nematomai, kas visuomet būna mieste, kur važinėjimas gatvėse visada yra nematomo arba mažai jaučiamo stalų, sienų ir t. t. drebėjimo priežastis. Jeigu gi srovė teka iš skylės visiškai ramioje aplinkoje, tai tolydinė cilindrinė srovės dalis gali būti labai ilga, kaip rodo trečiasai dešinysis 50 piešinio vaizdas. Jeigu dabar skylė, iš kurios eina tokia srovė, sujungta su vibruojančiu kamertonu, tai gaunamas toks įspūdis, kad srovė darosi tolydinė ir kad nėra jos skilimo į lašus. Iš tikrųjų gi lašai darosi taip, kaip ir anksčiau, tiktai su tuo skirtumu, kad dabar, taisyklingai drebant skylei, lašai seka vienas kitą tam tikrais nuolatiniais laikotarpiais. Vienu žodžiu, dabar susidaro tvarkinga lašų procesija. Kad skysčio srovė ne tolydinė, bet susideda iš lašų, lengvai galima parodyti didelei auditorijai žmonių, nušviečiant, srovę pertraukimais tam tikru dažnumu šviesos spinduliais. Jeigu pertraukimo dažnumas yra toks, kad tarp dviejų nušvietimų vienas lašas pasislenka į antro lašo padėtį, tai mums atrodys srovė kaip sustingusi, nejudoma. Jeigu laikas tarp dviejų nušvietimų yra didesnis kaip laikotarpis, per kurį vienas lašas užima antrojo padėtį, tai mums atrodys, kad lašai pamaži slenka pirmyn. Jeigu gi tas laikas yra mažesnis, tai gausime įspūdį srovės, sudarytos iš lašų, slenkančių atgal. Jeigu tokią srovę paleisim į kietą popierių arba, dar geriau, į čininę, prie kurios pridėtas platus klausymo vamzdžio galas, tai mes aiškiai išgirsime kamertono notą net ir tada, kada tas kamertonas taip silpnai vibruoja, jog kambary jo skambėjimo negirdėti.

Šitam procesui iliustruoti padarysime tokį apskaitymą. Tegu vandens stulpas turi augštį h. Tad einant Torricelli'o teorema, srovės greitumas skylėje bus $v = \sqrt{2gh}$. Tegu kamertono dažnumas bus n. Atsimenant, kad maksimum nepastovumo išeinantis iš skylės skystas cilindras turės tada, kada jo ilgis bus $\frac{9}{2}d$, mes turime lygtį $\frac{9}{2}dn = \sqrt{2gh}$, nes prie dažnumo n per vieną sekundą srovė nukeliaus kelią $\frac{9}{2}dn$. Iš šitos lygties išeina $n = \sqrt{\frac{8gh}{81d^2}}$. Tegu konkrečiai skylės diametras d bus lygus 0,3 cm. ir h bus lygus 120 cm. (vandens stulpo augštis), tad $n = 356$. Vadinasi, srovė tokiomis aplinkybėmis bus ypatingai jautri ir reaguos ypatingai smarkiai į kamertoną dažnumo 356.

Vandens srovės jautrumas galima labai ryškiai demonstruoti didelei auditorijai šiuo būdu. Paimsime stiklo cilindrą su skyle jo dugne apie 1 m/m. diametro ir sujungsime šitą cilindrą su vandens rezervuaru taip, kad vandens spaudimas būtų arti

5,5 metrų vandens stulpo. Tada mes gausime ypatingai jautrią vandens srovę. Leisime dabar šitą vandens srovę tekėti į kitą vamzdį, kurio apatinis galas apvilktas gumos plėkšnele. Tasai stiklo vamzdis turi turėti diametrą arti 1¼ cm. Suteikiant atatinkamo dažnumo garsus (kuris dažnumas galima apskaityti kaip viršuj parodyta), tie garsai bus smarkiai sustiprinti veikiant srovės lašams gumos membraną. Taip, padėjus kišeninį laikrodį ant lentos ir palietus ta lenta stiklo cilindru su vandeniu, klausytojai didelėje auditorijoje aiškiai girdės laikrodžio mušimą. Juo toliau bus vamzdis su gumos membrana nuo skylės, iš kurios teka srovė, juo didesnė bus gumos membranos vibracijų amplituda ir juo smarkesnis bus atatinkamo garso sustiprėjimas.

Baigdami šitą skyrių trumpai paminėsime čia dar vadinamąjį muzikalį smėlį. Ant Sinajaus kalno Palestinoje yra du ypatingai statūs šlaitai, labai smėlingi. Mažiausio išorinio impulso pakanka, kad smėlys ant šitų šlaitų imtų judėti. Dažnai tokį judėjimą iššaukia saulės spindulių veikimas. Kiekvieną sykį, kada ima slinkti smėlys, girdisi muzikalis tonas, panašus į skritulio ūžimą, arba telegrafo vielų skambėjimą. Tokio smėlio yra įvairiose žemės vietose, ypač ant jūros krantų, kur bangų mušimas suteikia smėlio dalelėms tam tikrą formą. Caraus Wilsono tyrinėjimai rodo, kad jeigu iš kvarco smėlio, persijojus jį per tankų rėtį, išskirsim nedideles apskritas kvarco daleles ir paskui jas nuvalysim nuo nešvarumų, gerai išvirindami silpnoje druskos rūgštyje, tai toksai smėlys, ypač metaliniam inde su gerai atšlifuotu paviršium, išjudinus jį duoda muzikales notas. Smėlio muzikalumas išnyksta, jeigu indo vidujinis paviršius darosi šiurkštus arba smėlio dalelės nustoja taisyklingos vienodos formos del dažnų susidūrimų, arba pagaliau kada smėlys darosi nešvarus. Mechanišką tokio smėlio muzikalumo priežastį nurodė profesorius Osborne Raynolds, kuris konstatavo, kad to paties didumo apskritos formos dalelės gali užimti įvairius tūrius, bet bus pusiausviroje tik tada, kada tas tūris pasieks tam tikrą minimumą. Taigi išjudinus smėlį iš tokių dalelių mes turėsime, taip sakant, perėjimą nuo vieno tūrio į kitą tūrį, kol bus pasiektas tūrio minimumas. Jeigu perėjimo laikas nuo vieno tūrio į kitą bus pastovus dydis, tai mes ir turėsime periodišką sąjūdį, kuris sudarys garso bangas. Aišku, kad šiurkštus paviršius trukdys tokį perėjimą, nes trukdys judėjimą tų dalelių, kurios yra betarpiškame kontakte su indo šonais.

---

# TURINYS.

## Bangų mokslas.



## Garsas.

---

# Pastebėtų klaidų atitaisymas.

| Pusl. | Eilutė | Atspausdinta | Turi būti |
|---|---|---|---|
| 3 | 5 iš viršaus | apskritimo | apskritimu |
| 16 | 31 „ „ | Fournier | Fourier |
| 19 | 12 „ „ | tai | ta |
| 20 | 11 iš apačios | $\frac{k^2}{k l^2}$ | $\frac{k^2}{4 l^2}$ |
| 20 | 7 „ „ | $b' = \frac{k}{2l} - j_1$ | $b' = -\frac{k}{2l} - j_1$ |
| | | $b'' = \frac{k}{2l} + j_1$ | $b'' = -\frac{k}{2l} + j_1$ |
| 21 | 15 „ „ | $\alpha = e^{\frac{-kt}{2l}} C' e^{-j_1 t} + C'' e^{j_1 t})$ | $\alpha = e^{\frac{-kt}{2l}} \left(C' e^{-j_1 t} + C'' e^{j_1 t}\right)$ |
| 21 | 4 „ „ | ε periodinį | aperiodinį |
| 22 | 16 iš viršaus | $b = \frac{k}{2l} \pm j_2 i$ | $b = -\frac{k}{2l} \pm j_2 i$ |
| 25 | 16 „ „ | $\frac{\alpha e}{\alpha_{sl}}$ | $\frac{\alpha_l}{\alpha_{sl}}$ |
| 25 | 17 „ „ | amplitudoms | amplitudai |
| 25 | 12 iš apačios | $\frac{\lambda^4}{52^5}$ | $\frac{\lambda^4}{16{,}24}$ |
| 26 | 2 ir 3 iš virš. | $\frac{1}{T^{12}}$ | $\frac{1}{T'^2}$ |
| 29 | 3, 4, 6, 9, 10, 13 iš virš. | $\frac{T_1{}^1}{T_2{}^1}$ | $\frac{T_1}{T_2}$ |
| 41 | 5 iš apačios | $a \sin \frac{2\pi}{T}(t + e)$ | $a \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + e\right)$ |
| 41 | 5 iš apačios | $\frac{2\pi}{T}(t + e)$ | $\frac{2\pi}{T} t$ |

| Pusl. | Eilutė | Atspausdinta | Turi būti |
|---|---|---|---|
| 42 | 12 iš viršaus | kuriais | kuriai |
| 42 | 18 „ „ | $A \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + e_1\right)$ | $A_1 \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + e_1\right)$ |
| 43 | 8 iš viršaus | $A_3 \sin 4 \triangle \alpha$ | $A_3 \sin 3 \triangle \alpha$ |
| 43 | 9 „ „ | $A_3 \sin 8 \triangle \alpha$ | $A_3 \sin 6 \triangle \alpha$ |
| 43 | 10 „ „ | $A_3 \sin 12 \triangle \alpha$ | $A_3 \sin 9 \triangle \alpha$ |
| 43 | 11 „ „ | $A_3 \sin 4n \triangle \alpha$ | $A_3 \sin 3n \triangle \alpha$ |
| 43 | 1 iš apačios | $2 \sin^2 \frac{\pi}{6} \sin^2 \frac{2\pi}{6}$ | $2 \sin^2 \frac{\pi}{6} + 2 \sin^2 \frac{2\pi}{6}$ |
| 44 | 1 iš viršaus | $\sin^2 \frac{3\pi}{6}$ | $2 \sin^2 \frac{3\pi}{6}$ |
| 44 | 2 „ „ | $2 \sin \frac{\pi}{6} \sin \frac{3\pi}{6}$ | $2 \sin \frac{\pi}{6} \sin \frac{2\pi}{6}$ |
| 45 | 2 „ „ | sinus | periodinės |
| 48 | 2 iš apačios | $e_2 - 30^0\ 5'$<br>$e_3 - 59^0\ 35'$ | $e_2 = 30^0\ 1'$<br>$e_3 = 59^0\ 35'$ |
| 48 | 11 „ „ | švytavimu | |
| 48 | 7 „ „ | $\lambda = 2\,e$ | $\lambda = 2\,l$ |
| 49 | 14 iš viršaus | kamertono dažnumas | stygos įtempimas |
| 63 | 9 iš apačios | $\frac{(VT^1)^2}{4\pi^2}$ | $\frac{(VT)^2}{4\pi^2}$ |
| 64 | 9 „ „ | atsilenkimo maksimumas | maksimum atsilenkimo |
| 68 | 33 pieš. (apač.) | O | $O^1$ |
| 72 | 36 piešinys | AO' | $OA^1A$ |
| 81 | 16 iš viršaus | pažymėsime | seksime |
| 81 | 45 piešinys | AO | AOR |
| 93 | 2 „ | BB | $BB^1$ |
| 110 | 13 „ | | Žiūrėti į pieš. pasukus knygą $90^0$ |
| 113 | 17 „ | | Žiūrėti į pieš. pasukus knygą $180^0$ |

| Pusl. | Eilutė | Atspausdinta | Turi būti |
|---|---|---|---|
| 127 | 25 iš viršaus | $\frac{\lambda}{2}$ | $\frac{\lambda_1}{2}$ |
| 127 | 28 iš viršaus | $\frac{V}{21}$ | $\frac{V}{1}:\frac{V}{21}$ |
| 143 | 17 „ „ | Stebe | Stiebe |
| 145 | 19 iš apačios | Mažina | mažiname |
| 164 | 14 iš viršaus | r | ir |
| 167 | 14 iš apačios | fokus | fokis |
| 168 | 7 iš viršaus | itiek | tiek |